ねぢに関する資料

青 木 保 輯 集

3 針法或は 2 個の球による、對稱及び非對稱をねぢ、めねぢの有効徑の決定の際の補正

(Berndt, Die Anlagekorrekturen bei der Bestimmung des Flankendurchmessers von symmetrischen und unsymmetrischen Aussen- und Innengewinden nach der Dreidrahtmethode oder mittels zweier Kugeln.)

(Z. f. Instrumentkunde, 78 Heft, Juli, 1940)

(精密機械第 VII 卷第 8 號昭和 15 年 8 月號の續き)

3. 有効徑の測定精度

有効徑 F には C の誤差の外に原式 (2) より求められる誤差 δh , $\delta \alpha/2$, δd 及び δm の影響が加はる (尙この外に接觸點に於ける變形のための誤差があるが、ここでは詳しく論じないことにする). これらの誤差の影響は次の式で計算できる.

$$\delta F_k = \pm \frac{1}{2} k \cdot \cot \alpha/2 \delta k, \quad \delta F_d = \mp \frac{1}{\sin \alpha/2} \delta d$$

$$\delta F_{\alpha/2} = \pm \frac{0.291 \cos \alpha/2}{\sin^2 \alpha/2} \cdot (d - d_0) \frac{\delta \alpha}{2}$$

$$\delta F_m = +\delta m$$

但し今迄の如く上下の符號は夫々をねぢ、めねぢに用ひられ、式 (3) により $d_0 = \frac{1}{2} k / \cos \alpha/2$ である. 又 δm は $\delta M + \delta d$ から計算される (但しをねぢでは測定片の最も外側の位置で、めねぢでは最も内側の位置で測定を行ふ).

各種のねぢに就いてこれらの値を計算すれ

ば第 1 表の如くである.

さてこれらの個々の大きさの誤差は第 2 表の如く見積ることができる.

第 2 表

	メートルねぢ	梯形ねぢ	3 重梯形ねぢ
δh	1	1	1 μ
$\delta \alpha/2$	4	4	4 分
δd	0.1	0.1	0.1 μ
δM	1	3	3 μ
$d - d_0$	0.1	0.1	0.1 mm
$d_m - d_0$	2.3	1.2	5 mm

但し此場合には上述の d_0 の値から 0.1 mm だけ異つた針金及び最大直徑の針金を使用されるものと假定した. 従つて F に對するこれらの誤差の影響を計算すれば第 3 表の如くである.

最良直徑より著しく異つた直徑 d_m を用ひた場合には $\alpha/2$ の實際値の測定誤差が大きい爲、

第 1 表

	メートルねぢ	梯 形 ね ぢ	3 重 梯 形 ね ぢ
δF_k	$\pm 0.866 \delta k$	1.866 δk	1.748 δk
$\delta F_{\alpha/2}$	$\pm 1.008 (d - d_0) \delta \alpha/2$	4.196 $(d - d_0) \alpha/2$	3.699 $(d - d_0) \alpha/2$
δF_d	$\pm 2.000 \delta d$	3.864 δd	3.636 δd
δF_m	+1.000 δm	1.000 δm	1.000 δm

第 3 表

	メートルねぢ		梯形ねぢ		3重梯形ねぢ	
	$\approx d_0$	d_m	$\approx d_0$	d_m	$\approx d_0$	d_m
δF	0.87	0.87	1.87	1.87	1.75	1.75 μ
$\delta F_{\alpha/2}$	0.40	9.27	1.68	20.14	1.48	73.98 μ
δF_d	0.20	0.20	0.39	0.39	0.36	0.36 μ
δF_m	1.10	1.10	3.10	3.10	3.10	3.10 μ
合 計	2.57	11.44	7.04	25.50	6.69	79.19 μ
2/3×(合計)	2	7	5	17	5	53.00 μ

第 4 表

	メートルねぢ	梯形ねぢ	3重梯形ねぢ
δF_h	$\pm(0.866 - \frac{0.001}{0.002})\delta h$	$(1.866 - \frac{0.040}{0.091})\delta h$	$(1.748 - 0.062)\delta h$
$\delta F_{\alpha/2}$	$\pm[1.008(d-d_0) + \frac{0.002}{0.004}]\delta \alpha/2$	$[4.196(d-d_0) + \frac{0.211}{0.490}]\delta \alpha/2$	$[3.699(d-d_0) + 2.039]\delta \alpha/2$
δF_d	$\pm(2.000 + \frac{0.001}{0.001})\delta d$	$(3.864 + \frac{0.037}{0.062})\delta d$	$(3.636 + 0.250)\delta d$
δF_m	$+(1.000 \pm \frac{0.000}{0.000})\delta m$	$(1.000 \pm \frac{0.018}{0.056})\delta m$	$(1.000 \pm 0.077)\delta m$

全體の誤差も非常に大きくなり、従つて近似最良直径の針金を用ひざるを得なくなる。更に式(2)には各の値の實際値を代入せねばならぬことも明らかである。

さてこれに C の誤差による影響を加へれば(但し悪い條件で計算するため、めねぢの可成り大きい数値を選んだ。)、第4表の如くなる。

但しこの場合に上側の数値は近似最良直径の針金に、下側の数値は最大直径の針金に適用され、ただ3重梯形ねぢの場合のみは最良直径の

場合のみを示す。

成る可く悪い條件を以て計算するため、ここで考へられたをねぢに於いて上述の誤差を用ひて計算すれば第5表の如くである。但しめねぢに對する數値は唯僅だけ、をねぢの場合より小であるが、その測定が著しく困難なため、をねぢの誤差と大體同じ位であると考へられる。

メートルねぢ及び梯形ねぢに於いて近似最良直径の針金を用ひた場合には、 F の誤差は C の誤差の加はることによつて變化しないが、梯形ねぢに於いて最大直径を用ひた場合及び3重梯形ねぢに於いては 2μ だけ増加する。これは主にねぢ山角誤差の影響である。

B. 非 對 稱 輪 廓

1. 公 式

非對稱輪廓を持つ多重ねぢは未だ規格が定められて居ないから、 h , α_1 , α_2 , d 及び m の誤差の影響を考察するには、式(18)に相應する式(22)を用ひれば十分であり、この式は次の形に書くことができる。

第 5 表

	メートルねぢ		梯形ねぢ		3重梯形ねぢ
	$\approx d_0$	d_m	$\approx d_0$	d_m	$\approx d_0$
δF_h	0.87	0.87	1.83	1.78	1.69 μ
$\delta F_{\alpha/2}$	0.41	9.29	2.52	22.10	4.64 μ
δF_d	0.20	0.20	0.39	0.39	0.39 μ
δF_m	1.10	1.10	3.16	3.37	3.34 μ
合 計	2.58	11.46	7.90	27.64	10.06 μ
2/3+(合計)	2	5	5	19	7 μ

$$C' = \mp \frac{h'^2 \cdot d \cdot \cos^2 \alpha_1 \cdot \cos^2 \alpha_2 \cdot \cos \frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_2)}{\pi^2 \cdot m'^2 \cdot \sin(\alpha_1 + \alpha_2) \cdot \cos \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) \left[1 \mp \frac{d \cdot \sin \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) \cdot \cos \frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_2)}{m'} \right]}$$

$$\text{従つて} \quad \delta C'_{h'} = +2C' \cdot \frac{\delta h'}{h'} \dots \dots \dots (30)$$

$$\begin{aligned} \delta C'_{a_1} = & \mp \frac{h'^2 \cdot d \cdot \cos^2 \alpha_2}{\pi^2 \cdot m'^2} \left\{ - \frac{2 \cos \alpha_1 \cdot \sin \alpha_1 \cdot \cos \frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_2)}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2) \cdot \cos \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) \left[1 \mp \frac{d \cdot \sin \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) \cdot \cos \frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_2)}{m'} \right]} \right. \\ & - \frac{1}{2} \frac{\cos^2 \alpha_1 \cdot \sin \frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_2)}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2) \cdot \cos \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) \left[1 \mp \frac{d \cdot \sin \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) \cdot \cos \frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_2)}{m'} \right]} \\ & \left. - \frac{\cos^2 \alpha_1 \cdot \cos \frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_2) \cdot A}{\sin^2(\alpha_1 + \alpha_2) \cdot \cos^2 \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) \left[1 \mp \frac{d \cdot \sin \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) \cdot \cos \frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_2)}{m'} \right]^2} \right\} \delta \alpha_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{但し} \quad A = & \left[\cos(\alpha_1 + \alpha_2) \cdot \cos \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) - \frac{1}{2} \sin(\alpha_1 + \alpha_2) \cdot \sin \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) \right] \\ & \times \left[1 \mp \frac{d \cdot \sin \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) \cdot \cos \frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_2)}{m'} \right] \mp \frac{1}{2} \frac{d}{m'} \sin(\alpha_1 + \alpha_2) \cdot \cos \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) \\ & \times \left[\cos \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) \cdot \cos \frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_2) - \sin \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) \cdot \sin \frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_2) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta C'_{a_1} = & -C' \left[2 \cdot \tan \alpha_1 - \frac{1}{2} \tan \frac{1}{2}(\alpha_2 - \alpha_1) + \cot(\alpha_1 + \alpha_2) - \frac{1}{2} \tan \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) \right. \\ & \left. \mp \frac{1}{2} \cdot \frac{d \cdot \cos \alpha_1}{m' \left[1 \mp \frac{d \cdot \sin \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) \cdot \cos \frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_2)}{m'} \right]} \right] \delta \alpha_1 \\ = & -0.291 \cdot 10^{-3} C' \left[2 \tan \alpha_1 + \cot(\alpha_1 + \alpha_2) - \frac{1}{2} \tan \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) - \frac{1}{2} \tan \frac{1}{2}(\alpha_2 - \alpha_1) \right. \\ & \left. \mp \frac{1}{2} \frac{d \cdot \cos \alpha_1}{m' \left[1 \mp \frac{d \cdot \sin \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) \cdot \cos \frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_2)}{m'} \right]} \right] \cdot \delta \alpha_1 \mu \dots \dots \dots (31) \end{aligned}$$

但し $\delta \alpha_1$ 及び C' の単位は夫々分及び μ である。

$$\begin{aligned} \text{さて} \quad & \tan \frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_2) - \tan \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) \\ = & \frac{\tan \frac{1}{2} \alpha_1 - \tan \frac{1}{2} \alpha_2}{1 + \tan \frac{1}{2} \alpha_1 \cdot \tan \frac{1}{2} \alpha_2} - \frac{\tan \frac{1}{2} \alpha_1 + \tan \frac{1}{2} \alpha_2}{1 - \tan \frac{1}{2} \alpha_1 \cdot \tan \frac{1}{2} \alpha_2} \\ = & -2 \frac{\tan \frac{1}{2} \alpha_2 + \tan^2 \frac{1}{2} \alpha_1 \cdot \tan \frac{1}{2} \alpha_2}{1 - \tan^2 \frac{1}{2} \alpha_1 \cdot \tan^2 \frac{1}{2} \alpha_2} = -2 \frac{\tan \frac{1}{2} \alpha_2}{\cos^2 \frac{1}{2} \alpha_1 (1 - \tan^2 \frac{1}{2} \alpha_1 \cdot \tan^2 \frac{1}{2} \alpha_2)} \\ = & \frac{\sin \alpha_2}{\cos \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) \cdot \cos \frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_2)} \end{aligned}$$

従つて

$$\begin{aligned} \delta C'_{a_1} = & -0.291 \cdot 10^{-3} C' \left[2 \tan \alpha_1 + \cot(\alpha_1 + \alpha_2) - \frac{1}{2} \cdot \frac{\sin \alpha_2}{\cos \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) \cdot \cos \frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_2)} \right. \\ & \left. \mp \frac{1}{2} \cdot \frac{d \cdot \cos \alpha_1}{m' \left[1 \mp \frac{d \cdot \sin \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) \cdot \cos \frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_2)}{m'} \right]} \right] \cdot \delta \alpha_1 \dots\dots\dots (31') \end{aligned}$$

同じ様に

$$\begin{aligned} \delta C'_{a/2} = & -0.291 \cdot 10^{-3} C' \left[2 \tan \alpha_2 + \cot(\alpha_1 + \alpha_2) - \frac{1}{2} \tan \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \tan \frac{1}{2}(\alpha_2 - \alpha_1) \mp \frac{1}{2} \cdot \frac{d \cdot \cos \alpha_2}{m' \left[1 \mp \frac{d \cdot \sin \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) \cdot \cos \frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_2)}{m'} \right]} \right] \delta \alpha_2 \dots\dots\dots (32) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} = & -0.291 \times 10^{-3} C' \left[2 \tan \alpha_2 + \cot(\alpha_1 + \alpha_2) - \frac{1}{2} \cdot \frac{\sin \alpha_1}{\cos \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) \cdot \cos \frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_2)} \right. \\ & \left. \mp \frac{1}{2} \cdot \frac{d \cdot \cos \alpha_2}{m' \left[1 \mp \frac{d \cdot \sin \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) \cdot \cos \frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_2)}{m'} \right]} \right] \delta \alpha_2 \dots\dots\dots (32') \end{aligned}$$

$$\delta C'_d = +C' \frac{1}{1 \mp \frac{d \cdot \sin \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) \cdot \cos \frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_2)}{m'}} \frac{\delta d}{d} \dots\dots\dots (33)$$

$$\delta C'_{m'} = -C' \left[1 + \frac{1}{1 \mp \frac{d \cdot \sin \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) \cdot \cos \frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_2)}{m'}} \right] \frac{\delta m'}{m'} \dots\dots\dots (34)$$

$$= -C' \left[2 \pm \frac{d \cdot \sin \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) \cdot \cos \frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_2)}{m'} \right] \frac{\delta m'}{m'} \dots\dots\dots (34')$$

若し $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha/2$ ならば次の結果が得られる。

$$\begin{aligned} \delta C'_{a_1} = \delta C'_{a_2} = & -C' \left[2 \tan \alpha/2 + \cot \alpha - \frac{1}{2} \tan \alpha/2 \mp \frac{d \cdot \cos \alpha/2}{m' \left(1 \mp \frac{d \cdot \sin \alpha/2}{m'} \right)} \right] \delta \alpha/2 \\ = & -C' \left[2 \tan \alpha/2 + \frac{1}{2} \cot \alpha/2 - \frac{1}{2} \tan \alpha/2 \mp \frac{d \cdot \cos \alpha/2}{m' \left(1 \mp \frac{d \cdot \sin \alpha/2}{m'} \right)} \right] \delta \alpha/2 \\ = & -C' \left[\frac{1}{2} \tan \alpha/2 + \frac{1}{2} (\tan \alpha/2 + \cot \alpha/2) \mp \frac{1}{2} \cdot \frac{d \cdot \cos \alpha/2}{m' \left(1 \mp \frac{d \cdot \sin \alpha/2}{m'} \right)} \right] \delta \alpha/2 \\ = & -C' \left[\frac{1}{2} \tan \alpha/2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sin \alpha/2 \cdot \cos \alpha/2} \mp \frac{1}{2} \cdot \frac{d \cdot \cos \alpha/2}{m' \left(1 \mp \frac{d \cdot \sin \alpha/2}{m'} \right)} \right] \delta \alpha/2 \\ = & \frac{1}{2} \delta C'_{a/2} \end{aligned}$$

第 6 表

	A, d_0	J, d_0	A, d_m	J, d_m
C	-123.2	+189.3	-106.8	+504.9
$\delta C'_h/\delta h'$	- 0.0307	+ 0.0474	- 0.0266	+ 0.1262
$\delta C'_{a1}/\delta \alpha_1$	+ 0.0825	- 0.1416	+ 0.0713	- 0.3944
$\delta C'_{a2}/\delta \alpha_2$	+ 0.0917	- 0.1537	+ 0.0793	- 0.4247
$\delta C'_d/\delta d$	- 0.0307	+ 0.0409	- 0.0206	+ 0.0779
$\delta C'_m/\delta m'$	+ 0.0139	- 0.0266	+ 0.098	- 0.1019

[式(27)を求める計算の2行目を参照]

上の結果が僅か $\frac{1}{2} \delta C_{a/2}$ となつたのは、対稱輪廓に於いて兩ねぢ山の兩側で半ねぢ山角が同じ値だけ變化するものと假定したためである。

式(30)(33)(34)はこれに相應する、對稱輪廓に對する式(26)(29)(30)とその構造が一致するが、唯異なる點は $1 \mp \frac{d \cdot \sin \alpha/2}{m}$ の項に於いて $d \cdot \sin \alpha/2$ に尚 $\cos \frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_2)$ が加かることである。

2. S 22×8 に對する計算例

既述の値を用ひれば次の關係が求められる。

但し d_0 は大きい方の部分ねぢ山角 α_2 の誤差の影響が零になる様な最良直徑である(第6表)。

從つて個々の δC が 0.1μ より大きくならぬ様にするためには、誤差 $\delta h'$, $\delta \alpha_1$, $\delta \alpha_2$, δd , d_m' が次の表に示された値を越えてはならぬ(第7表)。

第 7 表

	A, d_0	J, d_0	A, d_m	J, d_m
$\delta h'$	3	2	4	0.8μ
$\delta \alpha_1$	1	0.7	1.5	0.25 min
$\delta \alpha_2$	1	0.6	1	0.25 min
δd	3	2.5	5	1μ
$\delta m'$	7	4	10	1μ

これは T_r 22×8 の場合と大體同じ位の値であるから(この場合に於いて嚴密な比較を行ふためには $\delta \alpha_1 + \delta \alpha_2$ を $\delta \alpha/2$ と比較せねばならぬ事は注意すべき點である), 梯形ねぢに關して考へられた事柄は鋸ねぢにも適用される。

2つの部分ねぢ山角の誤差は約 $4'$ に達する(この場合に公式 $3 + \frac{2}{L}$ に於いてねぢ山長さ(Flankenlänge) L に對しては次の値が代入された。 $L = t_2 / \cos \alpha_1$ 或は $L = t_2 / \cos \alpha_2$) から、從つて上で考察した4つの場合に對しては、

$$\delta C'_{a1} = 0.35 \quad 0.6 \quad 0.3 \quad 1.6 \mu$$

$$\delta C'_{a2} = 0.35 \quad 0.6 \quad 0.3 \quad 1.7 \mu$$

となる。從つて最良直徑よりあまり異ならない測定片を用ひた場合にはこれらは 1μ 以下に保たれ、尙この事は $\delta C'_{a1} + \delta C'_{a2}$ に對しても言へる。

3. 有徑の測定精度

有效徑 F' に對する誤差 $\delta k'$, $\delta \alpha_1$, $\delta \alpha_2$, δd , $\delta m'$ の影響は式(9)を用ひて計算すれば次の如くである。

$$\delta F'_{k'} = \pm \frac{\cos \alpha_1 \cdot \cos \alpha_2}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)} \cdot \delta k'$$

$$\delta F'_{a1} = \pm \frac{1}{2} \cdot \frac{0.291 \cos \alpha_2}{\sin^2 \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2)} (d - d_0') \delta \alpha_1 \mu$$

$$\delta F'_{a2} = \pm \frac{1}{2} \cdot \frac{0.291 \cdot \cos \alpha_1}{\sin^2 \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2)} (d - d_0'') \delta \alpha_2 \mu$$

但し $\delta \alpha_1$, $\delta \alpha_2$ の單位は分, d , d_0' , d_0'' の單位は mm であり, $d_0' = \frac{1}{2} k' \cdot \frac{\cos \alpha_2}{\cos^2 \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2)}$,

$$d_0'' = \frac{1}{2} \cdot \frac{k \cos \alpha_1}{\cos^2 \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2)} \text{ である。}$$

$$\delta F'_{d'} = \mp \frac{\cos \frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_2)}{\sin \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2)} \delta d$$

$$\delta F'_{m'} = + \delta m' \quad (\delta m' = \delta M' + \delta d)$$

但し今迄の如く上の符號はをねぢに、下の符號

はめねぢに適用される。

既述の値を代入して計算すれば、

$$\delta F'_{k'} = \pm 1.588 \delta k'$$

$$\delta F'_{\alpha_1} = \pm 1.562 (d-d_0') \delta \alpha_1$$

$$\delta F'_{\alpha_2} = \pm 1.801 (d-d_0'') \delta \alpha_2$$

$$\delta F'_d = \pm 3.424 \delta p$$

$$\delta F'_{m'} = +1.000 \delta m'$$

再び $\delta k' (= \delta h') = 1 \mu$, $\delta \alpha_1 = \delta \alpha_2 = 4'$, $\delta d = 0.1 \mu$, $\delta M' = 3 \mu$ と假定し、更に

$$d-d_0' = 0.6 \text{ mm} \quad d-d_0'' = 0.1 \text{ mm}$$

$$d_m-d_0' = 1.8 \text{ mm} \quad d_m-d_0'' = 1.2 \text{ mm}$$

即ち $d_0' = 0.471 \cdot h = 3.768 \text{ mm}$

$$d_0'' = 0.543 \cdot h = 4.344 \text{ mm}$$

$$d_m = 0.6945 \cdot h = 5.556 \text{ mm}$$

とすれば、次の結果が求まる。

	$\approx d_0$	d_m
$\delta F'_{k'}$	1.59	1.59 μ
$\delta F'_{\alpha_1}$	3.75	11.25 μ
$\delta F'_{\alpha_2}$	0.72	8.64 μ
$\delta F'_d$	0.34	0.34 μ
$\delta F'_{m'}$	3.10	3.10 μ
合 計	9.50	24.92 μ
$\frac{1}{3} \times (\text{合計})$	6	17.00 μ

精度は實際上相應する梯形ねぢの場合と同じ位である。但し最良直径の測定片を用いた場合に精度が多少低下するのは、鋸ねぢの最良直径は唯 α_2 のみに對するものであり、 α_1 に対しては成立しないからである。又鋸ねぢに於いても不適當な測定片を相ひた場合には精度は非常に低下する。

さてこれに C' の誤差を加へれば、既述の如く條件のよくない場合には、次の結果が得られる。

$$\delta F'_{k'} = \pm \left(1.588 - \frac{0.047}{0.126} \right) \delta k'$$

$$\delta F'_{\alpha_1} = \pm \left[1.562(d-d_0') + \frac{0.142}{0.394} \right] \delta \alpha_1$$

$$\delta F'_{\alpha_2} = \pm \left[1.801(d-d_0'') + \frac{0.154}{0.425} \right] \delta \alpha_2$$

$$\delta F'_d = \pm \left(3.424 + \frac{0.041}{0.078} \right) \delta d$$

$$\delta F'_{m'} = + \left(1.000 \pm \frac{0.027}{0.102} \right) \delta m'$$

従つて

	d_0	d_m
$\delta F'_{k'}$	1.54	1.46 μ
$\delta F'_{\alpha_1}$	4.31	12.83 μ
$\delta F'_{\alpha_2}$	1.34	10.34 μ
$\delta F'_d$	0.35	0.35 μ
$\delta F'_{m'}$	3.18	3.41 μ
合 計	10.72	28.39 μ
$\frac{2}{3} (\text{合計})$	7	19

C' の誤差が加はるために F' の精度は最良直径の測定片を使用した場合に 1μ 、最大直径の場合には 2μ だけ低下する。初めの場合に於いて F' の精度があまり變化しないで居るのは、既に述べた様な方法で説明される。

V. 最 良 直 徑

A. 對稱輪廓

1. 公 式

最良直径 d_0 とは有効徑に對する角誤差の影響が完全に消える様な直径を言ふ。従つて F' の式を $\alpha/2$ で微分してその結果を零と置けば求められる。

圓板に對しては式 (1) 又は (2) から次の結果が得られる。 $d_0 = \frac{1}{2} \cdot \frac{k}{\cos \alpha/2}$

又針金及び球に對しては近似式 (18) を用ひて次の結果が得られる。但し式 (18) はメートルねぢ及びウィットウォースねぢに對しては十分成立し、梯形ねぢに對しては最良直径を用いた場合 (従つてここで考察して居る場合) には十分であると認められ、3 重梯形ねぢに對しては最良直径の場合に少くとも使用し得る近似結果を與へる。

$$F' = m \mp \frac{d}{\sin \alpha/2} \pm \frac{1}{2} k \cdot \cot \alpha/2 \mp \frac{1}{2} \cdot \frac{h^2 \cdot d \cdot \cos \alpha/2 \cdot \cot \alpha/2}{\pi^2 \cdot m^2 \left(1 \mp \frac{d \cdot \sin \alpha/2}{m} \right)}$$

$$\delta F_{\alpha/2} = \left[\pm \frac{d \cdot \cos \alpha/2}{\sin^2 \alpha/2} \mp \frac{1}{2} \frac{k}{\sin^2 \alpha/2} \pm \frac{1}{2} \frac{h^2 \cdot d \cdot \cos \alpha/2 \left(1 + \sin^2 \alpha/2 \mp \frac{2d \cdot \sin \alpha/2}{m} \right)}{\pi^2 \cdot m^2 \cdot \sin^2 \alpha/2 \left(1 \mp \frac{d \cdot \sin \alpha/2}{m} \right)^2} \right] \delta \alpha/2 \dots (35)$$

$$d_o = \frac{1}{2} \cdot \frac{k}{\cos \alpha/2 \left[1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{h^2 \left(1 + \sin^2 \alpha/2 \mp \frac{2d_o \cdot \sin \alpha/2}{m} \right)}{\pi^2 \cdot m^2 \left(1 \mp \frac{d_o \cdot \sin \alpha/2}{m} \right)^2} \right]} \dots (36)$$

式(36)には m (針金の軸又は球の中心の、軸に垂直な距離) が現はれ、これは d_o を知つて初めて計算し得るものであるから、式(36)の計算は困難となる。厳密な値を求めるには次の方法による。即ち先づ式(3)によつて近似値 $d_{o1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{k}{\cos \alpha/2}$ を計算し、これを用ひて式(10)より最初の近似値 m_1 を求め(漸近法により)、 d_{o1} 及び m_1 を式(36)の右邊に代入して d_{o2} を求め、この方法を必要な迄繰返へす。

m_1 に対する最初の近似式(次の計算に於いて一部使用された)は第I章により、

$$m_1 = F \pm \frac{1}{2} k \cdot \tan \alpha/2$$

であり、 $F, k, \alpha/2$ に対しては理論値が代入される。

既に考察しためねぢに對しては(條件の悪い場合をとるため)次の結果が得られる(第8表)。

第 8 表

	メートル ね ぢ	梯形ね ぢ	3 重梯形 ね ぢ
d_{o1}	3.464 ₁	4.141 ₁	9.361 ₀ mm
F	60.103	18.000	46.000 mm
m_1	58.371	16.928	43.426 mm
$\left(1 + \frac{d_o \cdot \sin \alpha/2}{m}\right)^2$	1.0609	1.1306	1.1221
$1 + \frac{2d_o \cdot \sin \alpha/2}{m}$	1.0600	1.1266	1.1186

従つて(この點で最も條件の良くない)梯形ねぢに於いてできへも最後の2つの大きさの差は僅か 0.35% であるから、式(36)を十分な近似を以て次の形に書直すことができる。

$$d_o = \frac{1}{2} \cdot \frac{k}{\cos \alpha/2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{h^2}{\pi^2 m^2} \cdot \frac{1 + \sin^2 \alpha/2 \mp \frac{2d_o \sin \alpha/2}{m}}{1 \mp \frac{2d_o \cdot \sin \alpha/2}{m}}}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{k}{\cos \alpha/2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{h^2}{\pi^2 \cdot m^2} \cdot \left(1 + \frac{\sin^2 \alpha/2}{1 + \frac{2d_o \cdot \sin \alpha/2}{m}} \right)}$$

3 つのねぢに對しては

第 9 表

	メートルね ぢ	梯 形 ね ぢ	3 重 梯 形 ね ぢ
$\frac{\sin^2 \alpha/2}{1 + \frac{2d_o \cdot \sin \alpha/2}{m}}$	0.2358	0.0608	0.0676
$\sin^2 \alpha/2 \left(1 - \frac{2d_o \cdot \sin \alpha/2}{m} \right)$	0.2425	0.0627	0.0712
差	0.0067	0.0019	0.0036
$1 + \frac{\sin^2 \alpha/2}{1 + \frac{2d_o \cdot \sin \alpha/2}{m}}$ に對する百分率	0.54	0.18	0.34%

となり, $\frac{1}{2} \cdot \frac{h^2}{\pi^2 \cdot m^2}$ は多くて (3 重梯形ねぢの場合) 0.08 であるから, 上の差は省略できる。

従つて

$$d_o = \frac{1}{2} \cdot \frac{k}{\cos \alpha/2}$$

$$\times \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{h^2}{\pi^2 \cdot m^2} \left[1 + \sin^2 \alpha/2 \left(1 \pm \frac{2 d_o \cdot \sin \alpha/2}{m} \right) \right]}$$

$$\text{今 } \frac{1}{2} \cdot \frac{h^2}{\pi^2 \cdot m^2} \left[1 + \sin^2 \alpha/2 \left(1 - \frac{2 d_o \cdot \sin \alpha/2}{m} \right) \right]$$

$$= A \text{ と置くならば,}$$

	メートルねぢ	梯形ねぢ	3 重梯形ねぢ
$\frac{1}{1+A}$	0.99932	0.98812	0.92258
$1-A$	0.99933	0.98797	0.91708

従つて 3 重梯形ねぢに於いて差が最大となるが, 僅か 0.6% であるから, 既に省略が行はれて居るのでこの差は問題とならぬ。その他のねぢでは差の最大値は 0.015% であるから, 當然次の形に書直すことが出来る。

$$d_o = \frac{1}{2} \cdot \frac{k}{\cos \alpha/2} \left\{ 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{h^2}{\pi^2 \cdot m^2} \left[1 + \sin^2 \alpha/2 \left(1 + \frac{2 d_o \cdot \sin \alpha/2}{m} \right) \right] \right\}$$

$$\text{又は } d_o = \frac{1}{2} \cdot \frac{k}{\cos \alpha/2} \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{h^2}{\pi^2 \cdot m^2} \cdot B \right)$$

但し

$$B \triangleq 1 + \sin^2 \alpha/2 \left(1 \pm \frac{2 d_o \cdot \sin \alpha/2}{m} \right)$$

$$\text{誤差 } \delta m \text{ は } \frac{1}{2} \cdot \frac{h^2}{\pi^2 \cdot m^2} \text{ を } \frac{1}{2} \cdot \frac{h^2}{\pi^2 \cdot m^2} \cdot \frac{2 \delta m}{m}$$

だけ變化し, 従つて實際には $1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{h^2 \cdot B}{\pi^2 \cdot m^2}$ を

$\frac{1}{2} \cdot \frac{h^2 \cdot B}{\pi^2 \cdot m^2} \cdot \frac{2 \delta m}{m}$ だけ變化する。この大きさは

3 つのねぢに對し,

メートルねぢ	梯形ねぢ	3 重梯形ねぢ
0.00002	0.00142	0.00386 · δm

さて m は上で計算した値 C だけ $F \pm \frac{1}{2} k \cdot \tan \alpha/2$ と異なる。 C の値は大體次の表の第 1 行に示された位であるから, 従つて第 2 行の値の代りに第 3 行の値となる。

メートルねぢ	梯形ねぢ	3 重梯形ねぢ
3	150	1500 μ
0.9993	0.9880	0.9171
0.9993 ± 0.0000	0.9880 ± 0.0002	0.9171 ± 0.0058

メートルねぢ及び梯形ねぢに於いてはこの差は多いときで 0.02% であるから, 無條件で省略することができ。3 重梯形ねぢに於いても僅か 0.6% であり, 使用した近似式の精度が僅か 3% であるから, 同じ様に省略してもよい。従つて

$$d_o = \frac{1}{2} \cdot \frac{k}{\cos \alpha/2} \cdot \left\{ 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{h^2}{\pi^2 \cdot (F \pm \frac{1}{2} k \cdot \tan \alpha/2)^2} \right.$$

$$\times \left[1 + \sin^2 \alpha/2 \times \left(1 \pm \frac{2 d_o \cdot \sin \alpha/2}{F \pm \frac{1}{2} k \cdot \tan \alpha/2} \right) \right] \left. \right\}$$

となり, 又右邊の d_o の代りに最初の近似値 $\frac{1}{2} \cdot \frac{k}{\cos \alpha/2}$ を代入 (このことは計算例の結果により許容できる) すれば,

$$d_o = \frac{1}{2} \cdot \frac{k}{\cos \alpha/2} \left\{ 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{h^2}{\pi^2 \cdot (F \pm \frac{1}{2} k \cdot \tan \alpha/2)^2} \right.$$

$$\times \left[1 + \sin^2 \alpha/2 \left(1 \pm \frac{k \cdot \tan \alpha/2}{F \pm \frac{1}{2} k \cdot \tan \alpha/2} \right) \right] \left. \right\}$$

$$\dots\dots\dots (37)$$

従つて次の如く書くことができる ($k = h/n$)。

$$d_o = \Delta_o + C$$

$$\Delta_o = \frac{1}{2} \cdot \frac{k}{\cos \alpha/2} \left. \right\} \dots\dots\dots (38)$$

$$c = - \frac{1}{4n}$$

$$h^3 \cdot \left[1 + \sin^2 \alpha/2 \left(1 \pm \frac{k \cdot \tan \alpha/2}{F \pm k \cdot \tan \alpha/2} \right) \right]$$

$$\times \frac{\pi^2 (F^2 \pm \frac{1}{2} k \cdot \tan \alpha/2)^2 \cos \alpha/2}{\dots\dots\dots (39)}$$

式(37)及び(39)を十分な精度を以て使用できる

のは規格に定められた1重ねぢに對してであり、多重ねぢに對してはこれらは單に近似式で、その精度は大體3%である。

式(39)は $\delta F_{\alpha/2}$ に對する式(35)の最後の2項を變形することによつても求められるから、式(35)は次の形に書直すこともできる。

$$\delta F_{\alpha/2} = \frac{0.291 \cos \alpha/2}{\sin^2 \alpha/2} \cdot (d - d_0) \delta \alpha/2 \mu,$$

但し $\delta \alpha/2$ 及び d と d_0 の單位は分及び mm である。この式に於いて $d_0 = \Delta_0 + c$ とすれば

$$\delta F_{\alpha/2} = \left[\frac{0.291 \cos \alpha/2}{\sin^2 \alpha/2} (d - \Delta_0) - \frac{0.291 \cdot \cos \alpha/2}{\sin^2 \alpha/2} c \right] \delta \alpha/2 \mu \dots \dots (40)$$

この式に於いて c の單位は mm であるから、メートルねぢ及びウィットウォースねぢに於いては計算例の結果に示された如く、最後の項を省略しても良い。

2. 計 算 例

3つのねぢに對する結果は次の如くである。

	メートルねぢ	梯形ねぢ	3重梯形ねぢ
Δ_0	3.464 ₁	4.141 ₁	9.361 ₀ mm
をねぢ c	-2.09 μ	-39.66 μ	-0.6351 mm
めねぢ c	-2.29 μ	-49.60 μ	-0.7822 mm

メートルねぢに於いてはをねぢ及びめねぢに對する補正值 c は平均 -2.2 μ であり、 $\delta F_{\alpha/2}$

の計算の際には部分ねぢ山角誤差1分に就き僅か 0.002 μ の誤差を生ずるのみであるから、省略しても良い。

梯形ねぢに於いては c は殆ど -50 μ に達し、 F に對して $\delta \alpha/2$ が1分に就き 0.2 μ の響影を持つから、この場合にもやはり式(40)の最後の項を顧慮しなくとも良い。

3重梯形めねぢに於いては c は約 0.75 mm であり、 F に對して $\delta \alpha/2$ 1分に就き 3 μ の影響を持つから、この場合には必ず式(40)によつて計算しなければならぬ。併し第VI章より明らかなる如く、式(40)の基礎をなす式(38)(39)は、高い精度が要求される場合には最早や十分でないから、その代りに式(36)を用ひる方がよい。(詳しくは第VI章参照)

B. 非對稱輪廓

1. 公 式

非對稱輪廓をもつ鋸ねぢに於いては、實際には大きい方の部分ねぢ山角の誤差の影響を零にする[2]ことが問題である。圓板に對してはこの條件より次の結果が求まる。

$$d_0'' = \frac{1}{2} k' \cdot \frac{\cos \alpha_1}{\cos^2 \frac{1}{2} (\alpha_1 + \alpha_2)}$$

針金及び球に對しては、梯形ねぢの場合と同じ様に、鋸ねぢに對して十分な近似式(22)を用ひるならば次の結果が得られる。

$$F' = m' \mp \frac{d \cdot \cos \frac{1}{2} (\alpha_1 - \alpha_2)}{\sin \frac{1}{2} (\alpha_1 - \alpha_2)} \pm k' \cdot \frac{\cos \alpha_1 \cdot \cos \alpha_2}{\sin (\alpha_1 + \alpha_2)}$$

$$\mp \frac{h^2 \cdot d \cdot \cos^2 \alpha_1 \cdot \cos^2 \alpha_2 \cos \frac{1}{2} (\alpha_1 - \alpha_2)}{\pi^2 \cdot m'^2 \cdot \sin (\alpha_1 + \alpha_2) \cos \frac{1}{2} (\alpha_1 + \alpha_2) \left(1 \pm \frac{d \cdot \sin \frac{1}{2} (\alpha_1 + \alpha_2) \cdot \cos \frac{1}{2} (\alpha_1 - \alpha_2)}{m'} \right)}$$

若し $1 \mp \frac{d \cdot \sin \frac{1}{2} (\alpha_1 + \alpha_2) \cdot \cos \frac{1}{2} (\alpha_1 - \alpha_2)}{m'} = B$ と置くならば

$$\delta F_{\alpha_2} = \left[\frac{1}{2} \cdot \frac{d \cdot \cos \alpha_1}{\sin^2 \frac{1}{2} (\alpha_1 + \alpha_2)} \mp k \cdot \frac{\cos^2 \alpha_1}{\sin^2 (\alpha_1 + \alpha_2)} \pm \frac{h^2 \cdot d \cdot \cos^2 \alpha_1 \cdot \cos^2 \alpha_2 \cdot \cos \frac{1}{2} (\alpha_1 - \alpha_2) \cdot A}{\pi^2 \cdot m'^2 \sin (\alpha_1 + \alpha_2) \cdot \cos \frac{1}{2} (\alpha_1 + \alpha_2) B} \right] \delta \alpha_2$$

但し $A = 2 \cdot \tan \alpha_2 + \cot (\alpha_1 + \alpha_2) - \frac{1}{2} \tan \frac{1}{2} (\alpha_1 + \alpha_2) + \frac{1}{2} \cdot \tan \frac{1}{2} (\alpha_2 - \alpha_1) \mp \frac{1}{2} \cdot \frac{d \cdot \cos \alpha_2}{m' B}$

従つて

$$d_o'' = \frac{1}{2} \frac{k' \cos \alpha_1}{\cos^2 \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2)} \cdot \frac{1}{1 + \frac{h'^2 \cdot \cos \alpha_1 \cdot \cos^2 \alpha_2 \cdot \sin \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) \cos \frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_2) A}{\pi^2 \cdot m'^2 \cdot \cos^2 \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) \cdot B}} \quad \dots\dots\dots (41)$$

さて鋸ねぢは梯形ねぢと同じ様な状態であるから次の様に書くことができる。

$$\begin{aligned} d_o'' &= \frac{1}{2} k' \cdot \frac{\cos \alpha_1}{\cos^2 \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2)} \left[1 - \frac{h'^2}{\pi^2 m'^2} \cdot \frac{\cos \alpha_1 \cdot \cos^2 \alpha_2 \cdot \sin \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) \cos \frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_2) A}{\cos^2 \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) \cdot B} \right] \\ d_o'' &= \Delta_o + c' \\ \Delta_o'' &= \frac{1}{2} k' \cdot \frac{\cos \alpha_1}{\cos^2 \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2)} \\ c' &= -\frac{1}{2n} \cdot \frac{h'^3}{\pi^2 \cdot m'^2} \cdot \frac{\cos^2 \alpha_1 \cdot \cos^2 \alpha_2 \cdot \sin \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) \cdot \cos \frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_2) A}{\cos^2 \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) B} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (42)$$

對稱輪廓ねぢの場合と同じ様に上の式の右邊には次の値が代入される。

$$d_o'' = \frac{1}{2} k' \cdot \frac{\cos \alpha_1}{\cos^2 \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2)} (= \Delta_o'') \quad \dots\dots\dots (43)$$

$$\begin{aligned} m' &= F' \pm \frac{d_o'' \cdot \cos \frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_2)}{\sin \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2)} \mp k' \cdot \frac{\cos \alpha_1 \cdot \cos \alpha_2}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)} \\ &= F' \pm \frac{1}{2} k' \cdot \frac{\cos \alpha_1 \cdot \cos \frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_2)}{\sin \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) \cdot \cos^2 \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2)} \pm \frac{1}{2} k' \cdot \frac{\cos \alpha_1 \cdot \cos \alpha_2}{\sin \frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_2) \cdot \cos^2 \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2)} \\ &= F' \pm k' \cdot \frac{\cos \alpha_1}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)} \left[\frac{\cos \frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_2)}{\cos \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2)} - \cos \alpha_2 \right] \quad \dots\dots\dots (44) \end{aligned}$$

2. S 22×8 に對する計算例

S 22×8(近く公布され新規格 DIN 519 により $F=16.000 \text{ mm}$) に對しては、

$$\Delta_o'' = 4.345_0 \text{ mm}$$

$$\text{をねぢ } m' = 18.172_4 \text{ mm} \quad c' = 52.53 \mu$$

$$\text{めねぢ } m' = 13.827_6 \text{ mm} \quad c' = 85.17 \mu$$

最良直徑に對する補正值は相應する梯形ねぢの場合より大きい(但しこの場合に d_0 が2つの場合に於いて全く異つた意味をもつことに注意せねばならぬ)。

c' はめねぢに於いて α_2 の誤差 1 分に就き $\delta F'_{a_2}$ の變化 0.15μ を生ずるから、 $\delta F'_{a_2}$ の計算のとき、少くともこの部分ねぢ山角の誤差が可成り大きいときには、最早やこれを省略できぬ。

C. 最良直徑の補正の近似式

1. 對稱輪廓

c はメートルねぢ及びウィットワースねぢでは非常に小さいから、小さい項を省略することによつて式(39)を簡単にする研究を行つた。 c の場合と同様にして次の如く置くことができる。

$$c = -\frac{1}{4n} \cdot \frac{h^3(1 + \sin^2 \alpha/2)}{\pi^2(F \pm \frac{1}{2} k \cdot \tan \alpha/2)^2 \cdot \cos \alpha/2} \quad \dots\dots\dots (45)$$

$$c = -\frac{1}{4n} \cdot \frac{h^3(1 + \sin^2 \alpha/2)}{\pi^2 \cdot F^2 \cdot \cos \alpha/2} \quad \dots\dots\dots (46)$$

式(45)(46)は式(19)(20)を微分しても求められる計算の結果は次の如くである。

式	メー ト ル ね ぢ				梯 形 ね ぢ				3 重 梯 形 ね ぢ			
	A		J		A		J		A		J	
	C μ	差 μ	C μ	差 μ	C μ	差 μ	C μ	差 μ	C μ	差 μ	C μ	差 μ
(39)	-2.09	—	-2.29	—	-39.66	—	-49.60	—	-0.6351	—	-0.7822	—
(45)	-2.06	-0.03	-2.32	+0.03	-39.38	-0.28	-50.00	+0.40	-0.6304	-4.7	-0.7888	+6.6
(46)	-2.18	+0.09	-2.18	-0.11	-44.21	+4.55	-44.21	-5.39	-0.7030	+67.9	-0.7030	-79.2

メートルねぢ及びウィットウォースねぢでは正確な式(39)と近似式(45)(46)の計算結果の差は極めて小さく、最良直径の補正值は式(45)(46)で計算して十分であり、特に d_0 は第IV章A3により厳密な寸法を與へる必要はない(併し勿論 F の計算には d_0 の正確な實際値を用ひなければならぬ)。

1 重梯形ねぢに於いては厳密に言つて式(45)を用ひ得るのみである。併し第IV章A3に示された如く d_0 に 5μ の誤差があれば、 F には $\delta\alpha/2=1$ 分に付き僅か 0.02μ の誤差を生じ、 $\delta\alpha/2=4$ 分に對しては約 0.1μ となるか

ら、式(46)を用ひても十分である。但し F 及び c の計算には勿論測定片の直径の正確な値を代入しなければならぬ。

同じ假定($\delta\alpha/2=4$ 分)の下で3重梯形ねぢに於いては式(45)を用ひた場合の F の誤差は約 0.1μ であるが、式(46)を用ひたときは 1.2μ となるから、式(45)は使用しない方がよい。尙詳細なことは第VIに於いて述べる。

2. 非 對 稱 輪 廓

式(42)に於いて(42) $B=1$ とし、更に $m'=F'$ と置くならば近似式が得られ、その結果は次の如くである。

$$c' = -\frac{1}{2n} \cdot \frac{h'^2}{\pi^2 \cdot m'^2} \frac{\cos^2 \alpha_1 \cdot \cos^2 \alpha_2 \cdot \sin \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) \cdot \cos \frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_2) \cdot A}{\cos^4 \frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_2)} \dots\dots\dots (47)$$

$$c' = -\frac{1}{2n} \cdot \frac{h'^3}{\pi^2 \cdot F'^2} \frac{\cos^2 \alpha_1 \cdot \cos^2 \alpha_2 \cdot \sin \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) \cdot \cos \frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_2) \cdot A}{\cos^4 \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2)} \dots\dots\dots (48)$$

$$\text{但し } A = 2 \tan \alpha/2 + \cot(\alpha_1 + \alpha_2) - \frac{1}{2} \tan \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) + \frac{1}{2} \tan \frac{1}{2}(\alpha_2 - \alpha_1)$$

$$\mp \frac{1}{2} \frac{d}{m'} \cdot \cos \alpha_2 \text{ 或は } \mp \frac{1}{2} \frac{d}{F'} \cos \alpha_2$$

従つて鋸ねぢ 22×8 に對しては

式	A		J	
	c'	差	c'	差
(42)	-52.53	—	-85.16	μ
(47)	-49.20	-3.33	-92.91	+ 7.75 μ
(48)	-63.11	+10.58	-68.91	-16.22 μ

2 つの部分ねぢ山角の誤差の影響は $1.56(d-d_0) \times \delta\alpha_1$ 及び $1.80(d-d_0'') \delta\alpha_2$ であるから、 $c'=16\mu$ ($\delta\alpha_1=\delta\alpha_2=4$ 分と假定した)は F' に對して $3.36 \times 0.016 \times 4 = 0.2\mu$ の誤差を生ずる。従つて式(47)及び式(48)は何れも c' の計算に使用できる。(未完)