セル構造化幾何モデルとそのモデリングシステム*

金井 理** 田中文基** 岸浪建史*** 斎藤勝政***

Cell-Constructed-geometric-Model (CCM) and Its Modelling System

Satoshi KANAI, Fumiki TANAKA, Takeshi KISHINAMI and Katsumasa SAITO

The Cell-Constructed-geometric-Model (CCM) is proposed as a new conception for the data representation of geometric model. The CCM consists of three-dimensional array of some finite Cells. The Cell means a unit volumetric solid bounded by six curved surfaces, and is regarded as an extended idea of bi-cubic parametric surface interpolation to a tri-cubic one. The interpolative method of the CCM is a rational cubic Bézier's. Therefore, with the CCM, it is possible to represent a closed volumetric solid bounded by some analytic surfaces and sculptured surfaces using the same data structure. This paper describes the mathematical formulation and the internal data structure of the CCM. Then the application of the CCM to the geometric model for CAM system, Finite-Element-Analysis, and calculation of weight and volume of a solid, are considered. Finally, developed geometric modelling system and methods of modelling to make the CCM interactively are described, and a modelling example of the CCM is shown.

Key words: Cell-Constructed-geometric-Model (CCM), CAD/CAM, geometric model, cell decomposition, rational parametric interpolation, Bézier surface, sculptured surface, geometric modelling system, Finite-Element-Analysis

1. 緒 言

CAD/CAM システムの発達と共に、立体形状を計算機上にどのようなモデルで表現するのかに関する研究は盛んに行われている^{1)~3)}。3次元の立体を計算機内部に表現するソリッドモデリングの技術には、大別して B-Rep. と CSG の2つがある。B-Rep. 表現では、主として形状の位相構造の表現が主体となり、取り扱う面としては解析的な平面や2次程度の曲面に重点がおかれており、形状の表示などは容易であるが、有限要素法など立体の内部を取り扱う解析への応用は難しい。一方、CSG 表現では、基本的な立体とそれらの集合演算の関係を記憶することにより、少ないデータ量で形状が表現できるが、表示や加工の工具経路発生など形状表面のデータを取り扱う処理には、時間がかかる。さらに両者とも、金型などの工業製品などによく現れる自由曲面を含む形状の表現には問題があるため、自由曲面を許容するソリッドモデルの研究も課題の1つである⁴⁾。

一方、自由曲面のみで構成されるモデルの設計、加工などの分野では、この流れとは別に、早くからパラメトリックな補間に基づく自由曲面モデルが一般的に用いられてきた。しかし、これらのモデルは、境界面のみは完全に表現できるが、境界を自由曲面で囲まれた閉じた立体を表現することは困難である。

本報は、3次元形状を完全にパラメトリックに表現可能な新しい形状モデルとしてセル構造化幾何モデル (Cell-Constructed-geometric-Model, 以下 CCM と呼ぶ) を提案する。本モデルは、自由曲面で用いる2つのパラメータによるパラメトリック補間の概念を、3つのパラメータによる補間へ拡張することにより、自由曲面で囲まれた立体の内部を含め完全に記述することができる。本研究においては、2パラメータ補間の曲面パッチに相当する3パラメータ補間で得られる空間内の基本立体をセル(Cell)と名付ける。本モデルは、この Cell を空間に互いに接した状態で3次元的に配列させることにより、所望の形状を表現するモデルである。さらに、本モデルの基本となる補間式として、有理3次 Bézier 補間を採用することにより、平面、2次の解析的曲面、自由曲面で囲まれた立体を精度良く同一のデータ構造で取り扱える。

3パラメータによる立体の補間の基本概念の提案に

* 原稿受付 昭和60年6月27日、昭和60年度精機学会春季大会学術講演会(昭和60年3月27日)にて発表

** 学生会員 北海道大学大学院(札幌市北区北13条西8丁目)

*** 正会員 北海道大学工学部

についてはいくつかの報告があるが^{5)~8)}、実際のモデリングシステムを開発した例は少なく、さらに有理パラメトリック補間に基づく試みは、これまでほとんどされていない。

本報では、提案するセル構造化幾何モデルの基本的な概念とデータ構造、ならびに本モデルの特徴、さらに、筆者らが開発したCCMを作成するモデリングシステムとそのモデリング手順を明らかにし、モデリング例を示す。

2. セル構造化幾何モデル (CCM)

2.1 CCM の概念とセルの表現

セル(Cell)とは、2パラメータ u, v に対応した有理3次 Bézier 曲面パッチの補間の概念を、3パラメータ u, v, w での補間へ拡張して得られる実空間内の立体である。セル構造化幾何モデル (CCM) とは、図1のように、このCellを3次元空間へ積木状に互いに接した状態で配列し形状全体を表現するモデルである。また逆に、形状が個々のCellに分解されているとも考えられる。

1つのCellの形状は、図1のように64個の制御点、及び $u-v-w$ パラメータ空間から実空間への写像である式(1)の補間により定義できる。

$$P(u, v, w) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 \sum_{k=0}^3 B_{i3}(u) B_{j3}(v) B_{k3}(w) P_{ijk} \quad (1)$$

ここで、 $P(u, v, w)$ はCell内部及び表面上に存在する補間された点の4次元同次座標であり、式(2)で与えられる。

$$P(u, v, w) = (hP_x, hP_y, hP_z, h) \quad (2)$$

なお、 (P_x, P_y, P_z) はこの補間された点の通常座標であり、 h はその重みである。また、式(1)における P_{ijk} は、このCellを定義する各制御点の同次座標であり、式(3)で与えられる。

$$P_{ijk} = (h_{ijk}P_{ijkx}, h_{ijk}P_{ijk y}, h_{ijk}P_{ijk z}, h_{ijk}) \quad (3)$$

ここで、 $(P_{ijkx}, P_{ijk y}, P_{ijk z})$ は制御点の通常座標であり、 h_{ijk} は制御点 P_{ijk} の重みであり正の実数である。又、 $B_{n3}(t)$ 、 $(n=0\sim3)$ は、3次のBernstein基底関数であり、式(4)で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} B_{03}(t) &= (1-t)^3 \\ B_{13}(t) &= 3t(1-t)^2 \\ B_{23}(t) &= 3t^2(1-t) \\ B_{33}(t) &= t^3 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

1つのCellは、6枚の境界面、12本の境界線、8個の頂点を持つが、これらをそれぞれFace, Edge, Vertexと定義し、またVertex以外の制御点をControl-pointと定義する。従って、CCMは複数のCellがFace, Edge, Vertex, Control-pointを互いに共有しながら結合していることになる。

式(1)において、パラメータ u, v, w のうちの1つを0または1に固定するとCellの各Faceを定義する補間式が得られる。例えば $w=0$ のFaceは式(5)の形になる。

$$P(u, v, 0) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 B_{i3}(u) B_{j3}(v) P_{ij0} \quad (5)$$

このFaceは有理3次Bézier曲面となる。有理3次Bézier曲面は、自由曲面ばかりでなく、曲面の制御点の座標と重みの設定により平面、及び円筒面、球面などの2次解析曲面を表現できる。この場合の制御点の計算には、文献11)で述べられている“Skinning”の手法を用いている。このように、CCMの境界面は、これらの曲面の集合体として表現される。図2に、制御点を色々と設定した時のCCMの形状の例を示す。

2.2 CCM のデータ構造

CCMが計算機上でどのようなデータ構造で表現されているかを図3に示す。データは、基本的に形状の位相データと幾何データの2つに分けられる。

位相データとしては、各Cell, Face, Edgeなどの要素の存在個数を示す部分、 u, v, w 方向のCellの配列の先頭のCellと最後尾のCell番号へのポイントであるCellフレーム、Cell同士の隣接関係及びCell-Face-Edge-Vertex-Control-pointの結合関係を表すポイントがある。幾何データは、Face, Edgeの形状を示す属性値データと、各Vertex, Control-pointの同次座標データである。

このような、ポイント構造により、各Cell, Face, Edge, Vertex, Control-pointごとの位相データの操作が可能となる。

Fig. 1 The concept of CCM

Fig. 2 Examples of CCM

Fig. 3 Data structure of CCM

2.3 CCM のデータ構造の特徴

提案する CCM は、以下に示す特徴をもつ。

- (1) 3次元の立体を完全にパラメトリックに記述できる。従って、CCM は、形状の有界性、座標変換に対する不変性を有する。
- (2) モデルの形状表面は、すべて有理3次 Bézier 曲面で記述されている。従って、CCM の各 Face は、円筒面、円すい面、球面、トーラス面などの2次の解析的な面はもとより、3次 Bézier 曲面も同一のデータ構造で取り扱え、多面体近似のよう

なデータ構造に比べて形状精度上の問題はない。

- (3) CCM では、局所的位相構造だけでなく、全体の位相構造を Cell の3次元配列のデータとして持っている。従って、モデル作成の面からみれば、既存の CCM への新しい Cell の追加や、CCM からの Cell の削除など Cell 単位での形状操作を行う限りにおいて、形状データ内部に矛盾を生ずることなくモデリングが可能である。

以上のような CCM の特徴を考慮した場合、次に述べるような応用に利点があると思われる。

(1) 加工の形状モデルとしての応用

CCM を、CAD と CAM のインタフェースとしてのモデルに利用することを考える。

まず第一に、工具経路の NC データ作成の場合は、切削工具をモデルの表面上に接しながら移動させる処理が必要になる。CCM では、既にモデルの全表面はパラメトリックな有理3次 Bézier 曲面で覆われているため、すべての表面上の点の座標値及び面法線ベクトルは、曲面のパラメータに対して陽に求めることができる。従って、工具の中心点座標は、このパラメータの移動に対応させて連続的に計算できる利点がある。

また第二に、CAM における現実的な工程設計を考

Fig. 4 Structure of CCM modelling system

えるならば、重要となるのは個々の面のデータよりも、むしろ加工工程を考慮し同一工具、同一手順内で加工できる面の集合であるといえる。CCM では、全体的な位相構造が Cell の 3 次元配列の形で記述されている。従って、モデルの境界面上に存在する加工すべき Face は、Cell 同士の隣接関係より容易に抽出でき、さらにそれらの Face は、パラメータ u が一定の面 (v - w 面)、 v が一定の面 (w - u 面)、 w が一定の面 (u - v 面) の 3 つに位相的なデータのみから区別がつくため、あるパラメータが一定の Face でモデルの境界面上にある Face 同士のグループ化は、容易に自動的に行える。さらにこれらのグループ同士の結合や分割操作は、データ構造上容易に行えるため、CCM は、加工に適した面の集合の作成処理に適したモデルであるといえる。

(2) 有限要素解析への応用

有限要素法のモデルにおける 3 次の 6 面体要素と CCM の Cell とは、位相構造的また幾何的な類似性があり、CCM から有限要素解析のモデルへの変換は、比較的容易である。また後に述べる CCM モデリングシステムそのものを、高次の形状関数をもつ要素からなる有限要素解析のモデルを作成するプリプロセッサとして利用できると考えられる。

(3) 形状の体積・重量の計算への応用

CCM は、全体形状が個々の Cell に分割されているため、Cell ごとの体積、重量などを、全体の Cell にわたって加算することにより、モデル全体の体積、重量の計算が可能である。1 個の Cell は、内部も含めてパラメトリックに補間されているため、Cell をさらに微小な Cell に再分割するのは容易に行える。この微小 Cell の体積を、例えば平行 6 面体などで近似することで計算できる。Cell の再分割の密度は調整できるため、計算精度をある程度任意に設定できるといえる。

3. CCM モデリングシステム

本研究では、図画などで与えられた情報をもとに、要求形状の CCM を、グラフィックディスプレイと、タブレットを用い対話的に作成してゆくモデリングシステムを開発した。

本モデリングシステムの内部構成を図 4 に示す。すなわち、システムは、指示されたコマンドを解釈し必要なルーチン呼び出す制御部、対話処理のためのインタフェース部、CCM データマネージメントルーチン部、Cell や Face の補間、座標変換、曲面と曲線との交点計算、カノニカルフォーム発生などを行う内部ユーティリティ部などから構成されている。CCM の新規作成や部分修正、削除などの形状操作でシステムが CCM データにアクセスする部分は、CCM データマ

(a) Flow chart of CCM modelling process

Modelling operation		1st stage	2nd stage	3rd stage
Topological data change	Cell frame change	Cell frame divide		
	Cell existence change	CCM created from canonical-form	Cell joint Cell delete	
Geometric data change				Cell change Vertex & C.p change Vertex & C.p transform

C.p : Control-point

(b) Modelling operation of CCM

Fig. 5

ネージメントルーチンを通じて行われる。このルーチンは、いったん CCM データのコピーをワーキングエリアへ移し、このエリア上で形状操作を行い、モデリングの誤操作などにより、プログラム側が直接 CCM のデータ構造を破壊してしまうことを防いでいる。

次に、CCM のモデリングの手順を説明する。図 5

(a) にその手順のフローチャートを示すが、これは大きく 3 段階に分けられる。その各段階において、どのようなモデリングの操作があるかを図 5 (b) にまとめた。第一段階は、位相データの中の Cell の配列すなわち Cell フレームを定め、第二段階では、位相データ内の Cell の存在、非存在を定め、第三段階では、幾何データのみを変更する。各操作において、 $u-v-w$ パラメータ空間とそれに対応した実空間の形状の具体例を図 6 (a)~(c) に示す。

第一段階は図 6 (a) に示すように、CCM の位相構造並びに CCM の Cell の個数を変える。この中には、円筒、円すい、球などのカノニカルフォームの CCM を、各寸法と Cell 分割の個数を指定して発生させる操作がある。この操作では、位相データと幾何データが同時に定義できる。又、全体の幾何形状を保存したまま、1 個の Cell を 2 個に分割し、Cell 個数を増加させる操作もある。

第二段階は図 6 (b) のように、Cell の実体が存在するかないかを变化させる。実体の存在しない Cell をダミー Cell と呼ぶ。この操作には、ダミー Cell を実体のある Cell に変化させ、新しい Cell を CCM の一部へ付加する操作と、逆に、CCM 内の実体のある Cell をダミー Cell へ変化させ、この Cell を CCM 内から取り除く操作の 2 つがある。

第三段階は図 6 (c) のように、CCM の位相構造と Cell の存在には変化を与えず、幾何データのみを变化させる。この操作は、主に CCM の細部の幾何形状の修正に使われる。

ある Cell を形状の異なる Cell へ取り替える操作や、Vertex, Control-point の同次座標を変えて Cell の表面を变化させる操作、さらに CCM の 3 次元座標変換が含まれる。なお、この段階で Face, Edge の属性値は、自動的に計算される。

上述したモデリングの操作を順次組み合わせること

	Parametric space $V \begin{matrix} \uparrow W \\ \leftarrow U \end{matrix}$	Object space $Y \begin{matrix} \uparrow Z \\ \leftarrow X \end{matrix}$
CCM create from canonical form		
CCM frame divide		

(a) Operation with change of Cell frame

	Parametric space $V \begin{matrix} \uparrow W \\ \leftarrow U \end{matrix}$	Object space $Y \begin{matrix} \uparrow Z \\ \leftarrow X \end{matrix}$
Joint Cell in CCM		
Delete Cell		

(b) Operation with change of Cell existence

Cell change		
Vertex and control-points change		
Vertex and control-points transform		

(c) Operation with geometric data change

Fig. 6 Relationship between parametric space and object space in CCM modelling

により要求形状の CCM の生成が可能となる。図 7 (a) ~ (f) に、CCM のモデリング過程の一例を示す。(a) から (d) までで位相データの操作を行い、(e) から (f) は幾何データのみでモデリングされている。

なお、このシステムのプログラムは、FORTRAN で組まれており、Cell の個数は約 2000 個まで許容する。使用計算機は、VAX-11/730 であり、対話処理のためラスタスキャン型カラーディスプレイとタブレットを用いている。

4. 結 言

立体をパラメトリックに表現できるモデリングの 1 形態として、有理パラメータ補間に基づくセル構造化幾何モデル (CCM) を提案し、解析的な面と自由曲面が混在する立体形状を同一のデータ構造で取り扱えることを示し、さらに、CCM が形状モデルとして有効に利用できる応用例をいくつか述べた。また、形状の CCM を作成するモデリングシステムを開発し、CCM のモデリングのための手法を提案し、所望の形状のモデル化が可能であることをモデリング例を示して明らかにした。

参 考 文 献

- 1) A. G. Requicha : Representations for Rigid Solids: Theory, Methods, and Systems, Computing Surveys, **12**, 4, (1980) 437.
- 2) 沖野教郎：自動設計の方法論，養賢堂 (1982) 90.
- 3) 木村文彦：CAD/CAM システム構築のための基礎技術，情報処理，**24**, 1 (1983) 17.
- 4) H. Chiyokura & F.

Fig. 7 Example of CCM modelling process

- Kimura: Design of Solids with Free-form Surfaces, Computer Graphics, 17, 3, (1983) 289.
- 5) E. L. Stanton et al.: A Parametric Cubic Modelling System for General Solids of Composite Material, Int. J. Numerical Methods in Engg., 11, (1977) 653.
 - 6) R. Rerucchio et al.: Interactive Computer Graphic Processor for Three-dimensional Finite-Element-Analysis, Int. J. Numerical Methods in Engg., 18, (1982) 909.
 - 7) G. Lindholm: Dimensions of Models and Vector Spaces in CAD Systems, PROLAMAT 82, (1983) 97.
 - 8) M. S. Casale et al.: An Overview of Analytic Solid Modeling, IEEE Trans. C. G. & Appl., 5, (1985) 45.
 - 9) 山口富士夫: コンピュータディスプレイによる形状処理工学 [11], 日刊工業新聞社 (1982) 179.
 - 10) I. D. Faux & M. J. Pratt: Computational Geometry for Design and Manufacture, John Wiley & Sons, New York, N. Y., (1979) 218.
 - 11) W. Tiller: Rational-B-splines for Curve and Surface Representation, IEEE Trans. C. G. & Appl., 3, 6, (1983) 61.
 - 12) S. Kanai et al.: Development of an Interactive CAM System Based on Cell-Constructed-geometric-Model, 16th CIRP Int. Seminar on Manufacturing Systems, July (1984) 137.

編集後記

昨年より編集委員として参画させていただいてから1年がたちます。編集責任者としての仕事は今回の小特集が初めてです。新製品開発に関する話は、公共研究機関、企業など立場が異なっても多くの会員の皆様にとり興味のあるテーマで、また、特集として取り上げるのも初めてでした。それだけに、編集委員の期待も大きいものでしたのでいささか考え込むこともありました。開発のきっかけ、利用または修得技術、立上がり時の問題とその解決、企業の規模など様々の要因による経営ポリシーの違いなど新製品開発にかかわる話題は数多くありましよう。企業の重要な位置を占めるこのテーマは、技術的な側面はもちろんのこと、具体的には記述できないことが多くあるもので、どのような内容の記事を書いていたいただけるのかも気がかりなこ

とでした。そして、学会誌として、一般誌にありがちな単なるサクセスストーリーや概念論にならないように、かといって退屈にならないように、様々に考えました。皆様のおかげでまずまずの成功をおさめたと自負しています。

前期の編集委員長の方野先生には、最も難題となりそうな所を、そして、事実そうだったところを最後の思い出にとばかり押しつけさせていただきましたが、例によって極めてエネルギーに解決していただきました。他の編集委員にも極めて活動的に助けていただけました。ありがとうございました。

学会誌は、編集委員や執筆者、読まれる方々と共同して作り上げるものだ実感しています。この小特集が会員の方々にも、また、ご多忙中にもかかわらず快く引き受け、貴重な時間をさいて頂いた執筆者の方々にもお役にたつことを願ってやみません。

(天沼光太郎)