振動を利用したねじ締結に関する研究 (第3報)*

—振動締結されたねじのゆるみ試験—

堀 隆 一** 石 川 憲 一** 横 山 恭 男***

Study on Vibration Screw Tightening (3rd Report)
—Self-loosening Test by Means of Vibration of Fastened Joints—

Ryuichi HORI, Ken-ichi ISHIKAWA and Yasuo YOKOYAMA

This paper reports the two experiments which evaluate the reliability of screw tightening for fastened joints. One is the self-loosening test under transverse vibration and the other is the loosening torque test. In the self-loosening test under transverse vibration, loss of axial tension per one cycle is investigated. The loosening torque ratio is studied in loosening torque test. Some experimental results have been obtained using a newly made loosening tester under several experimental conditions. With the two tests, the reliability of screw tightening by means of vibration is compared with the conventional screw tightening using a DC servo-motor. From the results of these experiments, it has been found that with vibration a screw becomes tight due to the increase in axial tension and the coefficient of static friction at the end of screw tightening. Furthermore, with these self-loosening tests it has been confirmed that screw tightening using vibration is more reliable.

Key words: screw tightening, torsional vibration, transverse vibration, loss of axial tension, loosening torque, loosening torque test

1. ま え が き

振動を利用したねじ締結技術に関し、直流サーボモータを用いた定速締付けにねじり振動を重ねた振動締結を行い、締付け途中での振動による摩擦係数の等価的減少効果や繰返し締付けによって、トルク係数は減少し、そのばらつきも安定化されることがわかった¹⁾。ねじ締結では、締結体としての機能を十分に発揮し得る軸力を保持し、いかに精度良く締め付けることができるかがねじ締結体の信頼性にとって重要である。

ねじのゆるみはボルトとナットとが相対的に回転することによって生ずるものと考えられ、ボルトの軸直角方向振動によるねじのゆるみは、Junker が初めて研究し、ゆるみ機構とゆるみ試験方法を示した²⁾³⁾。山本らは、ねじのゆるみ機構を解明してゆるみ量を理論的に解析し、いろいろな場合におけるゆるみ止め性能について研究した^{4)~6)}。

本研究では、ユニカー式のねじのゆるみ試験機を製作し、定速締付け及び振動締結されたねじ締結体の軸直角方向振動によるゆるみ試験やゆるめトルク試験を行い、振動締結と定速締付けとを比較し、検討した。

2. 実験装置及び方法

軸直角方向振動によるゆるみ試験を行うに際して、まずねじ面の静摩擦係数及び座面の動摩擦係数を測定した。このとき用いる実験装置を図1に示す。使用するねじは表1に示すものと同一である。ボルト・ナットの締結は、前報で述べた振動ねじ締結装置を用いた。この装置では直流サーボモータによって定速回転を与えて定速締付けを、さらにこれにねじり振動を重ねさせて振動締結を行った。締結時の設定軸力を11760 Nとし、その許容範囲は±10%以内である。ねじ面の静摩擦係数は供試ボルト①を締結後、ボルト頭部をハンドル③で固定し、ゆるめる方向にハンドルを回して、そのときのトルクを測定した。座面の動摩擦係数はボルト頭部を固定しないで、同様な方法で実験を行い、そのときのトルクを測定した。この場合、円すいころ軸受④のスラスト荷重に対する起動トルクを減じ、ボルトに作用するトルクを求めた。

* 原稿受付 昭和60年2月27日。昭和58年度精機学会春季大会学術講演会(昭和58年3月28日)にて発表

** 正 会 員 金沢工業大学(石川県金沢南局区内野々市町扇が丘7-1)

*** 正 会 員 金沢大学工学部(金沢市小立野2-40-20)

Fig. 1 Experimental apparatus for measurement of coefficient of friction

軸直角方向振動によるねじのゆるみ試験装置を図2に示す。本試験装置の基本的構造は、ユンカー式のゆるみ試験機に基づいている。このゆるみ試験機の仕様は、(i) 加振振動数 100~200 cycle/min, (ii) 全振幅 1~4.5 mm である。ねじ締結に際しては、直流サーボモータを利用した振動ねじ締結装置を用いた。この装置で締結された1組のボルト・ナット締結体を、本試験装置に取り付けた。加振方法は減速機付き 1.5 kW ギャモータ①を用いて、タイミングベルト伝導によって偏心量 0.75 mm の偏心軸②を駆動させた。この偏心軸に種々の偏心を有する偏心ブシュ③を取り付け、両者の組合せ角度を変えることによって、外力測定用ロードセル⑤で保持された振動板④の全振幅を調整した。振動板と固定板⑥との間に、減摩のためにニードルローラベアリング⑦を2列に配列し、図2に示す

Table 1 Experimental conditions

Tightening velocity	1-20 rpm
Tightening torque	19.6 N・m
Tightening turn angle	30-100 deg
Frequency of torsional vibration	0-40 Hz
Amplitude of torsional vibration	0-2 deg
Vibration velocity	100-200 cycle/min
Total amplitude	1-4.5 mm
Lubricants	Spindle oil Machine oil # 46 Machine oil # 680 Grease NP-7 MoS ₂ Solid lubricant
Bolt	Hexagon socket head cap screw (M 8)
Nut	Hexagon nut
Washer	Plain washer

Dimensions of bolt-nut assemblies

ように左右に往復運動させた。このときのボルト⑨の軸直角方向に作用する振動変位を、振動板の右端に設置した差動トランス式変位計のピックアップで検出した。軸力は軸力検出器⑧に貼られたひずみゲージによって検出した。この軸力低下の変化及び振動板の全

Fig. 2 Mechanism of loosening test apparatus

Table 2 Experimental conditions

Tightening torque T_v	19.6 N·m
Frequency of torsional vibration f	28 Hz
Initial amplitude of torsional vibration for tightening θ_i	1.5 deg
Final amplitude of torsional vibration for tightening θ_o	3.0 deg
Lubricants	Spindle oil Machine oil # 46 Grease NP-7
Bolt	Hexagon socket head cap screw (M 8)
Nut	Hexagon nut
Washer	Plain washer

振幅を同時にペン書きレコーダに記録した。軸直角方向振動によるゆるみ試験の実験条件及びボルト・ナット締結体の各部寸法を表 1 に示す。

ゆるめトルク試験には、前報で述べた振動ねじ締結装置を用いた。締付けトルク 19.6 N·m で締結した後、ゆるめる方向にトルクを作用させる。このときの締付けトルク及び軸力を連続的にペン書きレコーダに記録し、軸力が低下し始めるゆるめトルク T_l を検出した。ゆるめトルク試験方法は、(i) 定速締付け後定速ゆるめ、(ii) 振動締結後定速ゆるめの 2 種類とした。ゆるめトルク試験の実験条件を表 2 に示す。

実験にあたって、試験用ボルト、ナット及び座金を超音波洗浄器で洗浄後、石油ベンジンで油脂などを除去し、常温で十分乾燥させたものを無潤滑とし、潤滑条件では、これに潤滑油剤を薄く均一に塗布した。試験用ボルトは同一ロットで製造されたものを用い、同一実験条件で 5 本ずつ使用した。

3. 実験結果及び考察

3.1 ねじ面及び座面の摩擦係数

図 1 に示す実験装置を用いて、設定軸力 P に締結されたボルトをゆるめるに要するトルク T_s を測定し、次式によってねじ面の静摩擦係数 μ_s を求めた。

$$T_s = (d_p/2) \cdot P \tan(\rho + \beta) \quad (1)$$

次に、座面の動摩擦係数 μ_k は、設定軸力 P に対するトルク T_k を測定し、次式より求めた。

$$T_k = (d_p/2) \cdot \mu_k P \quad (2)$$

ここで、 T_s , T_k : 測定トルク, P : 設定締付け軸力, ρ : 摩擦角, β : リード角, d_p : ねじの有効径, $\mu_s (= \tan \rho)$: ねじ面の静摩擦係数, μ_k : 座面の動摩擦係数

Fig. 3 Record in loosening test ($N_0 = 100$ cycle/min)

である。振動締結では設定軸力 P_v に締め付けられた場合、上式の P , μ_s 及び μ_k を P_v , μ_{sv} , μ_{kv} に置き換えることによって求められる。本実験では、定速締付けのとき $\mu_s \approx 0.35$, 振動締結のとき $\mu_{sv} \approx 0.40$ となった。次に、座面の動摩擦係数を求め、それぞれ $\mu_k \approx 0.23$, $\mu_{kv} \approx 0.24$ が得られた。この結果、振動締結では静摩擦係数が増大することがわかった。

3.2 軸直角方向振動によるゆるみ試験

図 2 に示す実験装置を用いて、軸直角方向振動によるゆるみ試験を行った。全振幅 $S = 3$ mm における試験記録例を図 3 に示す。ねじのゆるみの特性を評価する方法として、図 3 より、軸力 P の 10 サイクルごとの減少量を測定し、振動 1 サイクル当たりの軸力低下 δ を、次式より求めた。

$$\delta = (P - P')/10 \quad (3)$$

ここで、 P は試験開始後 10 サイクル後の軸力であり、 P' は振動 20 サイクル後の軸力の値である。

まず最初に、軸力低下に及ぼす振動速度の影響について検討した。振動速度を 100~200 cycle/min の範囲で軸力低下を測定したが、本実験の範囲内では振動速度の依存性は認められなかった。そこで、以後振動速度は 100 cycle/min として、表 1 に示した実験条件で実験を行い、振動締結の結果を定速締付けと比較し、検討した。

現在、軸直角方向振動によるゆるみ機構が明らかとなり⁵⁾、ゆるみ止めのないボルト・ナット締結のゆるみの特性の評価値として、ゆるみが生じ始める全振幅 S_c を式 (4) を用いて求めた。次に、振動 1 サイクル当たりの軸力低下を、ナットのねじ面におけるボルトねじ山に作用する外力と接触面の摩擦力とは常に釣合するという考え方にに基づき、式 (5) によって 1 サイクル当たりの軸力低下 Δ を計算した⁶⁾。

$$S_c = 2IP \{ l(1/3EI + K) \mu_k - (1/2EI + K) \cdot L/4 \cdot \mu_s / \cos^2 \alpha \} \quad (4)$$

$$\Delta = 2 \cdot K_a \cdot P \cdot \sin \beta \cdot \tan \beta / K_u \times (1 - e^{-L/2 \cdot i \cdot \omega_1}) (1 - e^{-\omega_2(S - S_c)}) /$$

$$(1 - e^{-L/2 \cdot i \cdot \omega_1 \cdot e^{-\omega_2(S - S_c)}}) \quad (5)$$

式(5)中の ω_1, ω_2 は次式によって表される。

$$\begin{aligned} \omega_1 &= K_u / (\mu_s \cdot P) \\ \omega_2 &= (d_p / d_w)^2 \cdot K_u / (\mu_h \cdot P) \end{aligned} \quad (6)$$

また、上式で振動締結の場合、 S_c, P, μ_h, μ_s を、それぞれ $S_{cv}, P_v, \mu_{hv}, \mu_{sv}$ で表すことができる。

ここで、 l ：ボルトのはめあいねじ部の中点からボルト頭部座面までの距離、 P ：軸力、 E ：縦弾性係数(=206 GPa)、 I ：ボルトねじ部の断面二次モーメント(= $\pi d_p^4 / 64$)、 d_p ：ねじの有効径、 d_w ：ナット座面の平均直径、 K ：ボルト頭部座面の傾き角が作用モーメントに比例するとみなしたときの比例定数、 L ：ナットの長さ、 μ_s, μ_{sv} ：ねじ面の静摩擦係数、 μ_h, μ_{hv} ：ナット座面の動摩擦係数、 α ：ねじ山の半角、 β ：ねじのリード角、 i ：ボルトに軸直角方向外力が作用したときの傾き、 K_a ：ボルト軸方向のばね定数、 K_u ：ボルトのねじりばね定数である。表1に示したボルトの軸方向のばね定数及びねじりばね定数の値は計算して求め、それぞれ $1.74 \times 10^2 \text{ N}/\mu\text{m}$ 、 $3.3 \times 10 \text{ N}/\mu\text{m}$ である。式(4)に示した比例定数 K は、試験用ボルトを $9.8 \times 10 \text{ N}$ に締め付け、図2のタイミングプーリを手回して駆動させ、振動1サイクルの振動変位と振動板に作用する外力との関係をX-Yレコーダに記録し、この実測した記録より求めた。

無潤滑下の全振幅と軸力低下との関係を、図4(a)、(b)に示す。図中の S_c, S_{cv} は3.1節で得られた摩擦係数の値を式(4)に代入して求め、実線で示す軸力低下は式(5)によって求めた計算結果である。両図に示すように全振幅が小さい間は軸力低下は理論的には零であり、ゆるみが生じ始める全振幅の臨界値 S_c, S_{cv} を境にして軸力低下が急激に生じ、臨界値以後では座面の動摩擦係数に依存してほぼ一定になる傾向をもつことがわかる。実験値にはねじ面の摩擦係数の変動などに起因して多少のばらつきがみられるが、理論計算結果とはほぼ一致する傾向を示している。振動締結では定速締め付けと比較して、締結時の静摩擦係数の増大によって、軸力低下は減少することが明らかとなった。

これらの結果から、軸直角方向振動作用下では、ねじのゆるみ時の静摩擦係数の値がゆるみに及ぼす影響が大きいことがわかった。そこでねじ面の静摩擦係数の変化について検討した。

3.3 静摩擦係数増大のシミュレーション

本節では、振動作用下において、ねじ面の静摩擦係数が増大するかどうかを確かめた。そこで、ねじ面の静摩擦係数の変化を考察するために、図5(a)に示すような平面-球方式のすべり摩擦実験を行った。この場

(a) Relationship between total amplitude and loss of axial tension under constant axial tension

(b) Relationship between total amplitude and loss of axial tension under constant axial tension

Fig. 4

合は、振動締結時の真の静摩擦係数の増大をシミュレーションすることを目的とした。鋼球及び平面試験片の硬度は、実際のボルト及びナットの有する硬度に近似させ、それぞれHV 200, HRC 52とした。平面試験片は研削仕上後、研磨布 #40, #60, #240, #320, #400, #600を用いて、その表面粗さを約 $1 \sim 4.4 \mu\text{m} R_{\text{max}}$ とした。摩擦は乾燥状態とし、試験片を実験前に石油ベンジンで洗浄後十分乾燥させた。このとき用いる実験条件を表3に示す。本研究に用いたボルトのねじ面を表面粗さ形状測定器で測定した結果、約 $1 \mu\text{m} R_{\text{max}}$ であった。そこで、処女面粗さ $1 \mu\text{m} R_{\text{max}}$ の平面試験片について、摩擦面の性状変化を図5(b)に示す。鋼球の1回通過後の平面試験片の十点平均粗さ R_z と静摩擦係数との関係を、図5(c)に示す。無振動下では初期粗さの変化は小さいが、振動作用下では繰返し摩擦作用によって表面粗さが減少し、真実接触面積が増大する結果、静摩擦係数が増大するものと考えられる。このような傾向は、動摩擦係数についても見受ら

(a) Model of measurement of coefficient of static friction under loosening

(b) Surface roughness of plane test piece after experiment

(c) Relationship between surface roughness of plane test piece and coefficient of static friction after experiment

Fig. 5

Fig. 6 Relationship between various lubricants and loss of axial tension

Fig. 7 Relationship between frequency ratio and loss of axial tension

Table 3 Experimental conditions

Steel ball	
Size	φ 8
Hardness	HV 200
Plane test piece	
Size	100×60×10 ⁴ mm
Hardness	HRC 52
Weight W	29.4 N
Frequency f	0, 23.2 Hz
Amplitude a	0, 0.4 mm
Sliding speed v	1.5 mm/s

れる⁷⁾。このように振動作用下では、摩擦面の繰返し作用によるなじみや平滑化とともに、静摩擦係数が増大することが確認できた。このようなことが振動締結のゆるみにくさの要因と考えられる。

3.4 各種潤滑剤と振動締結の効果

トルク法による潤滑下のねじ締結を行い、振動締結と定速締付けとを比較し、検討した。各種潤滑油剤に対する軸力低下が図6に示されている。潤滑下では、無潤滑に対して摩擦面の摩擦係数の減少に起因してゆるみやすくなり、軸力低下は大きくなるものと考えられる。しかしながら、潤滑下においても、振動締結では定速締付けと比較して明らかに軸力低下は小さく、振動締結の効果を示している。

図7に、振動数比 $r (\omega/\omega_n)$ 、 ω ：ねじり振動の円振動数、 ω_n ：ねじり振

Fig. 8 Example of record in case of non-vibration loosening after vibration tightening
 $f=28\text{ Hz}$, $\theta_i=1.5^\circ$, $T_v=19.6\text{ N}\cdot\text{m}$

Methods of loosening torque test
 (i) Non-vibration loosening after motorwrench tightening
 (ii) Non-vibration loosening after vibration tightening
 Fig. 9 Results of loosening torque test

動系の固有円振動数) に対する軸力低下が示されている。振動締結では、ねじ締結時にねじり共振系が形成される。このねじり共振条件下 ($r=1$) において、軸力低下は最小値を示し、顕著な振動効果を呈することがわかる。このことは、ねじり振動系の共振条件下の振動伝達の関係から最大角変位振幅が得られ、かつ繰返し締付けによるなじみ効果などが重畳される結果、軸力の増大と相まって軸力低下は減少するものと考えられる。そして、締結時の角変位振幅が大きい程、その効果は顕著であることがわかる。

したがって、締付け途中での振動によるねじ面及び座面の摩擦係数の等価的減少に起因する軸力の増加に加え、ねじり振動系の共振条件下では、締結時の角変位振幅の増大によって繰返し締付けが効果的に作用する結果、振動締結されたねじはゆるみにくくなることがわかった。

3.5 ゆるめトルク試験

さらに振動締結されたねじの締付性を評価する方法として、ゆるめトルク試験を行った。ゆるめトルク試験記録例を図8に示す。表2に示す実験条件で振動締結後定速ゆるめを行った結果である。ゆるめトルク試験の評価値として、次式に示すゆるめトルク比 T_r を用いた。

$$T_r = (T_l / T_v) \times 100 \% \quad (7)$$

ここで、 T_v ：締付けトルク、 T_l ：ゆるめトルクである。ゆるめトルク試験結果を図9に示す。(i) 定速締付け後定速ゆるめでは、ゆるめトルク比は85~90%である。(ii) 振動締結後

定速ゆるめでは、(i)と比較して振動締結時の軸力の増大とともに、ねじ面や座面のなじみ効果や静摩擦係数の増大によってゆるめトルクが増加することから、ゆるめトルク比が大きくなるものと考えられる。そこで、3.1節で得られた無潤滑下のねじ面及び座面の静摩擦係数 $\mu_s \approx 0.35$, $\mu_w \approx 0.27$ を用いて、(i) の場合のゆるめトルク比は約86%となった。振動締結ではねじ面及び座面の静摩擦係数を $\mu_{sv} \approx 0.40$, $\mu_{wv} \approx 0.32$ とすると、ゆるめトルク比は約114%となり、図9に示す実験値とはほぼ一致することがわかった。このようにゆるめトルクは慣用に締結された場合、一般に締付けトルクの80%程度である⁸⁾ のに対し、振動締結では110~120%となった。以上の実験からも、振動締結によって定速締付けよりも確実に締付けられていることがわかった。

4. む す び

以上の結果より、次の事項が明らかとなった。

- (1) 軸直角方向振動作用下のねじのゆるみは全振幅に依存し、振動締結では定速締付けと比較して、潤滑、無潤滑ともに軸力低下は減少する。
- (2) 振動締結ではねじ面なじみ効果などによって、締結時の静摩擦係数は増大する。このことは、振動締結されたねじのゆるみにくさの要因の1つと考えられる。
- (3) 振動締結では締結時の角変位振幅が大きい程軸力低下は小さく、共振条件下の軸力低下は最小となり、振動締結の効果は顕著である。
- (4) 振動締結ではゆるめトルク比が定速締付けと比較して大きくなることから、振動締結によって確実な締付けができることを明らかにした。

終わりにあたり、本研究に際し、有益なご指導、ご助言を賜りました、東京電機大学教授山本晃先生、並

びに東京工業大学教授吉本勇先生に感謝致します。また、実験にご協力を頂いた当時の金沢工業大学学生齊藤太嘉志、坂口正英の両君に深甚なる謝意を述べてむすびとする。

参 考 文 献

- 1) 堀 隆一, 石川憲一, 横山恭男: 振動を利用したねじ締結に関する研究 (第2報), 精密機械, 50, 9 (1984) 1426.
- 2) G. H. Junker and D. Strelow: Untersuchungen über die Mechanik des selbsttätigen Lösen und die zweckmäßige Sicherung von Schraubenverbindungen (I),

(II), (III), Draht Welt, 52, (1966).

- 3) G. H. Junker: New Criteria for Self-loosening of Fasteners under Vibration, Soc. Automotive Engrs., Jan. 13-17, 1969.
- 4) 山本 晃, 賀勢晋司: 軸直角方向振動によるねじのゆるみに関する研究, 精密機械, 42, 6 (臨時増刊) (1976) 507.
- 5) 山本 晃, 賀勢晋司: 軸直角方向振動によるねじのゆるみに関する研究, 精密機械, 43, 4 (1977) 470.
- 6) 山本 晃, 賀勢晋司, 久保輝芳: 軸直角方向振動によるねじのゆるみに関する研究, 精密機械, 43, 9 (1977) 1069.
- 7) E. Rabinowicz: Friction and Wear of Materials, John Wiley and Sons, Inc., (1965) 62.
- 8) 山本 晃: ねじ締結の理論と計算, 養賢堂 (1977) 89.

ね じ 解 析 研 究 情 況

信州大学名誉教授 両 角 宗 晴
精密工学会名誉会員

ねじ解析関係の研究を続けること40年を越した現在、ねじ解析の研究状況について少し振り返ってみたい。ねじ面の数学的解析およびねじ面の工作と測定などに関する数学的解析をねじ解析と呼ぶが、これはねじ面の形状や—山バイト、単山ねじフライスカッタ、ねじホブ、ねじ研削用砥石およびギヤホブなどによるねじ面や歯車の工作に関する理論およびこれら工具の輪郭の解析理論、さらに三針法によるねじやウォームの有効径測定に関する解析理論などを取り扱い、いずれもねじや歯車の工作と測定の基礎として重要である。

このねじ解析に関する研究は、今からおよそ80年ほど前からヨーロッパにおいてはじめられ、それ以後今日まで多くの研究者により研究されてきた。すなわち1900年にR. S. Ballが剛体のねじ運動や線織ねじ面を純数学的に取り扱った著書“Theory of Screw”を出版し、1907年にはH. H. Jeffcottが“Notes on Screw Threads”を発表し、つづいてE. Stübler, E. Buckingham, E. Wildhaber, G. Berndt, G. A. Tomlinson, W. Vogel, P. Cormacらによりねじ解析関係の論文が次々と発表された。

ちょうど昭和8年10月に我が国に精機協会が創設され、協会誌兼論文集としての「精密機械」第1巻第1号が創刊された。(精機協会は昭和22年に精機学会に、さらに昭和61年1月から精密工学会と改称された。)精機協会初期のころは、前記の外国のねじ解析の研究論文の邦訳が「精密機械」に次々と掲載された。すなわち1934年のW. Vogelの論文の訳「Fingelfräserprofilの解析的計算法」(松南正訳)が第1巻第14号(昭9.11)に掲載され、つづいて1932年のG. Berndtの論文の訳「三針法を以てする非対称断面の際のねじの有効径の決定」(川

上清康訳)が第4巻第5号(昭12.5)に掲載され、さらに前記1907年のH. H. Jeffcottの論文の訳「ねじの理論(資料)」(青木保訳)が第6巻第2号(昭14.2)に掲載され、その後第6巻3, 4, 6, 11号, 第7巻2, 3, 6, 8, 9, 10, 11号, 第8巻4号, 第9巻4号にねじ解析に関する外国文献の邦訳が掲載された。それに伴って我が国におけるねじ解析の研究も次第に活発となり、「精密機械」に掲載された我が国のねじ解析研究論文は、昭和8年から20年までの間に8編, 20年から30年までの間に3編, 30年から40年までに7編, 40年から50年までに1編, 50年から60年までに21編を数えている。しかし最近では、これらねじ解析関係の研究も研究しつくされて、ほとんど終焉状態に近い。精機学会の研究論文の分野は、1955年ころまでは加工技術、精密測定、機械要素などが主流を占めたが、その後、計画、設計、計測、制御、自動化機械生産システム、材料などの先端技術に指向している。私は我が国におけるねじ解析研究の最も盛んな時期に巡り会って、ねじの基礎理論、フライスカッタによるねじの工作、インポリュートギヤホブ、ピニオンカッタ、三針法計算式などのねじ解析的研究を行ってきた。ねじ解析理論には超越方程式が必ず現れるが、手回し計算器時代の昔と違って、現在は電子計算機を用いて超越方程式の根を容易に求めることができる。しかし筆者は以前から級数展開の手法を用いて具体的に根を計算できる近似計算式を求め、ポケット電卓で容易に計算し得る実用式を作ってきた。この際、高い精度の近似式を作るためには微小項を表す項数が増えて、その整理には大変な手間と神経を必要とするので、今後は電算機を用いる数式処理方法により、これら近似計算式の誘導を電算機にやらせる研究を予定している。