プロダクトモデルに基づく幾何学的拘束関係の 記述と寸法処理への応用*

鈴木 宏 正** 木 村 文 彦*** 佐 田 登 志 夫†

Treating Dimensions in terms of Geometric Constraints in Product Models

Hiromasa SUZUKI, Fumihiko KIMURA and Toshio SATA

Integrating CAD/CAM processes is essential for higher productivity and better quality of products. The basis of the integration is to construct a product modeling system where information about products and their production are represented and managed throughout design and manufacturing activities. In this paper, treatment of dimensions is discussed as one of the major problems of the product model construction, since dimensions are significant for product information description. A new dimension description framework is introduced for solid models, based on the idea that dimensions impose geometric constraints on elements of solid models. This dimension description is formalized in the form of first order logic and is utilized for parametric design of solid models. In this design process, the shapes of solid models are parametrically modified by changing dimension values. The basic algorithm of this parametric design consists of 2 major steps; (1) modifying all surface equations of the solid according to the modified dimensions, (2) calculating new curve equations and points of the solid by intersecting those modified surfaces. Details of this algorithm and its illustrative examples are shown.

Key words : CAD, dimension, first order logic, parametric design, product model, production system, solid modeling

1. 緒 言

現在, CAD/CAM システムは, 機械工業においてその設計・生産の合理化, 効率化, 省力化に貢献し, さらに一層の高機能化が求められている。このためには, 設計・生産にかかわる各種作業の自動化技術を研究・開発することと共に, このような自動化システム間で相互に情報の交換・共有を行い, 設計上流で入力・生成したデータを, より下流の場で積極的に利用すること, すなわち, CAD と CAM の統合化が必要である¹⁾。また, より高度な設計生産の自動化を実現しようとするれば, 製品の形状情報を計算機内に持つだけでは不十分であり, 従来図面によって表現・伝達されてきた設計対象の属性・機能に関する情報や, 技術情報, さらに設計者の知識というものも計算機化する必要があ

る。

これに対し, 我々は CAD/CAM システム全体共通の情報基盤として, 統合 CAD/CAM データベースを構築し, そこに概念設計から生産設計にわたって規定される設計対象に関する情報やその生産に必要な情報を組織的に扱うことによって, 前述のようなシステムを実現しようと考えている。このような, 計算機上に組織化された製品の設計生産情報をプロダクトモデルと呼ぶ^{2)~4)}。

設計者は設計や生産設計の各段階でプロダクトモデルを入力し, または参照し, 次第に形成していく。すなわち, 従来の設計・生産設計のプロセスはプロダクトモデルをつくるプロセス, すなわちプロダクトモデリングであり, これを支援する環境がプロダクトモデリングシステムである。プロダクトモデリングシステムは, 設計者にモデリング機能を提供し, 設計者は各自の設計対象のプロダクトモデルを計算機内に構築していく。生産設計者はこのモデルを利用し, 必要に応じて情報を付加し生産情報を生成する。このように, プロダクトモデリングシステムは従来の CAD/CAM シ

* 原稿受付 昭和 60 年 6 月 6 日, 昭和 59 年度精機学会春季大会学術講演会 (昭和 59 年 3 月 25 日) にて発表

** 学生会員 東京大学工学部 (東京都文京区本郷 7-3-1)

*** 正 会 員 東京大学工学部

† 正 会 員 東京大学工学部 (現, 理化学研究所; 和光市広沢 2-1)

システムを包括する概念といえる。

このプロダクトモデルの構成に関して、データベース論的見地から、あるいは設計論的見地から様々な問題点が指摘されている。本研究では、従来製品情報の媒体であった機械図面に現れる寸法のモデル化を行い、それを通じてプロダクトモデルの構築法を考える。現在、形状処理、特に立体モデルに関する研究が盛んに行われているが、寸法は、機械部品形状に対する設計者の意図を表現したものであり、立体モデルはこれを直接に記述する枠組みを持たない。ここでは、寸法を立体モデルの幾何要素（特に面分）に対する幾何学的拘束関係を規定するものとしてとらえ、そのモデル化を行った。またこの寸法モデルにより、立体形状の定義を行い、寸法値を変えることによって形状修正を行うシステムを実現した。このようなシステムは一般にパラメトリックデザインシステムと呼ばれ、類似形状を生成するのに有効である。

まず、本論文では、立体モデルを基礎とした寸法の記述法について述べ、次にそれを利用したパラメトリックデザインシステムの実現法について述べる。

2. 面拘束に基づく寸法記述

機械図面は、様々な製品情報とともに、寸法と輪郭線によって製品の形状を表現している。また、計算機内の形状表現法としての境界表現による立体モデルでは、形状を位相構造と幾何構造によって表現している。この両者の対応を考えると、位相構造は輪郭線によって、幾何構造は輪郭線と寸法により規定されるとみることができる。したがって、寸法は幾何構造、すなわち、点、曲線、曲面等に基づいて表現される。

Hillyard⁵⁽⁶⁾ は、立体を稜線に対応する部材と、頂点に対応するピン結合部からなる骨組み構造としてとらえ、寸法を、その構造を固定するもの（Stiffner：頂点拘束関係）とみなした（Vertex Constraint Method：頂点拘束法）。たとえば図 1 (a) に示すような寸法は、図 1 (b) に示すように、 $P1-P2$ などの頂点間の距離が L であると解釈できる。この頂点拘束法は簡単で、解

Fig. 1 Dimensions constrain geometry of solids in terms of vertex and surface constraints

Fig. 2 Dimensions specified by describing surface relations

析的取扱いに向いている。しかし、そもそも対象を骨組み構造として扱うので、3次元立体に適用しようとすると、寸法による拘束以外に、3次元立体のもつ面による拘束をも記述する必要が生じてしまう。その結果、寸法記述が不必要に複雑化し、3.1節で述べるような問題をもつ。

本研究では、上記のような Hillyard 流の頂点拘束法とは異なる、面拘束法を提案する。それは、“寸法は面の関係を拘束するもの”と考え、面関係に基づく寸法の記述を行うものである。たとえば、図 1 (a) の寸法は、“面 A と面 B が、平行でしかも距離が L である”という幾何学的拘束と解釈する。これを、一階述語論理の整式で、 $DISTANCE(A B L)$ と書くことにする（図 1 (c)）。

図 2 の例でさらに説明を加える。この機械部品は三

```
(PARAMETER LEN RAD THICK)

(CONSTRAINT
  (RAD < LEN)
  (THICK := (LEN * 0.5)))

(RELATION
  X-REFERENCE(XREF)
  Y-REFERENCE(YREF)
  Z-REFERENCE(ZREF)
  DISTANCE(XREF A 0)
  DISTANCE(A C LEN)
  DISTANCE(YREF B 0)
  DISTANCE(E B (LEN * 1.2))
  ROUND(D C E RAD)
  DISTANCE(ZREF G 0)
  DISTANCE(G F THICK))
```

Fig. 3 Surface Relation Description

つのパラメタ LEN, RAD, THICK を持っており、その立体モデルは面 A, B, ..., G で構成されている。図 2 (a) 下方の寸法は、前例と同様に DISTANCE(A C LEN) と書ける。また右上の寸法は、ROUND(D C E RAD) と書く。また、同一の寸法に対して複数の記述の仕方があり、後者に対し“面 D は半径 RAD の円柱面で面 C, E と接する”と解釈し、RADIUS(D RAD) ∧ TANGENT(D C) ∧ TANGENT(D E) とすることもできる。

以上のようにして、図 2 に対しては図 3 のような記述を得る。これを面関係記述と呼ぶ。面関係記述はパラメタ宣言部(図 3 の PARAMETER とある所)と拘束条件部(CONSTRAINT)、面関係部(RELATION)からなる。パラメタ宣言部はこの面関係記述で用いるパラメタを宣言する。次の拘束条件部はパラメタの満足すべき関係式を記す。関係式としては、任意の関数が許されるので、材料強度や質量や慣性モーメントなどの特性を評価する関数も可能である。最後の面関係部に前述した面関係の記述が入る。この例で面関係部の最初の三つの論理式 X-REFERENCE(XREF) 等は、座標系を設定しデータ面となれる各軸方向の平面を定義している。

本論では、円柱面と平面からなる立体を対象とすることにし、いくつかの機械図面を調査し、表 1 に示すような述語群を選択した。さらに複雑な立体を記述するためには、その拡張が必要である。

この面関係記述は、寸法のもつ意味を反映しているので、寸法情報の必要な様々な応用に利用できると考

えられるが、次節では、これを立体モデルの形状修正に利用した例を示す。つまり面関係記述を利用して、寸法を形状定義のパラメタとするものである。

3. 寸法記述の形状修正への利用

3.1 従来のパラメトリックデザイン手法

従来用いられてきた主なパラメトリックデザインの手法としては、形状記述言語により形状モデルを定義し、パラメタ変更時に立体モデルを再度計算するものと、対象の幾何モデルを直接変形するものがある。

後者のいくつかのシステム⁷⁾は、原理的には Hil-lyard の手法によるものである。すなわち、前述の頂点拘束関係から、立体の各頂点座標の満足すべき連立方程式をたて、これを解くことにより修正後の点の座標を求める。この手法の欠点は、与えられた寸法を適正な頂点拘束関係の群に変換(分解)するのが困難であることである。ここで、“適正な”とは、その解くべき連立方程式が未知数と同じ数だけの独立な方程式から構成されるということである。この連立方程式は非線形であり、頂点拘束関係群の独立性は、実際に連立方程式を構成し数値計算を行って調べるしかない。さらに立体が複雑になった場合に、大次元(ほぼ頂点数の 3 倍)の非線形連立方程式を数値的に解くこと自体が、数値的不安定性や計算時間の問題を生ずる。

3.2 面拘束に基づく手法

本研究で提案するアルゴリズムは、まず 2 節で述べたように面を対象として考えているので、第 1 ステップとして、曲面の方程式を寸法変更に従って更新し、第 2 ステップで位相情報を用いて、これらの曲面の交点、交線として、曲線と点を求めるというものである。ここで位相構造は寸法変更の前後で不変であることを前提としている。第 2 ステップの処理は、容易に実現可能である。問題は、面関係記述で与えられる面関係の拘束関係を満足しながら、いかにして曲面を更新するかという点である。

本手法は、“面は一つずつ決められる”ということの基本としている。たとえば、図 2 でパラメタ LEN が変わった時には、面 A か面 C を移動すればよい。すなわち、面 A か面 C の方程式を更新すればよい。図 3 の面関係記述によれば、関係 X-REFERENCE(XREF)により面 XREF を基準面として定義し、関係 DISTANCE(XREF A 0)により面 A を面 XREF と同じ位置に固定する。さらに、関係 DISTANCE(A C LEN)により面 C の方程式を面 A に基づき再計算する。同様に、Y 方向についても面 B, E, さ

Table 1 Examples of Surface Relation Predicates

X-REFERENCE(x)	Y-REFERENCE(y)	Z-REFERENCE(z)
PARALLEL(x y)	DISTANCE(x y d)	TANGENT(x y)
ANGLE(x y a b t)	CYLINDER(x a b r)	RADIUS(x r)
ROUND(x y z r)	CHAMFER(x y z c)	ON-AXIS(x a b)

```

Action:    FIX-X-REF(x)
Pre-cond:  X-REFERENCE(x)
Del-list:  X-REFERENCE(x)
Add-list:  FIXED(x)

Action:    FIX-PRL-PLN(x y d)
Pre-cond:  DISTANCE(x y d)
          FIXED(y)
Del-list:  DISTANCE(x y d)
Add-list:  FIXED(x)

Action:    ROUND(x y z r)
Pre-cond:  ROUND(x y z r)
          FIXED(y)
          FIXED(z)
Del-list:  ROUND(x y z r)
Add-list:  FIXED(x)

```

Fig. 4 Some examples of Surface Fixing Rules

には、ROUND(D C E RAD)により、面 D を更新する。このように適当な面関係記述が与えられていると、寸法値の変更に対し、ある順序に従って面を一つずつ再配置していくことができる。

しかし、このような面を再配置する順序は、面関係記述に陽には記述されていないので、これを求める必要がある。一般に、この種の問題は、人工知能におけるロボットの問題解決のような、ある目標を達成するための動作系列を求めること、すなわち、プランニングの問題とみなすことができる⁹⁾。

そこで、ここでもその考え方を応用する。まず、“更新された”という状態を FIXED という述語で表すと、上記の面の移動の様子は、次のような生成規則の列として表現できる。

```

X-REFERENCE(x) → FIXED(x)
FIXED(y) ∧ DISTANCE(x y d) → FIXED(x)
FIXED(y) ∧ FIXED(z) ∧ ROUND(x y z r) →
FIXED(x)

```

このような規則を、面固定規則と呼ぶことにする。いま、立体が面 S1, S2, ..., Sn を持っているとする、上記の生成規則の列は、次の目標節の証明過程とみなせる。

$\text{FIXED}(S1) \wedge \text{FIXED}(S2) \wedge \dots \wedge \text{FIXED}(Sn)$

つまり、面関係記述から出発して、その目標節を得るための推論過程（どの規則が、どのような順序で、どのような環境で適用されたか、という系列）が、立体の面をどのような順序で、どのような手続きで計算してゆけばよいか、という解になる。

さらに説明を加えると、推論規則となる面固定規則は、図 4 のように規則名 (Action)、前提条件部 (Pre-cond) と消去リスト部 (Del-list)、追加リスト部 (Add-list) からなる、いわゆる、STRIPS 型の規則⁸⁾を採用した。まず、対象とする寸法の面関係記述を初期状態

```

1. FIX-X-REF(XREF)
2. FIX-Y-REF(YREF)
3. FIX-Z-REF(ZREF)
4. FIX-PRL-PLN(A XREF 0)
5. FIX-PRL-PLN(C A LEN)
6. FIX-PRL-PLN(B YREF 0)
7. FIX-PRL-PLN(E B (LEN * 1.2))
8. ROUND(D C E RAD)
9. FIX-PRL-PLN(G ZREF 0)
10. FIX-PRL-PLN(F G THICK)

```

Fig. 5 Surface Fixing Sequence for the example shown in Fig. 2

記述として、ある規則の前提条件部のすべてのリテラルが状態記述の事実と照合する時に、その規則を適用する。このとき、消去リスト部および追加リスト部のリテラルは、その変数に照合代入を行った後に、それぞれ、状態記述から消去、追加される。このようにして、状態記述が、目標節 $\text{FIXED}(S1) \wedge \text{FIXED}(S2) \wedge \dots \wedge \text{FIXED}(Sn)$ となるまで推論を行い、その過程で適用された規則の規則名の列が立体の曲面を再配置するための系列 (プラン) となる。なお、推論は前向き、探索は深さ優先で行っている。図 2 の立体の場合には、図 5 に示すようなプランが得られる。図 5 中の FIX-PRL-PLN や ROUND などは、図 4 に示した面固定規則の規則名である。

また、寸法指定が寸法の過剰や不足という誤りを含む場合があるが、もし寸法指定不足の場合には推論が失敗に終わり、一方、過剰指定の場合には複数の系列が証明されるので、これらを検出することができる。ただし、過剰指定の場合にそれらが整合しているかどうかを調べるには、実際に面の方程式を再計算しなければならない。

さて、この幾何学的推論によって得られた系列に従って一つずつ曲面の新しい方程式を計算してゆけばよい。各々の規則は、それぞれ、その後半部で“更新される (FIXED)”面の方程式を算出するための手続きと対応している。たとえば上記

```

FIXED(y) ∧ FIXED(z) ∧ ROUND(x y z r) →
FIXED(x)

```

の面固定規則に対しては、面 y, z の方程式、及び、半径 d から面 x の方程式を求めるという簡単な幾何計算の手続きを用意する。

曲面の方程式がすべて更新されると、次に、位相情報を利用して、曲線と点を算出する。曲線は、対応する稜線の両側の面分の曲面の交線として、また点是对応する頂点の周囲の曲面群の交点として、いずれも、比較的簡単な幾何計算によって求められる。

3.3 補 足

前節の議論で、“S2 は、S1 に平行で距離が 10”と

Fig. 6 Option surfaces

いう条件からだけでは、(面の向きも含めて)4通りのS2が得られる。また、曲面を含む場合には、曲面群の干渉計算によって複数の交線、交点を得られる場合がある。これらの場合には、修正前の値、すなわち、変形前の立体の幾何情報を参照して一つを選択している。したがって、寸法変更値が極端に大きい場合には、誤った選択をする場合がある。これに対しては、たとえば面関係に上下左右といった方向性の概念を付加することや、選択に位相構造の情報を用いることが必要である。

また、曲面を含む立体の境界表現には、図6(a)の基礎立体の円柱の側面を分割する稜線のように、両側の曲面の方程式が一致する稜線が存在する場合がある。このような稜線の曲線の方程式やその両端点の頂点座標は、その両側の曲面が交線を持たないため前述の方法では算出することができない場合がある。そのために、その曲面との交線が求めたい曲線になるような補助面を考える。円柱面の場合には、図6(a)のように、その稜線と中心軸を通るような平面となる。そして、曲面の方程式が修正される時に、この補助面の方程式も同時に更新するよ

うにした。

また、他の補助面として軸を表現するものがある。たとえば、円柱はその半径と中心軸によって規定されるが、図7(b)に示すように中心軸を二つの補助面の交線として与えることによって、中心軸を直線として扱う必要がなくなり、すべてを面の関係として統一的に扱うことが可能になる。

4. 試作システムと適用例

以上のような手法に基づく、寸法処理システムを幾何モデル処理システム GEOMAP-III⁹⁾ 上に試作した。試作システムは、二つの部分からなる。一つは寸法記述である面関係記述の処理部で、面関係記述を入力して、面の再配置順序を生成したり、寸法値のパラメタの計算を行う部分である。この部分は Lisp(MIT で開発された NIL) を用いて実現した。一方は、面の方程式や、点、曲線の評価部で、FORTRAN で記述した。なお、計算機は VAX 11/780 (VMS) である。

その処理例を図7,8に示す。図7はその図面で、このモデルは、25個のパラメタ(その内、2個は従属パラメタ)を持つ。このパラメタを変えて得られた立体モデルの例を図8に示す。立体の面の関係に基づいた寸法記述を用いることにより、寸法値の変更という、よ

Fig. 7 Example machine part

(a) Initial shape

(b) Modified shape 1

(c) Modified shape 2

Fig. 8 Parametrically modified solid models

り自然な操作で立体モデルの形状修正が行える。寸法値パラメタには、その定義域や大小関係などの拘束条件が設定されているので、それに反するような形状修正を事前に禁止することができる。また、前述のように、曲面や曲線あるいは点の幾何計算を局所的に進めて行くので計算時間の点でも有利であると考えられ

る。

5. 結 言

本研究では、CAD/CAM データベースの概念的枠組みを与えるプロダクトモデルの実現手法を考えるために、寸法による形状規定問題を取り上げた。ここで、寸法を、立体モデルの面に対する幾何学的拘束関係として規定し、立体の形状定義としての寸法の意味を表現した。手法としては、幾何学的拘束関係を述語論理で記述し、寸法による面の規定関係を生成規則の形で記述した、さらに、寸法記述とこの規則による幾何学的推論を利用することにより、面の方程式を寸法変更に従って矛盾なく更新し、立体モデルの形状修正を行うシステムを実現した。

今後の課題として、まず実用化の点では、手書き図面入力的手法と組み合わせ、寸法の記述と立体モデルとを容易に入力できるユーザインタフェースをシステムに組み込むことや、また、球面やトーラス面を含む立体まで適用範囲を広げ、より複雑な寸法を記述することが挙げられる。また、手法自体の拡張としては、寸法変更によって位相構造も変化する場合の取扱いが重要な課題である。

終わりに、本研究を進めるにあたり有益な助言をいただいた、スウェーデン王立工科大学の G. Sohlenius 教授と T. Kjellberg 博士に感謝する。

参 考 文 献

- 1) 佐田登志夫：FA の現状と将来，情報処理，25，4 (1984) 278.
- 2) F. Kimura, T. Sata and M. Hosaka: Integration of Design and Manufacturing Activities based on Object Modelling, Preprint of PROLAMAT '82, (1982).
- 3) 木村文彦：CAD/CAM におけるモデリングとデータベースについて，アドバンスド・データベース・システムシンポジウム資料，情報処理学会 (1982) 115.
- 4) F. Kimura, S. Kawabe, T. Sata and M. Hosaka: A Study on Product Modelling for Integration of CAD/CAM, Integration of CAD/CAM, North Holland, (1983).
- 5) R. C. Hillyard: Dimensions and Tolerances in Shape Design, Technical Report, Univ. of Cambridge Computer Laboratory, No. 8, (1978).
- 6) R. C. Hillyard: Characterizing Non-ideal Shapes in terms of Dimensions and Tolerances, Proc. SIG GRAPH '78, (1978) 234.
- 7) V. C. Lin, D. C. Gossard and A. R. Light: Variational Geometry in Computer Aided Design, Proc. SIG GRAPH '81, (1981) 171.
- 8) N.J. Nilsson: Principle of Artificial Intelligence, Tioga Publ. Co., (1980).
- 9) F. Kimura: Geomap-III: Designing Solids with Free-form Surfaces, IEEE, Computer Graphics & Applications, 4, 6, June (1984).