研究論文

ホブ刃形輪郭の計算法（第4報）*

——二番付けは可能かの検討——

西田 知照** 河野 誠*** 扇谷 保彦†

A Calculating Method of Cutting Edge Profile of Hobs (4th Report)
—Allowable Angles for Circumferential Form Relief and Side Relief—

Noriteru NISHIDA, Makoto KAWANO and Yasuhiko OOGIYA

When the values of coordinates and gradients at some points on a work tooth profile are given, we can calculate the hob tooth profile analytically. In this report, the calculating method of allowable angles for the circumferential form relief and the side relief to the given hob tooth profile is described. By this method, we can know easily whether sufficient relief angles can be obtained or not.

Key words: hob tooth profile, profile calculation, side relief, circumferential form relief, allowable relief angle

1. 結 言

このホブ刃形輪郭の計算法では、工作物歯形輪郭上のいくつかの点の座標とこれらの点における傾きが与えられることを前提としている。座標情報に加えて、傾き情報を与えることによって、工作物歯形輪郭上のある点が創成される際のホブ切れ刃の回転角（創成回転位置）を解析的に知ることができ、ホブ刃形輪郭点座標も解析的に決定できる¹⁾。また、この計算法では工作物歯形からラック歯形を求め、ラック歯形からホブ刃形を求めている。すでに前報^{1)~3)}で具体的なホブ刃形の計算法や干渉チェック法、傾き情報が与えられない場合の処理法、工作物歯形とホブ刃形間での誤差の伝播問題を報告した。

本報では、切削工具に必要な二番を、得られたホブ刃形に対してつけることができるかどうかを検討する方法について報告する。一般に、二番はホブ切れ刃外周につけられる外周二番と側面切れ刃につけられる側面二番に分けられる。本報でも、これにない二つに分けて検討を進める。ただし、すくい角は零として扱う。

従来の方法では、ホブの外半径またはピッチ円半径を少しずつ変化させながら、そのつどホブ刃形を求め

直し、ホブの刃形変化の許容値からホブの外半径の変化量の限界値を算出している。従って、何度かの試し計算が必要である。これに対し、以下の方法では一度の計算で外周二番角や側面二番角の限界値の算出ができる。

使用記号

X, Y, Z	: 工作物の座標軸
x, y	: ラックの座標軸
ξ, ζ, η	: ホブの座標軸
Z_w, Z_H	: 工作物の歯数, ホブの条数
R_w, R_H	: 工作物, ホブのピッチ円半径 (mm)
γ_w	: 工作物ピッチ円筒上進み角 (rad)
γ_H	: ホブのピッチ円筒上進み角 (rad)
h_H	: ホブの換算ピッチ (mm/rad)
Γ	: 工作物軸とホブ軸のなす角 (rad)
ϕ	: ホブ軸まわりの角度 (rad)
$\varepsilon_\xi, \varepsilon_\zeta$	: ホブ刃形誤差の ξ 軸, ζ 軸方向許容値
ΔR_H	: ホブピッチ円半径の許容変化量
θ, ω	: ホブの外周二番角, 側面二番角

2. 外 周 二 番

与えられた工作物歯形輪郭点座標 (X, Y) と傾き $m (=dY/dX)$ に対応するラック歯形輪郭点座標 (x, y) とその点での傾き $k (=dy/dx)$ がすでに求まっているものとする¹⁾。図1はラック歯形輪郭とホブ刃形輪郭の関係を示している。ラック歯形輪郭上の点の座標 (x, y) と傾き $k (=dy/dx)$ が与えられたと

* 原稿受付 昭和61年6月13日, 昭和61年度精機学会春季大会学術講演会(昭和61年3月28日)にて発表

** 正 会 員 長崎大学工学部(長崎市文教町1-14)

*** 正 会 員 本田技研工業(株)(鈴鹿市住吉町8224)

† 学生会員 九州大学工学部(福岡市東区箱崎6-10-1)

Fig. 1 Relation between a rack tooth profile and a hob tooth profile

き、これに対応するホブ刃形輪郭上の点の座標 (ξ , ζ) とその点での傾き $p (=d\zeta/d\xi)$ はそれぞれ式 (1), (2) で与えられる¹⁾。

$$\left. \begin{aligned} \xi &= (x + R_H) / \cos \phi \\ \zeta &= \{y \sin \gamma_W - (x + R_H) \tan \phi \sin(\Gamma - \gamma_W)\} / \\ &\quad \cos(\Gamma - \gamma_W) \pm \phi h_H \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここで、

$$\phi = \tan^{-1} \left\{ \frac{-(x + R_H) \sin(\Gamma - \gamma_W) \pm h_H \cos(\Gamma - \gamma_W)}{\{(x + R_H) \sin \gamma_W (dy/dx)\}} \right\}$$

$\Gamma = \gamma_W \pm \gamma_H$, 複号 { 上: ねじれ方向同一
下: ねじれ方向反対

$$h_H = R_H \tan \gamma_H, \quad \sin \gamma_H = \frac{Z_H R_W}{Z_W R_H} \sin \gamma_W$$

$$p = \frac{d\zeta}{d\xi} = \frac{-(x + R_H) \tan(\Gamma - \gamma_W) \pm h_H \cos^2 \phi}{(x + R_H) \sin \phi} \quad (2)$$

ホブ刃形に外周二番がつけられている場合、研ぎ直しによって、ホブの外半径 R_{HH} は減少する。これに応じて、ホブのピッチ円半径 R_H も同量減少すると考えてよい。ホブのピッチ円半径 R_H の減少に伴って理論的にはホブ刃形輪郭も変化する。これは式 (1) が R_H の関数であることから容易に分かる。ところが一般に、ホブは製作を容易にするために、研ぎ直し後も

刃形輪郭が変わらないように製作される。すなわち、研ぎ直しにともなってホブ刃形輪郭は合同形のまま半径方向へ移動するだけである。その結果、研ぎ直し後のピッチ円半径が基準ピッチ円半径からずれるにつれて、実際のホブ刃形輪郭(合同形)は理論ホブ刃形輪郭からだんだんずれてくる。このずれ量の許容値を定めると、これに応じて、ホブのピッチ円半径の変化量 ΔR_H の許容値(すなわち、増し径または減らし径の許容値)が式 (1) から求められる。

式 (1) の第 1 式で表される ξ をホブのピッチ円半径 R_H の関数とみなすとき、 R_H が $R_H + \Delta R_H$ となったときの ξ の変化 $\Delta \xi$ は

$$\begin{aligned} \Delta \xi &= \xi(R_H + \Delta R_H) - \xi(R_H) \\ &= \frac{d\xi}{dR_H} \Delta R_H + \frac{1}{2} \frac{d^2 \xi}{dR_H^2} (\Delta R_H)^2 + \dots \end{aligned} \quad (3)$$

と表される。式 (3) において、第 2 項以降の高次の項は第 1 項に比し小さく無視できることを示すことができる。従って、 $\Delta \xi$

は次式で表すことができる。

$$\Delta \xi = \frac{d\xi}{dR_H} \Delta R_H \quad (4)$$

全く同様に、 ζ について

$$\Delta \zeta = \frac{d\zeta}{dR_H} \Delta R_H \quad (5)$$

が得られる。いま、上述の実際のホブ刃形輪郭(合同形)の理論刃形輪郭からのずれ量の許容値を ξ 軸方向について $\varepsilon_\xi (>0)$ 、 ζ 軸方向について $\varepsilon_\zeta (>0)$ とし、ピッチ円半径の変化量 ΔR_H だけ刃形輪郭全体が ξ 軸方向へ平行移動することを考慮すると次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \Delta R_H - \varepsilon_\xi &\leq \Delta \xi \leq \Delta R_H + \varepsilon_\xi \\ -\varepsilon_\zeta &\leq \Delta \zeta \leq \varepsilon_\zeta \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式 (4), (5), (6) から次のような ΔR_H に対する制約式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \Delta R_H &\leq \left| \frac{\varepsilon_\xi}{d\xi/dR_H - 1} \right| \\ \Delta R_H &\leq \left| \frac{\varepsilon_\zeta}{d\zeta/dR_H} \right| \\ \frac{d\xi}{dR_H} &= \frac{1}{\cos \phi} \left\{ 1 - \left(2 + \frac{x}{R_H} \right) \sin^2 \phi \right\} \\ \frac{d\zeta}{dR_H} &= \tan \gamma_H \left\{ \mp \tan \phi \mp \frac{1}{R_H \cos^2 \gamma_H} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Fig. 2 A tooth profile of hob
 $Z_H=6$, $\gamma_w=0.89162$ rad, $R_w=37.26$ mm

$$\begin{aligned} & \times \left\{ \pm y \sin \gamma_w \sin \gamma_H \right. \\ & \left. - (x + R_H) \tan \phi \right\} \mp \phi \tan^2 \gamma_H \\ & \pm \tan \phi (x + R_H \sin^2 \phi) \\ & \times \left(\frac{1}{x + R_H} + \frac{1}{R_H} \right) \end{aligned}$$

図2および表1はスクリーコンプレッサのめす

Table 1 Data of a hob tooth profile

No.	ξ	ζ	$p(=d\xi/d\zeta)$
1	98.860	15.946	-16.066
2	99.200	15.314	-0.767
3	100.000	15.059	-0.006
4	104.176	14.192	-0.340
5	107.394	12.777	-0.547
6	110.044	11.042	-0.777
7	112.208	9.065	-1.077
8	113.909	6.899	-1.525
9	115.151	4.592	-2.332
10	115.934	2.188	-4.418
11	116.153	0.733	-13.373
12	116.153	-0.733	13.373
13	115.934	-2.188	4.418
14	115.459	-3.397	1.767
15	114.591	-4.554	1.057
16	113.340	-5.630	0.712
17	111.717	-6.595	0.499
18	109.737	-7.422	0.348
19	107.720	-8.093	0.317
20	106.153	-8.572	0.294
21	104.987	-8.906	0.281
22	104.159	-9.137	0.276
23	102.110	-9.619	0.191
24	100.000	-9.885	0.006
25	99.200	-10.140	0.767
26	98.860	-10.773	282.340

Table 2 Limited values of ΔR_H
 $(\varepsilon_\xi = \varepsilon_\zeta = 0.001$ mm)

No.	$\varepsilon_\xi / (d\xi/dR_H - 1)$	$\varepsilon_\zeta / (d\zeta/dR_H)$
1	5.57×10^5	2.68
2	2.59×10^3	2.79
3	7.10×10^8	2.84
4	1.99×10^1	3.36
5	1.71×10^1	4.25
6	1.94×10^1	5.61
7	2.58×10^1	7.77
8	4.06×10^1	11.60
9	8.13×10^1	20.00
10	2.66×10^2	55.60
11	2.38×10^3	170.00
12	2.38×10^3	170.00
13	2.66×10^2	55.60
14	4.50×10^1	1120.00
15	1.79×10^1	85.70
16	9.57	58.80
17	5.98	79.90
18	4.11	226.00
19	5.29	14.40
20	7.05	8.54
21	9.62	6.66
22	1.33×10^1	5.81
23	2.40×10^1	4.78
24	3.01×10^8	4.32
25	2.59×10^3	4.22
26	1.20×10^{13}	3.97

Fig. 3 Relation between tooth profile errors and relief angles

ロータ用ホブの刃形輪郭の例である。この輪郭点に対し $\varepsilon_\xi = \varepsilon_\zeta = 0.001$ mm としたときの ΔR_H の限界値を各点ごとに式(7)によって求めたのが表2である。

表2の値の最小値が ΔR_H の限界値となる。この場

合 $\Delta R_H \leq 2.68$ mm であることが分かる。図3は ΔR_H の限界値と $\varepsilon_\xi, \varepsilon_\zeta$ の関係をこのホブのピッチ円半径 R_H をパラメータとして示したものである。

一般に外周二番を規定する量としては二番角が使われる。この二番角 θ はホブを研ぎ直しても変化しないのが望ましい。そのために外周二番面は対数らせん曲線になっている。この性質と図4から、外周二番角 θ は

$$\tan \theta = \frac{\Delta R_H}{l} \quad (8)$$

と表される。ここで、 l は有効研ぎ直し量である。図3の右側の縦座標が式(8)の θ である。式(8)から、必要な外周二番角を確保するには ΔR_H を大きくとれるようにするか、すなわち、 R_H を大きくするか、 l を小さくするかしなければならないことが分かる。図3からホブ外周二番角 θ を一般のホブと同様に $12 \sim 14^\circ$ 程度にとるとき、 $R_H = 100$ mm の場合は $\varepsilon =$

Fig. 4 Circumferential form relief angle θ Fig. 5 Side relief angle ω

0.001 mm と小さい許容値を採用できるが、 $R_H=70$ mm の場合は $\varepsilon=0.003$ mm 程度まで許容値を大きくしなければならないことが分かる。

3. 側面二番

図5において、点Aはホブ側面部切れ刃輪郭上の点とする。点Aを通る円筒C（ピッチ円筒と同心）に対する点Aでの接平面（AA'を通り紙面に垂直な平面）によってホブ切れ刃を切断したときに現れる断面（斜線部）を考える。この断面上でのホブ二番面輪郭に対する点Aでの接線と点Aを通るねじ線に対する点Aにおける接線とをなす角 ω を側面二番角とする。

この側面二番角 ω は近似的に外周二番角 θ と点Aにおけるホブ刃形輪郭の傾き $p(=d\zeta/d\xi)$ とで表される。図6から

$$\tan \omega \doteq \left| \frac{\Delta \zeta}{\Delta l} \right| \quad (9)$$

ここで、

Fig. 6 Relation between side relief angle and circumferential form relief angle

$$\left. \begin{aligned} \tan \theta &\doteq \left| \frac{\Delta \xi}{\Delta l} \right| \\ |p| &= \left| \frac{d\zeta}{d\xi} \right| \doteq \left| \frac{\Delta \zeta}{\Delta \xi} \right| \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

であるので、式(9)、(10)から次式が得られる。

$$\begin{aligned} \tan \omega &\doteq \left| \frac{\Delta \zeta}{\Delta \xi} \right| \left| \frac{\Delta \xi}{\Delta l} \right| \\ &= |p| \tan \theta \end{aligned} \quad (11)$$

式(11)から、外周二番角 θ を一定とすると、傾き p が小さくなるほど、側面二番角 ω の値も小さくなることが分かる。

表3は図1および表1で与えられたホブ刃形輪郭について、外周二番角を $\theta=14^\circ$ としたときの側面二番角 ω を側面部切れ刃輪郭上に存在する点について示したものである。この刃形輪郭では ω の最小値は $\omega=0.08^\circ$ と小さく、ほとんど側面二番がつけられないことが分かる。

図7は、工作物とホブの中心間距離は変えずに、図2の場合に比べ、工作物の歯切りピッチ円半径 R_w を4 mm 増し、 $R_w=41.26$ mm とし、ホブのピッチ円半径 R_H を4 mm 減らし、 $R_H=96$ mm とした場合のホブ刃形輪郭を $R_H=100$ mm（鎖線）の場合とともに示している。このホブ刃形輪郭点の座標および傾きと、この刃形について外周二番角を $\theta=14^\circ$ としたときの側面二番角 ω を式(11)で計算して示したのが表4である。この場合は ω の最小値は $\omega=5.29^\circ$ となり、十分な側面二番をつけることができることが分かる。

Table 3 Allowable values of side relief angle ω ($R_H=100$ mm, $\theta=14^\circ$)

No.	ξ	ζ	$p(=d\xi/d\zeta)$	ω deg
1	98.860	15.946	-16.066	—
2	99.200	15.314	-0.767	—
3	100.000	15.059	-0.006	0.08
4	104.176	14.192	-0.340	4.85
5	107.394	12.777	-0.547	7.76
6	110.044	11.042	-0.777	11.00
7	112.208	9.065	-1.077	15.03
8	113.909	6.899	-1.525	—
9	115.151	4.592	-2.332	—
10	115.934	2.188	-4.418	—
11	116.153	0.733	-13.373	—
12	116.153	-0.733	13.373	—
13	115.934	-2.188	4.418	—
14	115.459	-3.397	1.767	—
15	114.591	-4.554	1.057	—
16	113.340	-5.630	0.712	10.00
17	111.717	-6.595	0.499	7.10
18	109.737	-7.422	0.348	4.96
19	107.720	-8.093	0.317	4.52
20	106.153	-8.572	0.294	4.20
21	104.987	-8.906	0.281	4.00
22	104.159	-9.137	0.276	3.94
23	102.110	-9.619	0.191	2.73
24	100.000	-9.885	0.006	0.08
25	99.200	-10.140	0.767	—
26	98.860	-10.773	282.340	—

Table 4 Allowable values of side relief angle ω ($R_H=96$ mm, $\theta=14^\circ$)

No.	ξ	ζ	$p(=d\xi/d\zeta)$	ω deg
1	98.860	17.658	-17.801	—
2	99.292	16.796	-0.927	—
3	103.501	14.917	-0.371	5.29
4	106.495	13.589	-0.529	7.51
5	108.973	12.066	-0.710	10.04
6	111.098	10.332	-0.938	13.16
7	112.872	8.418	-1.250	17.31
8	114.285	6.356	-1.729	—
9	115.326	4.179	-2.610	—
10	115.985	1.922	-4.908	—
11	116.158	0.644	-14.820	—
12	116.158	-0.644	14.820	—
13	115.985	-1.922	4.908	—
14	115.768	-2.543	1.992	—
15	115.398	-3.109	1.228	—
16	114.931	-3.588	0.872	12.26
17	114.462	-3.946	0.666	9.43
18	114.132	-4.145	0.535	7.60
19	111.936	-5.294	0.511	7.26
20	110.097	-6.218	0.494	7.02
21	108.586	-6.956	0.484	6.89
22	107.373	-7.541	0.481	6.84
23	105.524	-8.381	0.427	6.08
24	103.498	-9.187	0.371	5.29
25	99.292	-11.064	0.927	—
26	98.860	-11.934	312.770	—

Fig. 7 Tooth profiles of hobs
 $Z_w=6$, $\gamma_w=0.89162$ rad, $R_w=41.26$ mm

4. 結 言

工作物歯形輪郭が輪郭上の点の座標とその点での傾きとで与えられると、この工作物歯形を創成するホブ刃形輪郭点は解析的に求められる。このホブ刃形輪郭

に対し、外周二番角や側面二番角をつけることができるかどうかを検討する方法を扱った。この方法では、与えられたホブ刃形輪郭に対する二番角の限界値は、試し計算や繰返し計算をすることなく、一度の計算で算出することができる。

外周二番角の限界値はホブのピッチ円半径の影響を大きく受ける。ホブの刃形誤差を十分小さくし、同時に、十分な外周二番角を確保するためには、ホブのピッチ円半径をかなり大きくしなければならない。側面二番角の限界値はホブ刃形輪郭点の傾きの最小値と外周二番角によって定まる。

参 考 文 献

- 1) 西田知照, 河野 誠, 戸田 浩: ホブ刃形輪郭の計算法, 精密工学会誌, 52, 6 (1986) 1061.
- 2) 西田知照, 河野 誠, 扇谷保彦: ホブ刃形輪郭の計算法 (第2報), 精密工学会誌, 52, 7 (1986) 1199.
- 3) 西田知照, 河野 誠, 扇谷保彦: ホブ刃形輪郭の計算法 (第3報), 精密工学会誌, 52, 10 (1986) 1746.