平面のうねり形状の測定に関する研究 (第2報)*

—形状測定とデジタルフィルタ—

清 野 慧** 奥 山 栄 樹*** 住 田 正 臣†

Study on Measurement of Surface Undulation (2nd Report)
—Feature Measurement and Digital Filter—

Satoshi KIYONO, Eiki OKUYAMA and Masaomi SUMITA

The point of view of digital filter was applied to the problem of surface undulation measurement. As a result the error was discussed in spatial frequency domain, of tangent method, inclination method and their modification. In spatial frequency domain, error of measurement is estimated clearly. Inclination method correspond to the measurement that leg width is equal to sampling interval and integrated by midpoint formula. The method except condition one by one from inclination method means to 2 points method. 2 points method opened up a prospect that avoid the problem of aliasing. Knowledge of transfer function makes elevation of accuracy possible by inverse filtering. In case that data is uncontinuous at both ends, insert data made by spline function restrain of Gibbs phenomenon and makes high accuracy.

Key words : surface undulation measurement, digital filter, spatial frequency domain, tangent method, inclination method, 2 points method, aliasing, inverse filtering

1. 緒 言

マイクロコンピュータが測定システムの中核として広汎に普及するにともない、デジタルフィルタの手法が重要視されるようになってきた。形状測定のようにある意味で静的なデータ処理の過程にもデジタルフィルタの考え方を導入すると問題点が明りょうになることがある。例えば、サンプリングによって得られたデータ系列に対する種々のデータ処理の意味を明らかにする。また測定誤差を空間周波数領域で評価することで必要な補正も比較的簡単になる。さらには測定システムにおける精度向上へのひとつの手がかりになる。

以下、本報では、直線のうねり形状測定の問題を取り上げ、いくつかの測定法にデジタルフィルタの考え方をあてはめ、それらの測定誤差について空間周波数領域での性質を中心に検討する。

2. 接線法と傾斜法

被測定面の接線方向あるいは法線方向が測定できれ

* 原稿受付 昭和 62 年 3 月 19 日, 昭和 61 年度精密工学会春季大会学術講演会 (昭和 61 年 3 月 29 日) にて発表

** 正 会 員 東北大学工学部 (仙台市荒巻字青葉)

*** 正 会 員 秋田工業高等専門学校 (秋田市飯島文京町)

† 正 会 員 沖電気工業(株) (東京都港区芝浦 4 丁目)

ば、それを積分することにより零次成分を除いた被測定面形状を求めうるということは古くから知られている。最近でも例えば、森らは法線ベクトルを測り、面形状を求める方法¹⁾を、また Ennos らはレーザオートコリメーション法により面形状を求める方法²⁾を提示している。以下この方法を接線法と呼ぶことにする。

一方、等間隔に刻んだ連鎖する 2 点の間の傾斜を水準器やオートコリメータで測定し、それを逐次加えてゆくことで形状を測定する方法がやはり古くから知られている。最近のものでは、2 つの非接触変位計を用いてその出力から 2 点間の高さの差を逐次求める方法がある³⁾。以下この方法を傾斜法と呼ぶことにする。

2.1 近似接線法

2.1.1 基本的考え方

被測定面形状を $Z=f(t)$ として考察する。図 1 は近似接線法の原理を示している。これは、短い足幅を持

Fig. 1 Modification of tangent method

つ台の上に鏡、あるいは傾斜角検出器を乗せ、それをサンプリング間隔 h ごとに動かしてゆき、各々の地点 t_n で、角度 $Z_n' = \left[\frac{df(t)}{dt} \right]_{t=t_n}$ の近似値を測定し、何らかの形で積分するという方法である。これにより、サンプリング間隔を、足幅に依存せず自由に選ぶことが可能となる。なお、足幅が零になれば接線法となる。

2.1.2 台形公式、シンプソン公式による積分

サンプリングによって離散的な微係数が得られるので、ここで用いる積分は数値積分となる。数値積分として台形公式を用いれば基本式は次のようになる。

$$Z_{n+1} = Z_n + \frac{Z_n' + Z_{n+1}'}{2} h \quad (1)$$

以下、これを周波数応答の面から考える。ここで h を単位長さとする、すなわち $h=1$ とする。また、 $t=t_n$ においてサンプリングした値を x_n とする。すなわち $x_n = Z_n'$ とする。すると式 (1) は次のようになる。

$$Z_{n+1} = Z_n + \frac{x_n + x_{n+1}}{2} \quad (2)$$

ここで、測定システムへの入力波形を単一の周波数の三角関数 $e^{j\omega n}$ に選び、

$$x_n = e^{j\omega n} \quad (3)$$

但し、 j : 虚数単位、 ω : 角周波数、 n : 横軸パラメータ

とすると、式 (2) は線形なので、出力は

$$Z_n = H(\omega) e^{j\omega n} \quad (4)$$

と表せる。式 (3)、(4) を式 (2) に代入して整理することにより

$$H(\omega) = \frac{1}{2} \frac{e^{j\omega} + 1}{e^{j\omega} - 1} = \frac{1}{2j} \frac{\cos \frac{\omega}{2}}{\sin \frac{\omega}{2}} \quad (5)$$

を得る。この入出力の比 $H(\omega)$ を伝達関数と呼ぶ。ここで式 (4) すなわち台形公式で得られる Z_n と真の Z_n との比を $A(\omega)$ とすると、被積分関数の周波数に依存した積分公式の精度が評価できる⁴⁾。真の Z_n は入力 $e^{j\omega n}$ を積分したものであるから $\frac{1}{j\omega} e^{j\omega n}$ となることを考慮に入れると、

$$A(\omega) = \frac{H(\omega) e^{j\omega n}}{\frac{1}{j\omega} e^{j\omega n}} = j\omega H(\omega) = \frac{\omega}{2} \frac{\cos \frac{\omega}{2}}{\sin \frac{\omega}{2}} \quad (6)$$

となる。シンプソン公式に関しても同様に考えると、

$$A(\omega) = \frac{\omega}{3} \frac{\cos \frac{\omega}{2}}{\sin \frac{\omega}{2}} \quad (7)$$

を得る。評価関数の式 (6)、(7) より、対象とする被測定面の空間周波数が高くなると用いる積分公式により

Fig. 2 Measurement error of tangent caused by leg width

誤差がかなり異なることがわかる。

積分公式、誤差、必要なデータ数などの評価は、例えば森らが示したような¹⁾煩雑なものが多いが、周波数応答の観点から見ると評価はかなり明解なものとなる。

2.1.3 足幅のあることによる誤差

接線法の場合、実際の測定においては角度検出部に足幅があることで誤差を生ずる。図1のごとくサンプリング間隔 $h(=1)$ に対する足幅の割合を α としたとき、入力 $x_n = e^{j\omega n}$ となるべきところが

$$x_n = \frac{\frac{1}{j\omega} e^{j\omega(n+\alpha/2)} - \frac{1}{j\omega} e^{j\omega(n-\alpha/2)}}{\alpha} = \frac{\sin \frac{\omega\alpha}{2}}{\frac{\omega\alpha}{2}} e^{j\omega n} \quad (8)$$

となる。ここでサンプリングによって得られた接線の傾きの近似値と真の接線の傾きとの比を $E_a(\omega)$ とすると、

$$E_a(\omega) = \frac{\sin \frac{\omega\alpha}{2}}{\frac{\omega\alpha}{2}} \quad (9)$$

となる。 $E_a(\omega)$ のグラフを図2に示す。横軸は、式 (9) の ω の代わりに、サンプリング間隔 h の逆数を基準周波数として無次元化した周波数で示した。足幅のあることにより高周波成分のカットされる様子がわかる。また、接線の傾きの測定とその積分という経路での曲線形状の測定を一つのフィルタとして見るとき、その伝達関数と評価関数は各々 $H(\omega) E_a(\omega)$ 、

(a) Trapezoid formula

(b) Simpson's formula

Fig. 3 Frequency response of tangent method that has leg width

Fig. 4 Frequency response of tangent method integrated by midpoint formula

$A(\omega)E_a(\omega)$ となる。 $A(\omega)E_a(\omega)$ は台形公式、シンプソン公式について各々図3のようになる。台形公式においては足幅が広くなるにつれ再現される周波数領域がしだいに低周波成分のみとなる。シンプソン公式においては $\alpha=0$ のときよりも $\alpha=1$ のときの方が真値に近い部分が広がる。 α が2より大きくなると低周波成分を通過させ中周波成分を減衰させる一方、ナイキスト周波数に近い高周波成分を発散させる。また、 $\alpha=2, 4, \dots$ のときは無限大に発散する部分がなくなる。これは $A(\omega)$ の分母に含まれる正弦関数と $E_a(\omega)$ の分子に含まれる正弦関数が等しくなることにより消去されるという特異な例である。

2.2 傾斜法

これまでの考え方を利用すると、接線法と傾斜法を関連づけることができる。以下にそれを示す。

数値積分として中点公式を考えると基本式は

$$Z_{n+1} = Z_n + x_{n+1/2} \quad (10)$$

となる。また、 $A(\omega)$ は

$$A(\omega) = \frac{\omega}{2} \frac{1}{\sin \frac{\omega}{2}} \quad (11)$$

となる。さて、足幅のある場合、 $A(\omega)E_a(\omega)$ を考える必要があるが、ここでは式(11)、(9)より

$$A(\omega)E_a(\omega) = \frac{\frac{\omega}{2}}{\sin \frac{\omega}{2}} \frac{\sin \frac{\omega\alpha}{2}}{\frac{\omega\alpha}{2}} \quad (12)$$

を得る。式(12)の値は $\alpha=1$ のとき1となる。そして

この状態が従来の傾斜法を意味している。以下この $\alpha=1$ の場合を逐次傾斜法、 $\alpha \neq 1$ だが中点公式を使う場合を傾斜法と呼んで区別することにする。

式(12)のグラフを図4に示す。古くから、傾斜法において足幅とサンプリング間隔が一致しない場合、高さを正確に求めえないことは知られているが、図4より、周波数応答の観点からは次のごとく説明される。被測定面のうねり形状が低周波成分のみである場合は割合に正確に再現されるが高周波成分がある場合はそれがカットされることにより誤差が大きくなる。

注目すべきは、 $\alpha=1 \pm 0.1$ 程度までは全ナイキスト領域内で誤差は高々10%以内であり、その算出の精度は極めて高いことである。これは、傾斜法と呼ばれる方法が、 $\alpha=1$ の近くのサンプリング間隔を必要としているだけで、中点公式での積分さえ正しく行えば、途中でサンプリング間隔を変えることさえ許されることを意味する。また、サンプリング位置決めの精度も他の接線法などより高い必要はない。

以上の観点から見ると、形状測定において傾斜の測定と積分による形状の算出という手段をとる時、 $\alpha=1$ の近傍での測定をするならば、積分公式には中点公式を用いるのが最も誤差が少ない。

しかし、2つの足の間隔の2倍以下の波長の高周波が問題になるときは図5のように折返しの問題が生ずる。逐次傾斜法においては、足幅が決まればサンプリング間隔も決まるのでナイキスト周波数が固定されてしまう。そして折返しを防ぐことができなくなる。

Fig. 5 Example of aliasing by inclination method

Fig. 6 2 points method

3. 2 点 法

今までは、接線を求めて積分するという立場から、接線を近似するフィルタ、積分を近似するフィルタとしてデータ処理方法を見てきた。ここで、フィルタという立場に立つなら、中間のデータ処理は省略し2点での測定値の和や差ももとの形状の情報を含むフィルタ出力としてみる事ができる。

例えば、図6のように間隔 L で固定された2本の変位プローブの読み m_1, m_2 により任意の代表点 P での変位を知ろうとすると、それぞれのプローブにはセンサと被測定物の相対移動時の誤差も含めて

$$m_1 = f(x + l_1) + e_z + l_1 e_\varphi \quad (13)$$

$$m_2 = f(x + l_2) + e_z + l_2 e_\varphi \quad (14)$$

但し、 e_z は x 方向の移動に伴う並進誤差

e_φ は x 方向の移動に伴う回転誤差

となる。

e_z を無視し、 e_z を消去するためには

$$M_2 = m_1 - m_2 = f(x + l_1) - f(x + l_2) \quad (15)$$

e_φ を無視できるとき、 e_φ を消去するためには

$$\tilde{M}_2 = l_2 m_1 - l_1 m_2 = l_2 f(x + l_1) - l_1 f(x + l_2) \quad (16)$$

ここで $f(x) = e^{j\omega x}$ において代入すればただちに

$$M_2 = 2j \sin \frac{L\omega}{2} \cdot e^{j\omega x_0} f(x) \quad (17)$$

$$\tilde{M}_2 = 2 \cos \frac{L\omega}{2} \cdot e^{j\omega x_0} f(x) \quad (18)$$

但し、 x_0 はプローブ中央から代表点 P までの距離、また、 $L = l_2 - l_1$

代表点を2つのプローブの中央に選んだときには

Fig. 7 Frequency response of 2 points method

$x_0 = 0$ となり、 $e^{j\omega x_0} = 1$ である。以下のデータ処理の流れの大部分は $x_0 = 0$ としても一般性を失わない。表現を簡単にするため以下では $x_0 = 0$ とする。

一般には、被測定物、センサの相対移動時に混入する移動の誤差は e_z の方が重要と考えられ、以下で2点法の測定値としては M_2 を扱うことにする。また、オートコリメータや水準器を用いた測定は、基準が真直であるので $e_\varphi = 0$ 、そして2点の差をとるので $e_z = 0$ となる。すなわちデータ処理の点で2点法ということができる。なお、 e_φ, e_z の両者を消去するためには3本のプローブの変位出力を必要とし、3点法が考えられる。これについては別の機会に述べる。

さて、2点法の測定値 M_2 を2点法のフィルタ出力と考えるとときの伝達関数は

$$H(\omega) = 2j \sin \frac{\omega L}{2} \quad (19)$$

である。これをグラフにすると図7のようになる。なおこの図では横軸はプローブの間隔 L の逆数を単位の周波数として示した。サンプリング間隔を小さくすればナイキスト周波数はいくらかでも高くなるので図の正弦波が繰り返すことになる。また、図の横軸には測定長さ（フーリエ変換に要したデータの数に比例）を基本波長とするフーリエ係数の次数を示した。データ数を少なくすると1次の成分は右ヘシフトする。また、後述のように逆フィルタリングを行う際には、誤差の増幅を避けるため、サンプリング周波数 f_s と $1/L$ の比を非整数にし $H(\omega)$ の0点近傍にフーリエ係数が生じないように工夫する必要がある。

4. 空間周波数領域における補正

前述のように逐次傾斜法、逐次2点法以外の方法では、測定データあるいはその積分などの精度に、伝達

Fig. 8 Data processing in 2 points method

Fig. 9 Simulation of 2 points method

関数に基づくなんらかの誤差が含まれる。一般に、伝達関数は正確に記述できるので測定データあるいはその積分結果を空間周波数領域に変換して、伝達関数の逆数を掛ければ、この誤差を取り除くことができる。ここでの問題はいかに正しくフーリエ変換をするかである。一般には測定データ（フィルタ出力）の最初の点と最後の点が不連続になる。このときフーリエ変換にはギブスの現象が生じ、特に有限フーリエ級数にはリップルが発生する。以下、補正の効果の顕著な2点法を例にこの問題を検討する。

図8、図9は、2点支持のはりのたわみ形状を2点法で測定するシミュレーションを行った経過を示している。図8は N 点のサンプリングデータの曲線を、図9は逆フーリエ変換の結果とその誤差を示す。 N_s は被測定曲線を離散化するのに用いたデータ数を、また、 N はフーリエ変換の際に用いたデータ数を表す。(a)はフーリエ変換の定義に従い、両端において始点と終点の平均値を用いた場合を、(b)は両端の不連続をサンプリング点の中央に置く場合を示す。(a)の不連続量は(b)の半分であるが、端の点が生かされないで逆フーリエ変換の結果では(b)よりも誤差が大きい。(c)はスプ

ライン曲線で両端を滑らかに接続した場合であり、1けた以上精度が改善されることがわかる。なお、(c)の場合にはスプライン曲線で追加したデータに相当する範囲にも逆フーリエ変換による曲線が出てくるが求める曲線は測定データに相当する範囲だけを取ればよい。

5. 4つの方法の比較

1) 逐次傾斜法は、単なる和だけを求めればよく、データ処理の点では誤差の入る余地はない。しかし検出子間隔が決まればサンプリング間隔も決まり、折り返しの問題が生ずる。

2) 接線法は、正しく接線が求まれば、離散データの数値積分の精度だけが問題になる。

3) この中間にある近似接線法、あるいは逐次でない傾斜法は、接線の傾きの評価という問題と積分の問題が生ずる。

4) 2点法でも、3)と同様のサンプリングを行う。データ処理も接線の近似と積分の近似を一挙に補正すると考えれば3)と同様にとらえることができる。

5) 1)の逐次傾斜法、逐次2点法を除けば他の方法はすべてフィルタを通して形状を求めることになり真の形状を知るには逆フィルタを通してその補正を行う必要がある。しかしサンプリング間隔は一般に被測定物の空間周波数にあわせて自由に選ぶことができる。

6. 測定実験

液面基準型角度検出器⁵⁾を用い、定盤の表面のうねり形状を測定した。サンプリング間隔は角度検出器の足幅の半分である。結果を図10に示す。(a)の点線は奇数時のサンプリング点のデータと偶数時のサンプリング点のデータを各々逐次傾斜法として処理したものの、実線はその平均である。(b)の点線は奇数時のサンプリング点のデータを接線法として処理したものの、実線は全部のデータを接線法として処理したものである。

(a) Inclination method

(b) Tangent method

Fig. 10 Result of measurement

Fig. 11 Result of measurement

る。(b)の点線とそれに相当する(a)の点線を比較すると接線法の方が高周波成分をカットしている様子がわかる。また、(a), (b) 各々の実線が類似していることは、ここで用いた接線法が台形公式であることを考えると妥当であるといえる。

同様に別の表面を測定し、2点法と逐次傾斜法として処理したのが図11である。2点法では逆フィルタも通している。図中の白丸、黒丸の点は逐次傾斜法による結果である。但し両端だけは2点法の結果と重ねた。すると両者は他の点でも完全に一致する。これより2点法を用いれば、逐次傾斜法では得られない足のピッチの中間点を、逐次傾斜法によるのと同じ精度で求め得ることが確認できる。

7. 結 論

表面のうねり形状測定法をデジタルフィルタの観点より検討し以下の結論を得た。

- (1) 表面のうねり形状測定において従来用いられている接線法と逐次傾斜法あるいはその中間的な近似接線法と呼ぶべき方法の精度を空間周波数との関係で明らかにした。周波数応答の観点からみると誤差評価はかなり明解なものとなる。
- (2) 従来の逐次傾斜法あるいは逐次2点法は足幅とサンプリング間隔が一致する場合の近似接線法で、積分公式として中点公式を用いた場合に相当

する。中点公式を用いて積分すれば足幅とサンプリング間隔は必ずしも一致しなくとも高い精度の形状測定ができる。

- (3) 傾斜法あるいは逐次2点法から逐次という条件を除いた測定方法の成立することを示した。その方法は2点の変位の差を読み取るセンサによる等間隔データよりフーリエ変換を介して正しい形状を算出するものである。これにより逐次傾斜法、逐次2点法で生ずる折返しの問題を回避できる見通しを得た。
- (4) 測定やその積分における伝達関数がわかれば周波数領域での補正を施し精度向上を図ることが可能となる。このとき測定データの両端間が不連続であればスプライン関数で創成したデータを挿入することでフーリエ変換時のギブスの現象を抑制することができる。その結果、精度は著しく向上する。

なお、本研究の一部は昭和60～61年度文部省科学研究費補助金（一般研究C）によるものである。

また、本研究の実験装置の作製には東北大学、水戸正美技官の助力を得たことを記し謝意を表す。

参 考 文 献

- 1) Y. Mori et al.: Development of High-Accuracy Profile Measuring System for Focusing Mirror of SOR, Bull. JSPE, **19**, 2, (1985) 108.
- 2) A. E. Ennos and M. S. Virdee: High Accuracy Profile Measurement of Quasi-conical Mirror Surfaces by Laser Autocollimation, PE, **4**, 1, (1982) 5.
- 3) 田中宏明, 佐藤寿芳: 逐次2点真直度測定法の基本的な特性に関する研究, 日本機械学会論文集, C, **48**, 436(1982) 1930.
- 4) 例えば, R. W. Hamming (宮川 洋, 今井秀樹訳): デジタル・フィルタ, 科学技術出版社(1980) 38.
- 5) 清野 慧ほか: 平面度の迅速高精度測定に関する研究, 昭和60年度精機学会東北支部郡山地方講演会概要集(1985) 85.