研究論文

しま走査干渉計の手法による Moiré deflectometry*

新井 泰彦** 倉田 忠雄**

Moiré Deflectometry by the Method of Fringe Scanning Interferometry

Yasuhiko Arai and Tadao Kurata

A novel high precise quantitative measuring method of the refractive index by applying the fringe scanning and the scanning moiré methods to moiré deflectometry is described. Since the proposed setup is founded on the shadowgraph apparatus, this system can be manipulated simpler than the interferometer. Then the automatic measurements can be performed by microcomputer. When this method is applied to the measurement of the fast air flow in the Laval nozzle, it is confirmed that close agreement between measured results and theoretical values is obtained. Furthermore the pressure mapping in the nozzle can be measured by assuming the relationship of the adiabatic change. These results show that this method is useful in the fields of flow visualization.

Key words: moiré fringe, moiré deflectometry, Laval nozzle, fringe scanning, scanning moiré, flow visualization

1. 緒 言

透明物体や透明な流体の屈折率分布を測定することは、それらの内部の状態を知る上で重要な手段である。また、このような光学的測定は測定対象に影響を与えない点においても優れた測定法であると考えられる¹⁾。従来、マッハツェンダ干渉計を用いた温度測定²⁾、流れの可視化¹⁾、また、シュリーレン法、シャドウグラフ法による流れの可視化等が報告されている¹⁾が、干渉計による測定では高精度な定量的測定が可能であるものの、装置が高価であり、実際の測定では光学系の設定において取扱いが煩雑であるなどの問題がある³⁾。一方、シュリーレン法、シャドウグラフ法では取扱いは容易である反面、定量的な測定が困難であるなどの問題がある。

このような状況に対し、シャドウグラフ装置に格子を用いたモアレじまによる定量的測定が可能なMoiré

deflectometryと呼ばれる手法が提案されている⁴⁾⁵⁾。しかしながら、この手法においても実際には、ぼんやりとした濃淡の変化であるモアレじまの移動量を正確に測定することは困難であり、現状では、この手法による高精度な測定は困難であるとする。

この問題に対して、本研究では、近年急速に発展したしま走査干渉計の手法^{6)~8)}をMoiré deflectometryに応用することにより、TVカメラ、計算機による⁹⁾高速かつ高精度な測定が可能な屈折率分布測定法を提案するものである。さらに、本報では、この手法を圧力変化にともなう屈折率分布を理論的に求めることのできる Laval nozzle¹⁰⁾内部の高速空気流測定へ適用し、1/30sのサンプリングによる1枚の画像から、ノズル内部の屈折率を従来の約50倍程度の分解能で測定することができた。また、ノズル内部の変化が断熱変化であると仮定した場合¹⁰⁾の圧力分布を測定した屈折率より演算し、その結果が理論値によく一致することを確認した。さらに、ノズル内部全域の二次元圧力分布の測定も可能であることを示した。

2. Moiré deflectometryの原理

* 原稿受付 昭和62年 7月10日。昭和62年度精密工学会春季大会学術講演会(昭和62年 3月28日)にて発表

** 正 会 員 関西大学工学部(吹田市山手町3-3-35)

Fig. 1 Schematic of principle

図1に示す検査面ABCDにおいて、 y 軸方向に密度が増加する分布を持つ媒質を考えた場合、 z 軸方向に平行光線を照射すると光線は媒質内の密度変化にともなう屈折率分布に従い偏向されることが知られている¹⁾。ここで、図1に示すように検査面の z 方向の幅を L とすると、 y 軸方向への光の総屈折角 $\theta_y(x, y)$ と屈折率分布との関係は式(1)として表すことができる¹⁾。

$$\theta_y(x, y) = \int_0^L \frac{1}{n} \frac{\partial n(x, y)}{\partial y} dy \quad (1)$$

さらに、図に示すように位相物体背後に格子を設置するとスクリーン上でのその影は平行光線の偏向にともなう変形をうけ、この変形量を d 、格子スクリーン間距離を b とすると、総屈折角 $\theta_y(x, y)$ は幾何学的に式(2)として求めることができる。

$$\theta_y(x, y) = \tan^{-1} \left(\frac{d}{b} \right) \quad (2)$$

このようにして、 $\theta_y(x, y)$ を求め、式(1)の関係から屈折率分布を求めることができる。

ところが、実際の格子変形量 d は微小であるため、直接格子像の変形量を求めることは困難である。この問題に対して、スクリーン上の変形格子の透過率分布 $T_d(x, y)$ を式(3)と表現し¹¹⁾、

$$T_d(x, y) = a_d(x, y) + b_d(x, y) \cos 2\pi \alpha_d(x, y) \quad (3)$$

ただし、 $a_d(x, y)$ 、 $b_d(x, y)$ は変形格子像におけるシャドウグラフの影響、照明むら等に対する係数であり、 $\alpha_d(x, y)$ は変形格子の位相を示すものである。

$$T_r(x, y) = a_r(x, y) + b_r(x, y) \cos 2\pi \alpha_r(x, y) \quad (4)$$

さらに、スクリーン上に、式(4)に示す透過率分布を持つもう1枚の基準格子を設置し、格子変形量 d を式(3)、(4)より求めた式(5)に示すモアレじま¹¹⁾の変形量として拡大検出する手法が、Moiré deflectometry^{4) 5)}である。

$$M(x, y) = a_m(x, y) + b_m(x, y) \cos 2\pi \phi_d(x, y) \quad (5)$$

ただし、 $a_r(x, y)$ 、 $b_r(x, y)$ 、 $a_m(x, y)$ 、 $b_m(x, y)$ はシャドウグラフの影響等に対する係数であり、 $\alpha_r(x, y)$ は基準格子の位相を示すものである。

ここで、 $\phi_d(x, y) = \alpha_r(x, y) - \alpha_d(x, y)$ である。

しかしながら、この手法によって高精度な測定を行うには、式(5)に示すようなぼんやりとした濃淡のしただけであるモアレじまの変形量を正確に測定しなければならない。この問題に対して、本研究では次に示すようなTVカメラの走査線を用いたしま走査干渉計の手法によって^{6)~8)}、モアレじまの位相 $\phi_d(x, y)$ を検出し、モアレじまの変形量、さらに格子の変形量 d を求めることを考えた。

3. TVカメラを用いたしま走査干渉計の手法

式(4)に示すスクリーン上の基準格子を、たとえば、図2に示すTVカメラの走査線4本を1組と考えた仮想格子¹²⁾(斜線部が格子の不透明部分と考える)として定義すると、(A)の0 rad相、(B)の $\pi/2$ rad相のように、走査線の取扱いにより容易に式(6)に示す0, $\pi/2$, π , $3\pi/2$ radの4種類の位相の異なった透過率分布の仮想格子を考えることができる。

$$T_r^*(x, y) = a_r(x, y) + b_r(x, y) \cos 2\pi \left(\alpha_r(x, y) + \frac{\pi}{2} j \right) \quad (6)$$

ただし、 j は整数。

Fig. 2 Phase of the virtual gratings

この仮想格子をMoiré deflectometryのスクリーン上の第2番目の基準格子として用いると、発生するモアレじまにも式(7)に示すような4種類の位相を与えることができる。

$$M_{x,y}^* = a_m(x,y) + b_m(x,y) \cos 2\pi(\phi_d(x,y) + \frac{\pi}{2}j) \quad (7)$$

さらに、モアレじまの位相 $\phi_d(x,y)$ はそれぞれ $\pi/2$ radの位相を持つ式(7)に示す4種類のモアレじまプロフィールよりしき走査干渉計の手法によって式(10)として求めることができる⁸⁾⁹⁾。

$$C(x,y) = M_0(x,y) - M_2(x,y) = 2b_m(x,y) \cos 2\pi\phi_d(x,y) \quad (8)$$

$$S(x,y) = M_3(x,y) - M_1(x,y) = 2b_m(x,y) \sin 2\pi\phi_d(x,y) \quad (9)$$

$$\phi_d(x,y) = \tan^{-1}(S(x,y)/C(x,y)) \quad (10)$$

ここで、光学系の不完全さ(例えば、基準格子の持つ誤差、光学系の配置誤差等)を排除するために、あらかじめ採取しておいた変形前の位相 $\phi_d(x,y)$ と同一点における変形後の位相 $\phi_d(x,y)$ との差より、格子の移動量 d は、格子1ピッチの変形がモアレじまの位相 2π radに対応することを利用して、式(11)により求められる。

$$d = \left(\frac{\phi_d(x,y) - \phi_d(x,y)}{2\pi} \right) S \quad (11)$$

ただし、 S は格子のピッチ。

この格子移動量 d を式(2)へ代入することにより $\theta_y(x,y)$ を求め、式(1)の関係より屈折率分布を求めることができる。

4. 実験装置

光学系を図3に示す。これはシャドウグラフ装置に“A”に示す格子とTVカメラを付加することにより構

Fig. 3 Optical system

Fig. 4 Digital processing system

Fig. 5 Laval nozzle

成されている。演算部は、図4に示す16ビットマイクロコンピュータ、フレームメモリ(256*256, 256階調)によって構成されている。さらに、“A”に示す格子を取り除くことによって、TVカメラによるシャドウグラフの撮影も可能である。

一方、被測定物体としての流体モデルは図5に示す形状を持つLaval nozzleと呼ばれるものである。これは、入力圧力 P_0 が出口圧力 P_1 よりも十分に高く、ノズルのスロート部で流れがチョーク状態となる場合に、流速がスロート部でマッハ1となり、末広部ではさらに流速を増し、超音速流を発生させることのできるものである。この場合に、1点鎖線で示したノズル中心線上での一次元流れの各部分における圧力分布 P_2 は、ノズル各部分の断面積 a_2 とスロート部断面積 a_c との比により、式(12)として理論的に求めることができる¹⁰⁾。

$$\frac{a_2}{a_c} = \left(\frac{2}{K+1} \right)^{\frac{1}{K-1}} \left(\frac{P_2}{P_0} \right)^{\frac{1}{K}} \sqrt{\frac{K+1}{K-1} \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_0} \right)^{\frac{K-1}{K}} \right]} \quad (12)$$

ただし、 K は比熱比。

実験では、このような圧力変化にともなう屈折率変化を測定し、式(13)よりLaval nozzle内の密度変化に変換し、さらに、一般に行われているように、ノズル内の変化を断熱変化であると仮定したもとの、圧

力 P 、マッハ数 M を式 (14)、(15) より求め¹⁰⁾、式 (12) より求めた理論値との比較を行った。

$$n = 1 + K\rho \quad (13)$$

ただし、 n は屈折率、 ρ は密度、 K はグラッドストーン・デール定数。

$$\left(\frac{P}{P_0}\right) = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^K \quad (14)$$

$$\left(\frac{P_0}{\rho}\right) = \left(1 + \frac{K-1}{2} M^2\right)^{\frac{1}{K-1}} \quad (15)$$

ただし、 K は比熱比。

5. 結果と検討

図3に示す光学系において、測定幅 $l = 5.0\text{mm}$ 、格子ピッチ $S = 1.5\text{mm}$ 、格子スクリーン間距離 $b = 375\text{mm}$ とそれぞれ設定し、Laval nozzle 入口圧力 $P_0 = 0.58\text{MPa}$ 、出口圧力を大気圧として実験を行った結果を図6に示す。

(A) は剥離、衝撃波の発生状態を本手法による測定結果と対比するために、ノズル内の流れをシャドウグラフにより可視化したものである。

(B) は、Laval nozzle 中心線上での一次元流れの屈折率の測定結果であり、(C)、(D) は測定した屈折率より式 (13)、(14)、(15) によって求めた圧力、マッハ数である。また、図中破線で示したものは、Laval nozzle 各部分での断面積に対する式 (12) により求めた理論値である。測定結果と理論値がよく一致していることがわかる。また、Laval nozzle 内の高速空気流は、再現性のよい物理現象であるため、再度の実験においても同様に、測定結果と理論値の一致が認められた。

この場合、従来の Moiré deflectometry のように単にモアレじまの移動量を測定する手法に対し、本手法では、モアレじまの位相を $1/50$ フリンジ程度で測定することが可能であるため⁹⁾、50倍程度の分解能の向上がはかられているものと考えられる。

また、このような理論値との対比だけでなく、シャドウグラフにより可視化された衝撃波の位置の前後において、マッハ数が急激に変化している様子等もよく対応している。

一方、従来よく解析の行われているこのような一次元流れだけでなく、本手法では、 x 方向において、各

(D) Distribution of Mach number

Fig. 6 Experimental results
走査線上で同じ測定、演算を行うことにより、1枚の入力画像からノズル全域の二次元圧力分布を求めることができるものと考え、測定した結果を図7に示す。

これらのことから、高速度ビデオカメラの使用により、時間的に変化する現象に対しても、二次元屈折率分布の定量的な測定が可能であると考えられる。

しかしながら、本手法では式(1)の積分方程式を解く場合に、屈折率を総屈折角に対する測定幅しにおけ

Fig. 7 2-D distribution of pressure

る平均値として計算を行っているにすぎず、今回のような測定幅 L の小さな($L=5.0\text{mm}$)場合には、理論値によく対応したが、厚みのある被測定物体に対しては、たとえば、アーベル変換⁵⁾、CT¹⁾等の技術が必要であると考えられる。

6. 結 言

本実験では次のことを行い、また明らかにした。

- (1) しま走査干渉計の手法をMoiré deflectometryに導入することにより、1枚のサンプリング画像から、従来の手法の50倍程度の分解能で屈折率分布の測定を可能とした。
- (2) 結果において、従来、十分な解析が行われているLaval nozzle内部の変化が断熱変化であると仮定した場合の屈折率より求めた圧力分布が、中心線上の一次元流れでは、理論値によく一致することがわかり、また、シャドウグラフにおける衝撃波の位置なども十分に対応していることがわかった。
- (3) さらに、Laval nozzle全域にわたる測定を行うことにより、一次元流れだけでなく、屈折率分布、圧力分布の二次元測定も可能であることがわかった。

以上の結果より、本手法が屈折率の高精度な定量的測定法であり、本報で扱った流体モデルのみならず、工学の基礎的研究の発展に貢献する技術であることがわかった。

最後に研究開始時より、熱心にご助言、ご指導下さった大阪大学工学部応用物理学科横関俊介先生、ならびに、流体モデル製作にあたってご指導下さった関西

大学工学部機械工学第二学科大場謙吉先生に心より感謝いたします。

参 考 文 献

- 1) 浅沼 強：新版流れの可視化ハンドブック，朝倉書店，(1986) 291.
- 2) 藤井 哲：点熱源からの浮力流れの実験，日本機械学会論文集（第2部），38, 312, (1972) 2119.
- 3) 一色尚次：斜め影写真法による境界層温度分布測定法，日本機械学会誌，75, 640, (1972) 689.
- 4) O. Kafri: Noncoherent Method for Mapping Phase Objects, Opt. Lett., 5, 12, (1980) 555.
- 5) E. Keren: Measurements of Temperature Distribution of Flames by Moiré Deflectometry, Appl. Opt., 20, 24, (1981) 4263.
- 6) J. H. Bruning: Digital Wavefront Measuring Interferometry for Testing Optical Surface and Lenses, Appl. Opt., 13, 11, (1974) 2693.
- 7) J. Schwider: Digital Wavefront Measuring Interferometry; Some Systematic Error Sources, Appl. Opt., 22, 21, (1983) 3421.
- 8) S. Nakadate: Fringe Scanning Speckle-patterns Interferometry, Appl. Opt., 24, 14, (1985) 2172.
- 9) 新井泰彦，倉田忠雄：縞走査干渉計の手法による高速かつ高分解能なモアレトポグラフィ法，光学，15, 5, (1986) 402.
- 10) H. W. Liepmann, A. Roshko: Elements of Gasdynamics (1957) (玉田 瑠 訳，気体力学，吉岡書店，1960, p. 138)
- 11) S. Yokozeki: Geometric Parameters of Moiré Fringes, Appl. Opt., 15, 9, (1976) 2223.
- 12) 谷田貝豊彦：走査モアレ法と三次元形状の自動計測，応用物理，47, 4 (1978) 370.