強力超音波振動系専用の最適設計 システムの開発*

清水 弘 幸** 佐田 登志夫***

Development of the Optimal Design System
for High-Intensity Ultrasonic System

Hiroyuki SHIMIZU and Toshio SATA

This paper describes the concepts and the applications of the design system which is developed to carry out optimal design for the high-intensity ultrasonic system. The design system consists of an optimizing program based on a simultaneous search plan and data bases in which data sets, vibration analysis programs by the finite element method, and other programs are included. The optimal value satisfied with design specifications is determined by means of the optimizing program. In this paper, the design of a solid horn that is one in several components of the high-intensity ultrasonic system is presented for an example of applications of the design system. The solid horn with a large diameter that has been produced in the rule of trial and error up to now is developed in a short time by the generative approach in the design system. The success in the applications confirms the practicality of the design system.

Key words: optimal design system, high-intensity ultrasonic system, optimizing program, vibration analysis program, solid horn

1. ま え が き

超音波加工や超音波溶接などの超音波エネルギーを動力的に利用する強力超音波応用分野がある。近年、この分野でも、要求される製品の多様化により多種少量生産の占める割合が急激に増加し、製品開発時間の短縮化に迫られている。ところで、この分野の中心的技術は、振動子、固体ホーン、支持体および工具により構成される超音波振動系を、いかに最適に設計するかにある。この振動系の設計の良否が、そのまま、製品の性能の良否を決定してしまうので、この振動系の設計に多くの時間を費やして試行錯誤で最適な設計値を求めている。そこで、この設計時間の短縮が早急に迫られている。

超音波振動系の最適な設計を行おうとするとき、数値計画法に基づく最適設計法¹⁾の適用が考えられるが、この振動系に対する数学モデル化の困難さにより、その適用は難しい。従って、最適設計性を考慮した強力超音波振動系専用の設計システムの開発が望まれる。

る。

そこで、本研究では、既に関係した有限要素法による強力超音波振動系の振動解析専用プログラム²⁾と、本文で開発した簡易な最適化プログラムとを用いて、最適設計システムを開発した。本文中では、本最適設計システムの概念と適用例について述べる。

2. 設計システムの概念

2.1 設計法の定式化

形状寸法などの設計諸元よりなる集合を D 、固有振動数などの属性諸元よりなる集合を P とすると、 P の各要素 P_i は、

$$P_i = f c_i(D) \quad (1)$$

と求められる。ここで、記号 $f c$ は集合 D の各要素すべてを引き数とする有限要素法による強力超音波振動系の振動解析専用プログラム（以下、FEM 専用プログラムと呼ぶ）での演算を意味する³⁾。いま、制約仕様と目標仕様が与えられたときの設計を考える。制約仕様は、設計諸元と属性諸元とへの制約があるので、制約諸元からなる集合を $C = [C_1, C_2]$ とすると、

$$C_1 \subseteq D, C_2 \subseteq P \quad (2)$$

なる関係が成立し、制約仕様を

$$C_m \leq \bar{C}_m \quad (m=1, 2) \quad (3)$$

* 原稿受付 昭和62年7月10日。昭和61年度精密工学会秋季大会学術講演会（昭和61年10月12日）にて発表

** 正会員 電気通信大学電気通信学部（調布市調布ヶ丘1-5-1）

*** 正会員 理化学研究所（和光市広沢2-1）

と表すことができる。ここで、集合 $\bar{C}_m$ は、集合 C_m の各要素に対して制約を定める上限値よりなる集合である。式 (3) を満たす集合 C_m の領域を、一般に制約領域と呼んでいる。一方、目標仕様は、一般には設計される構造物の重量とか価格を最小にすることを目標にしている。しかし、本研究で扱う強力超音波振動系の設計に対しては、重量や価格は重要でなく、むしろ、振動系の性能が重要となる。この振動系の性能を表す諸元は、属性諸元に含まれるので目標仕様の定式化は次のように表現できる。すなわち、目標諸元よりなる集合を A とすると、

$$A \subseteq P \quad (4)$$

なる関係が成立し、集合 A の各要素を A_i とするとき、目標仕様を

$$fc_i(D_0) = \min[A_i] \quad (5)$$

と表現できる。この式 (5) は、式 (1) より、 $D = D_0$ のとき A_i を最小（以下で、最小を最大と考えても同じである）にでき、目標値を A_i の最小においたとき D_0 が最適設計値であることを意味する。

本研究での設計システムの基本的概念は、式 (3) の制約条件下で式 (5) の方程式を満たす解 D_0 を、FEM 専用プログラムの演算結果から、次項で述べる最適化プログラムにより、自動的に選択することにある。

2.2 最適化アルゴリズム

強力超音波振動系の FEM 専用プログラムによる振動解析の演算規模は、一般の構造物のそれに比べて小さいので、式 (5) の最適解 D_0 を求める最適化アルゴリズムに、一斉探索方式を適用することができる。このアルゴリズムは、総当たりによる数値の大小を判断して最小値を求める簡単なものであり、図 1 にその考えを示す。

まず、設計、制約および目標の各諸元によりなる集合 D, C および A の定義を行い、数値の大小を判断するとき使用する作業用の各集合の初期設定を行う。そして、探索すべきモデルの総数 p を設定する。次に、モデル番号 j に対する設計諸元の設定 ($D = D_j$) を行い、FEM 専用プログラムの演算結果から属性諸元 P_j を決め ($P = P_j$)、制約諸元 C_j および目標諸元 A_j を

Fig. 1 Basic algorithm for the optimizing program

属性諸元 P_j より決める ($C = C_j, A = A_j$)。そして、制約諸元 C_j に対して、式 (3) の制約条件が成立するかを判定し、式 (5) の最小値の判定を行う。このルーチンをモデル総数 p の回数だけ行い、最終的に制約領域内で最小値を求め、その値と最適設計値とを出力することができる。もし、最小値を求めることができない場合（初期設定値が厳しく制約領域が存在しないことによる）には、初期設定値に対する最適設計値が存

Fig. 2 Flowchart of the optimal design system for the high-intensity ultrasonic system

在せず、各諸元の初期設定値が出力される。そして、この場合、設計者の判断により新たに制約諸元あるいは目標諸元を再設定し、最適設計を行うことができる。

2.3 設計システムの構成

開発した最適設計システムのシステム構成の概略を図2に示す。与えられた設計仕様に対して、このシステムでは、まずバリエーションアプローチで過去のデータの集合の中から最適化プログラムにより最適設計値を探索する。もし、最適設計値が探索できないときには、設計者の創意工夫に基づくジェネラティブアプローチを適用して、設計対象物の原形の創造を行い、最適化プログラムにより最適設計を行うことができる。最適設計の結果は、最終的に設計者の判断により、図面化などの情報化作業により表示される。

3. 直径の太い固体ホーンの設計への適用

次に、本最適設計システムの適用例として、強力超音波振動系の構成要素の一つである固体ホーンの設計について述べる。近年、大出力超音波パワーの要求に伴い、固体ホーンの端面に数個の振動子を接合する方法が採られている。このため、固体ホーンの直径は、従来の一次元設計法（棒の縦振動方程式に基づく設計法）が成立すると考えられていた範囲 $d_1 \leq \lambda/4$ (d_1 : 太い端面の直径, λ : 波長) をはるかに越えて太くなった。この直径の太い固体ホーンは、その設計方法もなく、長時間を要して試行錯誤で製作されていた。この直径の太い固体ホーンを、本設計システムは以下のように短時間で設計可能とした。

3.1 設計諸元および属性諸元の説明

形状関数 $g(z)$ で外形が表現される、軸対称構造の固体ホーンの寸法座標および振動モードの形（破線）を図3に示す。ホーン全長を L 、太い端面直径を d_1 、細い端面直径を d_2 とする。また、ホーンの太い端面中心および外周での z 方向変位成分を V_0 および V_s とし、細い端面でのそれらを V_1 および V_T とする。この固体ホーン的设计諸元からなる集合 D を、

$$D = [g(z), \text{材質}, d_1/L, d_2/d_1] \quad (6)$$

と決める。ここで、形状関数 $g(z)$ は、指数、直線、双曲線、ステップおよび丸み付きステップなどの関数を示し、材質は鋼およびアルミニウム合金などである。また、パラメータ d_1/L および d_2/d_1 は設計変数である。

一方、固体ホーンの属性からなる集合 P を、 $P = [\text{無次元固有振動数 } \alpha L, \text{ホーン全長 } L, \text{太い端面直径 } d_1, \text{細い端面直径 } d_2, \text{振幅拡大率 } |V_1/V_0|, \text{太い端面のピストン運動性 } |V_s/V_0 - 1|, \text{細い端面のピストン運動性 } |V_T/V_1 - 1|, \text{振動節の } z \text{ 座標 } z_n, \text{振動節の } r \text{ 方向変位成分 } V_r, \text{最大主応力 } P_M]$ (7)

と決める⁴⁾。この属性諸元の各値は、式(1)に示すように設計諸元の設定値に対するFEM専用プログラムの演算結果より求められる解析値である。前述の5種類の形状関数の固体ホーンについては、使用頻度も高いので、すでにFEM専用プログラムにより演算を行い（要素数128、節点数85の要素分割モデルでの倍精度計算、以下の演算でも同じ）、その結果より得た属性諸元をデータベースに蓄積してある。

3.2 直径の太い固体ホーンの設計仕様

実用的観点より与えられた設計仕様は、“共振周波数15 kHz、最大出力2.5 kW、出力端面振幅7 μm 、直

Fig. 3 Geometry and mode shape of a solid horn with an arbitrary cross-sectional shape

径 60 mm, 全長 155 mm の超音波振動子を 2 個接続することができ, 太い端面直径に対する細い端面直径の比が 0.4 である固体ホーンで, 振幅拡大率が 3 以上 4 以内の範囲にあるもの”である. この設計仕様を満たす固体ホーンの最適設計を本設計システムで行うに際して, 次の点を考慮しなければならない. すなわち, この設計仕様のように 2 個以上の振動子を一つの固体ホーンに接続するとき, 接続される振動子の負担分担が等しくなり, 各振動子の出力パワーが平等になるように, 両者はピストン運動で結合されねばならない. このことより, 設計される固体ホーンの太い端面はピストン運動性が良く, その直径は 2 個の振動子を全面で受けるため 120 mm 以上が必要となる. また, 細い端面も同様に, 工具との接合を良好に行えるため, ピストン運動する必要がある.

3.3 バリエーションアプローチ

設計に当たって, まず, 図 1 に示すように, 設計, 制約および目標の各諸元を定義しなければならない. このとき, 与えられた設計仕様に基づき各諸元が定義されるが, 定義の仕方は設計者により多少の自由度がある. 以下に, 本文での実行例を述べる. まず, 前節で述べた設計仕様に基づき, 設計諸元を式 (6) で, また, 制約諸元をホーンのピストン運動性を考慮して, $C = [d_1/L, d_2/d_1, d_1, |V_1/V_0|, |V_s/V_0-1|, |V_t/V_1-1|]$ と定義する. 実際の上限值を定めた式 (3) に相当する制約条件式は,

$$\text{I. } 0.1 \leq d_1/L \leq 1.0, 0.1 \leq d_2/d_1 \leq 1.0$$

$$\text{II. } 3 \leq |V_1/V_0| \leq 4, |V_s/V_0-1| \leq 0.5, \\ |V_t/V_1-1| \leq 0.5, 120 \text{ mm} < d_1$$

である. ここで, ピストン運動性が 0.5 以内としたのは, この範囲内で端面のピストン運動性が良く接合による問題が生じていない経験に基づくものである. また, 目標諸元をホーンの太い端面の直径 d_1 とし, 2 個の振動子がその端面に十分良く取り付けられる寸法として $d_1=125 \text{ mm}$ となることを設計目標とするので, 式 (5) に示す目標仕様の定式化は,

$$f_c(D_0') = \text{Min}[|d_1-125|]$$

と表現することができる.

さて, このように各諸元を定義したのち, 本文で開発した最適設計システムを働かした. 最初にバリエーションアプローチが実行され, データベースに蓄積された 5 種類の代表的固体ホーンの属性諸元のデータを探索する. このアプローチで, 最適設計値として

$$D_0' = [\text{ホーン形状} = \text{丸み付きステップ形状, 材質} = \text{鋼, } d_1/L = 0.7, d_2/d_1 = 0.4]$$

を見つげ出した. このときホーンの直径は $d_1=122.6$

Fig. 4 Variation of solid horns depending on movement of the point G

mm である.

3.4 ジェネラティブアプローチ

3.4.1 問題点と創造的一解決法

3.3 節のバリエーションアプローチにより設計された丸み付きステップ形固体ホーンの形状を, 図 4 に実線で示す. このホーンは与えられた設計仕様を満足する. しかし, このホーンを実用するとき, ホーンの支持位置が問題となる. つまり, ホーンは一般に, ホーン表面上の振動節の位置を支持体で支持して使用される. ところが, この設計されたホーンの振動節は, 図 4 に破線で示す振動節面 (振動節よりなる面) を見ると, ホーンの丸み部に存在することがわかる. このため, 支持体による支持が困難となり, ホーンの性能を発揮することができなくなる.

そこで, 本文では, この問題に対して次のような工夫で, 一つの解決を行った. つまり, 図 4 中の点 G を, 例えば点 G' に移動して, 点 G が振動節になるようにする. このようにすれば, 点 G を支持することにより, ホーンの支持が容易で確実となり, ホーンの性能を十分発揮することができる. 以下に, 本最適設計システムによる設計過程を述べる.

3.4.2 形状関数の設定

点 G を移動させたときの固体ホーンの形状関数 $g(z)$ を次のように設定する. 図 5 において点 G の座標を $G(d/2, l)$ とすると,

点 F-G 間は直線:

$$r = \{(d-d_1)/2l\}z + d_1/2$$

点 G-H 間は円:

$$(r-R)^2 + \{z-(L+d_1-d_2)/2\}^2 = (d_2/2-R)^2$$

ただし,

$$R = (d+d_2)/4 + (2l-L-d_1+d_2)^2 / \{4(d-d_2)\}$$

点 H-I 間は直線:

$$r = d_2/2$$

なる方程式で記述することができる.

Fig. 5 Geometry of a solid horn to decide an optimal shape

3.4.3 各諸元の再設定

点Gを振動節にする設計では、次の事項を考慮して各諸元を再設定しなければならない。すなわち、(イ)点Gが振動節(軸方向振動変位成分が零の位置)になること、(ロ)第一次固有振動数の値が3.3節で得た丸み付きステップ形ホーンのその値に近いこと、(ハ)最大主応力の値が3.3節で得た丸み付きステップ形のそれより小さいこと、である。また、実際の設計変数は点Gの座標を無次元化した変数(d/d_1 , l/L)を使用する。

以下に各諸元を再設定する：

設計諸元 $D=[g(z)$, 材質, d_1/L , d_2/d_1 , d/d_1 , $l/L]$

制約諸元 $C=[d_1/L$, d_2/d_1 , d/d_1 , l/L , αL , d_1 , $|V_1/V_0|$, $|V_s/V_0-1|$, $|V_t/V_1-1|$, V_z , $P_M]$

ここで、 V_z は点Gの z 方向変位である。

また、制約条件式は、

I. $d_1/L=0.7$, $d_2/d_1=0.4$, $0.4 \leq d/d_1 \leq 1.0$, $0 \leq l/L \leq 0.5$

II. a) 太い端面のピストン運動性 $|V_s/V_0-1| \leq 0.5$, 細い端面のピストン運動性 $|V_t/V_1-1| \leq 0.5$, b) 3 $\leq$ 振幅拡大率 $|V_1/V_0| \leq 4$, c) 点Gの z 方向変位 $|V_z| \leq 0.5$, d) 第1次固有振動数の差 $|\alpha L - \alpha_0 L| \leq 0.2$, e) 最大主応力 $P_M \leq P_{M0}$

である。

ただし、 $\alpha_0 L$ および P_{M0} は、3.3節で設計された丸み付きステップ形ホーンの第1次固有振動数および最大主応力を示す。設計目標は、点Gが振動節になることであるから、目標諸元 $A=[|V_z|]$ であり、式(5)に示す目標仕様の定式化は、

$$fc(D_0) = \text{Min}[|V_z|]$$

と表現することができる。このように各諸元を定義したのち、本最適設計システムのジェネラティブアプローチを働かせる。点Gの移動に対して生ずる固体

Fig. 6 Feasible region of design variables

Small letters a)~e) indicate respectively constrained conditions II in the section 3.4.3

Principal stress distribution

Ranking of non-dimensional principal stress

0-1 1-1.5 1.5-2 2-2.5 2.5-3 3-3.5

→: Unit length of displacement

Fig. 7 Displacement and stress distributions of the optimal solid horn

ホーンの形状モデルに対して、データベース中の自動要素分割プログラムにより要素分割が行われ、各節点座標が求められ、FEM専用プログラムが動く。

3.4.4 設計結果

ジェネラティブアプローチの結果、最適設計値 $D_0=[g_0(z)$, 材質=鋼, $d_1/L=0.7$, $d_2/d_1=0.4$, $d/d_1=0.76$, $l/L=0.45]$ を得た。ただし、形状関数 $g_0(z)$ は、点FG間: $r=-0.1867z+0.5d_1$, 点GH間: $(r-0.6732d_1)^2+(z-1.0143d_1)^2=0.2237d_1^2$, 点HI間: $r=0.2d_1$ なる方程式となる。このジェネラティブアプローチでの最適設計値探索の結果を図6に示す。設計変数(d/d_1 , l/L)よりなる設計平面を図6のように決め、それぞれの制約条件(3.4.3項で述べた、制約条件II. a)~e))を満たす領域を図示する(境界線上は制約条件を満足する)とともに、これらの制約条件をすべて満たす制約領域(Feasible region)を図示する。

Fig. 8 High-intensity ultrasonic system produced

この制約領域内で目標仕様を満たす最適設計値 D_0 が最適化プログラムにより自動的に点 O として求められる。

図 7 は設計された固体ホーンの変位分布（中心線の上部）および応力分布（中心線の下部）を示す。振動時、ホーンの太い端面と細い端面はピストン運動しており、振幅拡大率は 3.9 であり、ホーン表面の振動節が点 G にあることを示している。また、最大主応力は、 $P_{M0}=3.40$ に対して $P_M=3.39$ であり、応力分布も集中応力が働かない良い分布を示している。

3.5 設計値に基づく製作

設計された固体ホーンの寸法は、 $L=176.9$ mm, $d_1=123.9$ mm, $d_2=49.6$ mm, $d=94.2$ mm, $l=79.6$ mm と決定される。

図 8 は、設計した固体ホーンを実際に製作し、望みの強力超音波振動系を構成した写真を示す。出力 2.5

kW 用の超音波振動子が固体ホーンの太い端面に 2 個接続され、円形板上に固定されている。また、振動節となる点 G には支持用フランジが付加されている。この振動系の共振周波数は設計値 15.0 kHz に対して実測値 14.7 kHz であり、また、振幅拡大率は 3.9 に対して 3.7 を示し、設計値と実測値とが良く一致した。この振動系は、最大出力 5 kW、細い端面の許容振幅 25 μ m として、各種の強力超音波応用機器に使用することができ、本最適設計システムの実用性を確認することができた。

4. む す び

以上、本文では、強力超音波振動系の最適な設計を短時間でを行うために、最適設計システムの開発を行った。このことを次の 3 点にまとめて記す。

- (1) 既に開発した振動解析専用 FEM プログラムを使用する設計法の定式化を行い、この定式化に基づいて最適化アルゴリズムを提案し、最適化プログラムを開発した。
- (2) 過去に蓄積されたデータより最適設計値を求めるバリエーションアプローチと、設計者の創意工夫を簡単に取り入れることができるジェネラティブアプローチとよりなる最適設計システムを開発した。
- (3) この設計システムを適用して、従来試行錯誤でしか設計できなかった直径の太い固体ホーンの最適設計を短時間で行うことができた。そして、実際に試作した結果、十分実用できることがわかり、本最適設計システムが強力超音波振動系の設計に十分活用できることを確認した。

参 考 文 献

- 1) 例えば、山田善一、大久保健二：最適構造設計、丸善(1983)第 II 部。
- 2) 清水弘幸、佐田登志夫：強力超音波用振動系の振動解析法およびその検証、精密工学会誌, 54, 1 (1988) 177。
- 3) 沖野教郎：自動設計の方法論、養賢堂(1982)第 1 章。
- 4) 清水弘幸、加藤健一：超音波用エキスポネンシャル形固体ホーンの有限要素法による解析、日本音響学会誌, 34, 4 (1978) 248。