き裂進展のマイクロメカニクス*

小林 英男**

Micromechanics of Crack Growth / Hideo KOBAYASHI

Key words: micromechanics, fracture mechanics, crack, crack growth, crack tip blunting, fracture toughness, fatigue, microstructure, micromechanism

1. はじめに

通常、材料の力学的挙動—変形と破壊—は弾性論や塑性論の手法で調べられる。弾性論や塑性論では、材料を連続体として扱う。連続体では細分化した部分の力学的性質がその形状や大きさに無関係であり、無限小の微小部分（物質点）を力学的扱いの出発点とすることができる。単純な物質の力学的性質を対象とする場合には、この仮定が正しい場合もある。

しかし、実在の材料は微視構造を有している。微視構造の代表例は結晶方位、結晶粒、構造欠陥（原子空洞、転位）、あるいは巨視欠陥（空洞、き裂）などである。したがって、細分化した場合に、種々のオーダの微視構造との相対寸法に対応して、力学的性質が変化する。逆にいえば、細分化した部分の力学的性質が、何らかの形で材料全体の力学的挙動に寄与していると考えられる。特に、破壊やある種の変形の微視機構は、特定の微視構造にのみ関連する場合が多い。このような場合、特定の微視構造が材料全体の力学的挙動を支配し、いわゆる構造敏感性を示す。例えば、金属材料の延性破壊は第2相粒子を起点とする微小空洞の成長と合体によってなされ、第2相粒子の体積含有率が延性を支配する。結晶粒などの他の微視構造は、延性にあまり関係しない。

細分化した部分の力学的性質から材料全体の力学的挙動を解明しようとする場合、従来の連続体力学（弾性論、塑性論）の手法は十分でない。連続体の構成要素は位置のみであって、形状や大きさを持たない物質

点にすぎない。これに反して、材料の構成要素は微視構造であり、有限な広がりを持ち、それ自身が変形し、また回転し得るものでなければならない。このような観点から連続体の概念を拡張したものが、一般連続体である。マイクロメカニクスは一般連続体の力学に基礎を置いているが、むしろ上述した力学的挙動の解明に際しての手法と考えられる。

一般連続体の力学はリーマン幾何学以来の高次空間論に由来している。一般連続体はあくまで連続体であり、それが持つ特性長さのパラメータは絶対寸法ではない。一方、材料の微視構造の特性長さは絶対寸法であり、小は原子間距離から大は試験片寸法までの多岐にわたる。したがって、一般連続体の力学が扱い得る微視構造のオーダについて、解答を出すことは容易でない。一例として、き裂先端での変形や破壊に影響を及ぼすオーダの異なる微視構造を、図1に示す¹⁾。このような具体的問題について、マイクロメカニクスでどのようなアプローチができるかという問に対して、現在では十分に答えることはできない。答えるべき努力をしている、あるいはモデル化、解析ができる問題を探しているのが現状といえる。この意味において、マイクロメカニクスは一般連続体の力学の研究者よりも、むしろ材料の力学的挙動の研究者の仕事である。

現状のマイクロメカニクスは、転位の連続分布理論や楕円体介在物問題が主流をなしている。また、解析の対象も微視構造を有する材料の力学的挙動ではなく、例えば単にき裂の弾塑性応答といったものが多い。特に、き裂進展の問題は連続体力学のアプローチによって、破壊力学として体系化されているが、マイ

* 原稿受付 昭和63年4月22日

** 東京工業大学工学部（東京都目黒区大岡山2-12-1）

図1 き裂先端での塑性変形に影響を及ぼすオーダの異なる多くの因子¹⁾

クロメカニックスのアプローチを最も必要としている。以下では、その現状を解説する。

2. き裂先端塑性鈍化

多結晶金属材料の降伏応力あるいは流動応力は、Petchの式に従う材料全体としての特性であり、個々の結晶粒の塑性変形（転位の移動）は、降伏応力以下の応力で生じることが知られている。

材料を降伏応力 σ_{ys} の弾完全塑性体（連続体）とし、き裂先端の局所領域での塑性変形が材料全体と同じ構成方程式に従うと仮定する。理想き裂は負荷に伴い、き裂先端に塑性域を形成し、き裂先端は塑性鈍化し、開口する。き裂先端の塑性ストレッチ（開口変位） δ は、破壊力学の解析により次式で与えられている。

小規模降伏（線形弾性破壊力学）：

$$\delta = (1-\nu^2) K^2 / \lambda E \sigma_{ys} \quad (1)$$

大規模降伏（弾塑性破壊力学）：

$$\delta = J / \lambda \sigma_{ys} \quad (2)$$

ここで、 K は応力拡大係数、 J はJ積分、 ν はポアソン比、 E は縦弾性係数、 λ (≈ 2) は塑性拘束係数、 σ_{ys} は降伏応力であり、平面ひずみ状態を仮定している。しかし、上式は実験結果と一致しない。特に、実験結果は σ_{ys} 依存性を強く示さない。これは多結晶体の構成方程式が、き裂先端の局所領域で成立しないことに起因すると考えられる。

以下にマイクロメカニックスのアプローチを示

す^{2)~4)}。き裂先端の公称の応力拡大係数 K が次式に達すれば、原子尺度の鋭さのき裂先端から、転位の射出が開始する。

$$K = K_{cd} \quad (3)$$

ここで、 K_{cd} は完全延性固体の限界応力拡大係数である。一方、完全ぜい性固体の限界応力拡大係数は次式で与えられる。

$$K_{cb} = [2E\nu / (1-\gamma^2)]^{1/2} \quad (4)$$

ここで、 γ は表面エネルギーである。 K_{cd} と K_{cb} の比を g と置く。

$$g = K_{cd} / K_{cb} \quad (5)$$

g は理想的破壊強度 σ_i と理想的すべり強度 τ_i の比の関数である。 $g < 1$ ならば、き裂はへき開で進展する以前に、すべりで進展（鈍化）することになる。

図2(a)を参照して⁵⁾、 $K > K_{cd}$ となれば、き裂先端から多くの転位が射出され、き裂先端は徐々に塑性鈍化する。き裂先端の曲率半径を ρ とすれば、原子尺度の鋭いき裂に対して、次式の成立が必要である（Griffith き裂の条件）。

$$0 \leq \rho \leq 8b/\pi \quad (6)$$

ここで、 b は原子間距離である。したがって、鈍化き裂先端の実効の応力拡大係数 K_r は、次式のように減少する。

$$K_r = K(8b/\pi\rho)^{1/2} \quad (7)$$

$K_r > K_{cd}$ を満足する限り、き裂先端から転位が射出され続け、 ρ は次式に達する。

 図2 き裂先端での塑性鈍化(a)、へき開(b)および延性引裂き(c)⁵⁾

$$\begin{aligned}\rho &= 8bK^2/\pi g^2 K_{cb}^2 \\ &= 4b(1-\nu^2)K^2/\pi g^2 E\gamma\end{aligned}\quad (8)$$

一方、理想的破壊強度 σ_t は次式で与えられる。

$$\sigma_t = (E\gamma/b)^{1/2} \approx aE \quad (9)$$

したがって、 γ は次式となる。

$$\gamma = a^2 Eb \quad (10)$$

塑性ストレッチは $\delta = 2\rho$ とみなし、式(8)に式(10)を代入すれば得られる。

$$\delta = [8(1-\nu^2)/\pi a^2 g^2](K/E)^2 \quad (11)$$

小規模降伏の場合、J積分と応力拡大係数 K は次式の関係にある。

$$J = (1-\nu^2)K^2/E \quad (12)$$

したがって、式(11)は次式のように書き直すことができる。

$$\delta = (8/\pi a^2 g^2)(J/E) = CJ/E \quad (13)$$

ここで、 C は a と g で定まる定数である。体心立方金属に対して、 $a=1/5$ 、 $g=1$ とすれば、 $C=64$ となる。また、面心立方金属に対して、 $a=1/5$ 、 $g=0.6$ とすれば、 $C=78$ となる。

式(13)は式(2)と異なり、 σ_{ys} 依存性を示さない。さらに、式(13)から得られる値は、実験結果とほぼ一致する⁶⁾。式(13)の導出には多結晶体であることや、材料の構成方程式が仮定されていないから、 σ_{ys} 依存性を示さないことは当然である。ただし、き裂先端塑性鈍化の問題と異なり、塑性域寸法の問題には、連続体力学のアプローチが有効である。すなわち、き裂先端に塑性域を形成する転位の増殖、移動のうちで、き裂先端からの転位の射出のみが塑性鈍化に寄与すると考

えられる。ここにマイクロメカニクスのアプローチの面白さと難しさがある。

3. 破壊じん性

式(4)で与えられる完全ぜい性固体の限界応力拡大係数 K_{cb} は、 2γ を有効表面エネルギーで置き換えれば、塑性変形を伴う材料の破壊じん性となる(Griffith-Orowan-Irwinの条件)。ただし、塑性鈍化により式(6)は成立せず、エネルギー平衡(Griffithの条件)は破壊の必要条件であるが、十分条件ではない。そこで、材料の破壊じん性について、微視構造と微視機構を考慮して、以下に示す連続体力学のアプローチがなされている⁷⁾⁸⁾。

弾塑性体(連続体)の応力 σ -ひずみ ε 関係として、Ramberg-Osgoodの構成方程式を仮定する。

$$\sigma = \sigma_{ys}(\varepsilon/\varepsilon_{ys})^n \quad (14)$$

ここで、 σ_{ys} は降伏応力、 $\varepsilon_{ys} = \sigma_{ys}/E$ は降伏ひずみ、 n はひずみ硬化指数である。小規模降伏の場合、塑性域寸法 ω は次式で与えられる。

$$\omega = (1/\beta)(K/\sigma_{ys})^2 \quad (15)$$

ここで、 β は n および応力状態(塑性拘束係数)に依存する定数であり、例えば平面応力に対して $\beta = \pi(1+n)$ となる。塑性域内部の応力およびひずみ分布は、 λ を塑性拘束係数として、次式で与えられる。

$$\sigma_y/\lambda\sigma_{ys} = (\omega/x)^{n/(1+n)} \quad (16)$$

$$\varepsilon_y/\lambda\varepsilon_{ys} = (\omega/x)^{1/(1+n)} \quad (17)$$

ただし、 (x, y) はき裂先端を原点とし、 x 軸がき裂延長線となる直交座標であり、 x 軸上の y 方向応力、ひずみがそれぞれ σ_y, ε_y となる。

図2(b)を参照して、塑性域内部で特定の結晶粒にへき開が生じる条件は、下記のように仮定される。

$$\sigma_y|_{x=X_0} \geq \sigma_t \quad (18)$$

ここで、 X_0 は結晶粒径に関連する材料固有の距離であり、粒径のオーダーで平均化した応力拡大が、へき開に寄与することを意味している。したがって、破壊応力 σ_t も式(9)の理想的破壊強度 σ_t と内容的には同じであるが、定量的には一致しない。

一方、図2(c)を参照して、塑性域内部で第2相粒子を核として成長した微小空洞がき裂と合体し、延性引裂きが生じる条件は、下記のように仮定される。

$$\varepsilon_y|_{x=X_0} \geq \varepsilon_f \quad (19)$$

ここで、 X_0 は第2相粒子の平均間隔に関連する材料固有の距離であり、粒子間隔のオーダーで平均化したひずみ拡大が、合体に寄与することを意味している。し

たがって、破壊ひずみ ϵ_f も平滑試験片の破断延性と内容的には同じであるが、量的には一致しない。

式 (18) に式 (15)、式 (16) を、また式 (19) に式 (15)、式 (17) を代入すれば、それぞれ次式が得られる。

$$K \geq \left(\frac{\beta}{\lambda^{(1+n)/n}} X_0 \right)^{1/2} \sigma_{ys} \left(\frac{\sigma_f}{\sigma_{ys}} \right)^{(1+n)/2n} \quad (20)$$

$$K \geq \left(\frac{\beta}{\lambda^{(1+n)}} X_0 \right)^{1/2} \sigma_{ys} \left(\frac{\epsilon_f}{\epsilon_{ys}} \right)^{(1+n)/2} \quad (21)$$

式 (20)、式 (21) の右辺はいずれも材料定数となるから、内容的には次式を意味している。

$$K \geq K_c \quad (22)$$

ここで、 K_c は限界応力拡大係数、すなわち材料の破壊じん性である。 K_c はへき開と延性引裂きに対して異なる値となり、また材料因子、力学的拘束（応力状態）、温度、ひずみ速度依存性にも大きな差異がある。

式 (20)、式 (21) から破壊じん性の支配因子を定性的に理解できる。しかし、定量的な予測には不十分である。微視構造（材料固有の距離 X_0 ）と微視機構（寸法 X_0 の試験片の破壊）のモデル化が単純であり、材料全体の特性（式 (14) の構成方程式と破壊応力 σ_f 、破壊ひずみ ϵ_f ）をそのままき裂先端の破壊進行領域（プロセスゾーン）に適用していることに、その原因がある。マイクロメカニクスのアプローチを最も必要としている課題と考えられる。

4. 疲労き裂進展

疲労き裂の先端では、き裂進展の時々刻々に塑性ストレッチが形成され、それはき裂進展に伴い後方のき裂壁に残留する。この残留塑性ストレッチは塑性誘起き裂閉口の原因となり、疲労き裂先端の有効応力拡大係数 K_{eff} を減少させる。一方、塑性ストレッチがき裂先端およびき裂壁に残されていない、あるいはそれが無視できるき裂が、2章で扱った理想き裂である。実験に際しては、十分に低い繰返し荷重で疲労き裂を導入し、これを予き裂とする。その後の比較的高い単調増加荷重のもとで、疲労予き裂は理想き裂とみなすことができる。

同一の最大応力拡大係数 K_{max} に負荷した場合、疲労き裂と理想き裂の塑性ストレッチを比較して図3に示す⁹⁾。塑性誘起き裂閉口の有無に起因して、前者の塑性ストレッチ $\Delta\delta$ は後者の塑性ストレッチ δ_0 よりもかなり小さくなる。

Dugdale モデルを用いた連続体力学のアプローチによれば、疲労き裂先端の塑性ストレッチ $\Delta\delta$ は理想き裂先端の塑性ストレッチ δ_0 の比として、次式で与え

図3 疲労き裂(a)と理想き裂(b)の塑性ストレッチの比較⁹⁾

られる。

$$\left(\frac{\Delta\delta}{\delta_0} \right)_{K_{max}} = A \left(\frac{K_{max} - K_{op}}{K_{max}} \right)^2 = A \left(\frac{K_{eff}}{K_{max}} \right)^2 \quad (23)$$

ここで、 K_{op} はき裂開閉口時の応力拡大係数、 K_{eff} は有効応力拡大係数である。また、 $0.5 < A < 1$ で、 $A \approx 3/4$ 程度と考えられる。

疲労き裂進展速度 da/dN と有効応力拡大係数 K_{eff} の関係として、実験的に次式が得られている。

$$da/dN = B (K_{eff}/E)^2 \quad (24)$$

ここで、 B は定数、 E は縦弾性係数である。図3を参照して、疲労き裂の場合に負荷1サイクル当たりのき裂長さ増分は $da/dN = \Delta a = S$ (ストライエーション間隔) $\approx \Delta\delta/2$ 、理想き裂の場合に $\Delta a = SZW$ (ストレッチゾーン幅) $\approx \delta_0/2$ である。同一の K_{max} に対して、式 (24) から得られる $\Delta\delta$ と式 (11) の δ の比は、式 (23) に一致する¹⁰⁾¹¹⁾。2章で示したように、理想き裂の δ に対して、連続体力学のアプローチは有効でなく、式 (1) は成立せず、代わりに式 (11) が成立する。したがって、疲労き裂の $\Delta\delta$ に対しても、連続体力学のアプローチは有効でないことが結論される。連続体力学のアプローチが有効なのは、単に疲労き裂と理想き裂の差異（塑性誘起き裂閉口）の問題にすぎない。

疲労き裂の場合、破壊じん性 K_c よりもはるかに低

図4 疲労き裂先端の塑性域と微視構造（結晶粒）¹²⁾

い応力拡大係数 K で、き裂は進展する。図4に示すように、 K の低下に伴い、き裂先端の塑性域寸法は減少し、結晶粒径と同じオーダーとなる¹²⁾。したがって、微視構造の影響が無視できなくなると考えられる。事実、 K の低下に伴い、疲労き裂は結晶方位や粒界の影響を受けて、ジグザグに進展するようになる。この問題は疲労き裂進展の下限界応力拡大係数 K_{th} の解釈に際して、常にクローズアップされてきた。 K_{th} は特異な材料依存性、環境依存性を示すから、マイクロメカニクスのアプローチの格好のターゲットとされ、書かれた論文の数は枚挙にいとまがない。しかし、最近では、破面同士の接触で生成されるフレッチング酸化物がき裂内部の詰物となり、き裂閉口を助長する結果として、 K_{th} が存在し、特異な特性を示すことが明らかにされつつある¹³⁾¹⁴⁾。上述した塑性誘起き裂閉口の問題と同様に、酸化物誘起き裂閉口の問題にも連続体力学のアプローチが有効であり、マイクロメカニクスのアプローチを特に必要としない¹⁵⁾。すなわち、常に式(24)が成立し、式(24)の下限界はき裂先端からの転位射出の下限界にほかならず、 $da/dN = b$ （原子間距離）と考えられる。

5. おわりに

冒頭に述べたように、き裂進展の問題は連続体力学のアプローチによって、破壊力学として体系化されているが、マイクロメカニクスのアプローチを最も必要としている。以上で述べたき裂先端塑性鈍化、破壊じん性、疲労き裂進展のほか、応力腐食割れやクリープき裂進展も対象となる。また、金属材料以上に、

セラミックスや複合材料ではマイクロメカニクスのアプローチが必要となる。羊頭狗肉の解説を弁解すれば、き裂進展のマイクロメカニクスは体系化されていない、あるいは目的のみが明確であって内容が問われない若い学問である。今後の発展と、多くの研究者の積極的な参画を期待したい。

文 献

- 1) F. A. McClintock and G. R. Irwin: Plasticity Aspects of Fracture Mechanics, Fracture Toughness Testing and Its Applications, ASTM STP 381, (1965) 84.
- 2) J. Weertman: Crack Tip Blunting by Dislocation Pair Creation and Separation, Phil. Mag., 43, (1981) 1103.
- 3) J. Weertman: Fatigue Crack Growth in Ductile Metals, Mechanics of Fatigue, AMD-Vol. 47, ASME, 11, (1981).
- 4) H. Kobayashi and T. Mura: On the Blunting Line in the J_{Ic} Test - The Comparison of Theories and Experiments -, Proc. ICF Int. Symp. on Fracture Mechanics (Beijing), Science Press, 517, (1983).
- 5) 小林英男: 破壊力学入門, 5, 線形弾性破壊靱性, 材料, 32, 363 (1983) 1410.
- 6) H. Kobayashi, H. Nakamura and H. Nakazawa: Evaluation of Blunting Line and Elastic-Plastic Fracture, Elastic-Plastic Fracture: Second Symp., ASTM STP 803, (1983) II-420.
- 7) G. G. Chell and D. A. Curry: Mechanics and Mechanisms of Cleavage Fracture, Developments in Fracture Mechanics - 2, Chap. 3, Applied Science Publishers, 101, (1981).
- 8) I. C. Howard and A. A. Willoughby: Mechanics and Mechanisms of Ductile Fracture, Developments in Fracture Mechanics - 2, Chap. 2, Applied Science Publishers, 39, (1981).
- 9) H. Kobayashi and H. Nakamura: Investigation of Fatigue Crack Closure (Analysis of Plasticity Induced Crack Closure), Current Research on Fatigue Cracks, Current Japanese Materials Research, Vol. 1, Elsevier Applied Science, 229, (1987).
- 10) H. Kobayashi, H. Nakamura and H. Nakazawa: Mechanics of Fatigue Crack Growth, Mechanics of Fatigue, AMD-Vol. 47, ASME, 133, (1981).
- 11) H. W. Liu and H. Kobayashi: Stretch Zone and Striation Spacing - The Comparison of Theories and Experiments -, Scripta Metallurgica, 14, (1980) 525.
- 12) 小林英男: 疲労破面構造を支配する力学ならびに材料因子, 材料科学, 17, 6 (1981) 282.
- 13) 小林英男: 疲労き裂進展特性とき裂閉口, 日本機械学会論文集 (A 編), 49, 443 (1983) 771.
- 14) H. Kobayashi and H. Nakamura: Role of Closure Mechanisms on Fatigue Crack Growth in Steels under Service Conditions, Advanced Materials for Severe Service Applications, Elsevier Applied Science, 325, (1987).
- 15) H. Nakamura and H. Kobayashi: Analysis of Fatigue Crack Closure Caused by Asperities by the Modified Dugdale Model, Mechanics of Fatigue Crack Closure, ASTM STP 982, (1988) 459.