境界要素法によるエンクロージャ周囲の 回折音場の解析*

——二次元解析と三次元解析の比較——

西 田 公 至** 藤 塚 桂 男***

Boundary Element Analysis of the Diffraction Field around an Enclosure
—Comparison of 2D Analysis with 3D Analysis—

Kohshi NISHIDA and Katsuo FUJITSUKA

This paper deals with two- and three-dimensional analyses of the distribution of sound pressure levels around two kinds of boxlike enclosure models to cover noise sources. One has a circular aperture on its side and a loudspeaker inside, the other has two circular apertures on its two adjacent sides and two loudspeakers inside. In the case of two-dimensional analysis, considering the difference between the distance attenuation of cylindrical waves and that of spherical ones, the sound pressure levels calculated are corrected in order to obtain those in the three-dimensional field approximately. All the calculated results are compared with those measured in detail through a sound visualization method using three color-light-emitting diodes. The results obtained by the three-dimensional analysis agree fairly well with the measured ones. The results of the two-dimensional analysis used show that for the case when the height of an enclosure model is small and the frequency of sound is low, the accuracy of the calculated results of the sound pressure levels in the back region of the model are not satisfactory. In other cases, however, the sound field around such a model can be estimated sufficiently by the two-dimensional analysis with the correction of distance attenuation.

Key words: BEM, diffraction sound field, two-dimensional analysis, three-dimensional analysis, enclosure, circular aperture, distance attenuation, cylindrical wave, spherical wave, sound visualization

1. 緒 言

障害物による音波の回折の影響を解析的に求めることは一般に困難な場合が多い。このため、実際の騒音予測の計算では、音の波動性を無視したエネルギー拡散の式を基礎とし、これに回折による減衰量についての既存の資料を取り入れた計算方法が主として用いられている¹⁾。種々の障害物による音波の回折の影響を波動性を考慮して計算することができれば、精度のよい騒音予測が可能になると考えられる。一つの方法として、多角柱のようないくつかのエッジをもつ構造物周囲の回折音場の場合には、くさび状の半無限障壁による1重回折波を表すPierceの近似式²⁾³⁾を基礎とし

た解析が可能で、有限長の多角柱に対してもかなり有効な結果が得られる⁴⁾⁵⁾。しかし、この方法では対象物の形状が制約され、曲面構造物の回折には適用できない問題がある。任意形状の物体を対象とし得る解析方法として、有限要素法(FEM)を用いることができる。しかし、三次元の外部音場の解析では、空間の要素分割に多大の労力を要することとなり、実用的な方法とはいえない。最近では、音響問題への境界要素法(BEM)の適用が注目されている。BEMでは境界のみを要素分割すればよいので、FEMが苦手とする開領域場の解析が容易となる利点をもっている。外部音場のBEMによる解析例としては、呼吸球⁶⁾、剛体球⁷⁾、および円筒⁸⁾など主として厳密解の存在する振動体からの音の放射が多く扱われている。しかし、実際の騒音問題へのBEMの適用例⁹⁾となるとかなり少ないように思われる。実際の問題では厳密解が求められないので、BEMによる解析解を実験によって検証する必

* 原稿受付 昭和62年7月30日。昭和60年度精密工学会北海道支部学術講演会(昭和60年9月15日)にて発表

** 正 会 員 室蘭工業大学工学部(室蘭市水元町27-1)

*** 正 会 員 清水建設(株)(東京都中央区京橋2-16-1)

Fig. 1 External sound field

要がある。

本研究では、吸排気口などの開口部をもつ、遮音エンクロージャを想定した2種類の実験モデルを考え、開口部からの放射音によるモデル周囲の音場をBEMによって解析した。解析では、三次元解析のほかに、円筒波と球面波の距離減衰の相違を考慮した二次元解析をも行った。さらに、解析結果の妥当性を検証するために、音場の可視化方法による詳細な音圧レベル分布の測定を行い、これらの結果から、BEMによる解析方法の有効性について検討を行った。

2. 境界要素解析

2.1 Helmholtz 積分方程式

音響問題における音場は、音波の時間による変化が調和関数で表されるとき、Helmholtz 方程式 (1) によって支配される。

$$\nabla^2 \phi + k^2 \phi = 0 \quad (1)$$

ここで、 ϕ は速度ポテンシャル、 $k = \omega/c$ は波数、 ω は角周波数、 c は音速を表す。速度ポテンシャルと音圧 p および境界上での外向き法線方向の粒子速度成分 v_n との間には、次の関係が成り立つ。

$$p = j\omega\rho\phi, \quad v_n = -\frac{\partial\phi}{\partial n} \quad (2)$$

ここで、 $j = \sqrt{-1}$ 、 ρ は媒質の密度、 n は境界上での外向き法線方向を表す。図1に振動体外部の音場を一般的に示す。 Σ_∞ 、 Ω_0 、 $\partial\Omega$ および Ω_i はそれぞれ、無限遠境界、振動体の外部領域、境界面および内部領域を表す。点 i は観測点、点 j は境界上の点を表し、 r は点 i と点 j との距離を表す。図1(b)に示した θ および Θ は、それぞれ点 i において物体表面がなす外部平面角 (二次元) および外部立体角 (三次元) を表す。式 (1) を満足する三次元主要解を ψ^* として、式 (1) に Green の定理を適用し、Sommerfeld の放射条件¹⁰⁾ を考慮すると、Helmholtz の積分方程式 (3) が得られる。

$$c_i \phi_i = \int_{\partial\Omega} \left(\frac{\partial\psi^*}{\partial n} \phi - \psi^* \frac{\partial\phi}{\partial n} \right) d\Omega \quad (3)$$

式 (3) の積分は、二次元では線積分を、三次元では面積分を表す。係数 c_i と主要解 ψ^* は次のように表される。

$$c_i = \begin{cases} 1 & \text{in } \Omega_0 \\ \frac{\theta}{2\pi} [2D \text{ BEM}], \quad \frac{\Theta}{4\pi} [3D \text{ BEM}] & \text{on } \partial\Omega \\ 0 & \text{in } \Omega_i \end{cases} \quad (4)$$

$$\psi^* = \begin{cases} \frac{1}{4j} H_0^{(2)}(kr) & [2D \text{ BEM}] \\ \frac{1}{4\pi r} e^{-jkr} & [3D \text{ BEM}] \end{cases} \quad (5)$$

ここで、 $H_0^{(2)}$ は零次の第2種 Hankel 関数である。

2.2 積分方程式の離散化

式 (3) を解析的に解くことは一般的に困難である。そこで、境界を N 個の線要素 (二次元) または三角形要素 (三次元) に分割し、式 (3) を離散化する。本研究では、要素上で ϕ および $\partial\phi/\partial n$ の値を一定とし、要素の図心を節点とする一定要素を用いる。式 (3) は、境界上での ϕ と $\partial\phi/\partial n$ の値が求められれば、外部領域 Ω_0 での速度ポテンシャルが求められることを示している。そこで図1(b)のように、点 i が境界上に位置する場合を考えると、境界要素 e_i に関して式 (3) は次のように離散化される。

$$-c_i \phi_i + \sum_{j=1}^N \int_{e_j} \frac{\partial\psi^*}{\partial n} \phi_j de_j = \sum_{j=1}^N \int_{e_j} \psi^* \frac{\partial\phi}{\partial n} de_j \quad (6)$$

式 (6) の積分は、 j 番目の要素についての積分を表す。従って、系全体では次のようにマトリクス方程式として表すことができる。

$$[H_{ij}]\{\phi_j\} = [G_{ij}]\left\{\frac{\partial\phi_j}{\partial n}\right\} \quad (7)$$

ここで、

$$H_{ij} = \begin{cases} \int_{e_j} \frac{\partial\psi^*}{\partial n} de_j & (i \neq j) \\ \int_{e_j} \frac{\partial\psi^*}{\partial n} de_j - c_i & (i = j) \end{cases} \quad (8)$$

$$G_{ij} = \int_{e_j} \psi^* de_j \quad (9)$$

式 (2) の関係が成り立つことから、境界条件として、各節点での法線方向の粒子速度成分すなわち $\{\partial\phi_j/\partial n\}$ を与えれば、式 (7) より速度ポテンシャル $\{\phi_j\}$ が求められる。したがって、外部領域における任意の点 i における速度ポテンシャルは、次式により求められる。

Fig. 2 Enclosure models

$$\phi_i = \sum_{j=1}^N H_{ij} \bar{\phi}_j - \sum_{j=1}^N G_{ij} \frac{\partial \phi_j}{\partial n} \quad (10)$$

式(8)の H_{ij} および式(9)の G_{ij} の積分は、 $i=j$ のとき特異点を含む。しかし、 H_{ij} は r と n とが直交するため積分項は零となる。さらに、二次元解析では $\theta=\pi$ となり、三次元解析では $\theta=2\pi$ となることから、 $H_{ii}=-1/2$ となる。 G_{ii} については、二次元解析では解析的に処理を行い、三次元解析の場合には、Gaussの面積数値積分法の3点公式を用いて、特異点を積分点から除いて数値積分を行う。

3. 実験方法

3.1 エンクロージャモデル

実験には図2に示すように、開口部として1個または2個の円孔をもつ合板製箱形のモデル1とモデル2を用いる。これらのモデルの内部には、それぞれ1個および2個のスピーカが各円孔に対して設置されている。円孔の直径はいずれも22mmである。スピーカへの入力信号としては、正弦波および1/3オクターブバンドノイズを用いる。本研究では、円孔からの放射音によるモデル周囲の音場を対象としているので、モデルの各面の振動による音の放射を避けるために、内部には鉛シートによるライニングを施すなどの注意を払っている。

3.2 音場の可視化測定方法

モデル周囲の音場の測定では、モデル側面の円孔の中心を通る水平な測定平面内で、音圧レベル(SPL)分布の測定を行う。音圧レベル分布を詳細に測定する方法として、音場の可視化方法¹¹⁾を用いる。すなわち、3色(赤, 緑, 黄)の発光ダイオードを1か所に取り付けた走査マイクロホンにより、測定平面内の音圧レベルを自動的に連続して測定し、5dB間隔ごとに3色の発光ダイオードを順次反復点減させ、音圧レベル分布を光の軌跡としてカラーフィルム上に記録する。このような方法により、5dB間隔の音圧レベル分布を求めることができる。各モデルについての可視化

Fig. 3 Measured planes

測定は、図3に示すような4枚の測定平面で行い、それらの結果を合成する。境界要素解析ではこの測定平面の音圧レベルを計算する。実験はすべて簡易無響室で行う。エンクロージャモデルはターンテーブル上に設けた4本の脚柱をもつ架台上に設置されている。

4. 結果及び考察

図3に示した測定平面の音圧レベル分布を解析する際に、三次元解析では、外部に対して音源となる円孔部を分布点音源として考えるのに対し、二次元解析では、測定平面に垂直な無限長線音源を考えることになる。このように、BEMによる二次元解析では、線音源から放射される円筒波を基礎としているため、本来の二次元理論で三次元音場を解析するのは無理であろう。しかし、二次元解析を基礎とした方法で有効な結果が得られるならば、三次元解析に必要な計算機容量とデータ入力 of 煩雑さを考えると、十分意味あるものと思われる。

そこで、本研究での二次元解析では、点音源からの球面波と線音源からの円筒波の距離減衰の相違に着目し、以下に述べるような円筒波の距離減衰補正を考えた。自由空間において、点音源から距離 r_1, r_2 の点における音圧レベルを、それぞれ L_1, L_2 とすると次の関係が成り立つ¹²⁾。

$$L_1 - L_2 = 20 \log_{10} \frac{r_2}{r_1} \quad (11)$$

また、無限長線音源から距離 r_1, r_2 の点における音圧レベルを、それぞれ L'_1, L'_2 とすると次の関係が成り立つ¹²⁾。

$$L'_1 - L'_2 = 10 \log_{10} \frac{r_2}{r_1} \quad (12)$$

ここで、距離 r_2 の点を観測点とし、距離 r_1 の点を音源の近傍にとる。このとき、 r_1 の位置でのそれぞれの音圧レベル L_1, L'_1 は、円孔近傍の実際の音圧レベルに等しいと考えると、式(11)と式(12)とから次の関係が得られる。

Fig. 4 Sound pressure levels visualized for a pure tone of 315 Hz

$$L_2 = L_2' - 10 \log_{10} \frac{r_2}{r_1} \quad (13)$$

二次元解析では式 (13) により、円筒波による音圧レベルを球面波によるとしたときの音圧レベルへ変換した。

4.1 モデル1の周囲の音場

周波数 315 Hz の純音によるモデル周囲の音圧レベル分布の可視化測定結果を図 4 に、二次元および三次元解析結果を図 5 に示す。これらの結果を比較すると、三次元の解析結果は測定結果とよく一致している。二次元の解析結果では、モデルの前面および側面に対する領域の音圧レベル分布は測定結果とよく対応しているが、背面領域ではレベルが小さくなっている。この場合には、波長が 1.08 m でモデル寸法よりも 2 倍以上大きいので、測定結果や三次元解析結果から明らかのように、モデルの上面や下面からの音波の回折が背面領域に大きく影響している。二次元解析ではこの上下両面からの回折の影響が無視されているため、特に波長の大きい低周波の場合には、背面領域の音圧レベルが実際よりも小さく計算される傾向を示している。図 5 の音場の計算に用いた境界要素の分割モデルを図 6 に示す。モデル 1 の対象性を考慮して、二次元分割モデルでは全体の 1/2 を示し、三次元の場合には全体の 1/4 を示した。計算では、モデルの各面は剛壁面とし法線方向の粒子速度を零とした。また、円孔部の粒子速度は任意に 1 m/s とし、円孔の正面 20 mm の点での音圧レベルの測定値を参照値として、音圧レベル分布の計算を行った。図 6 に示した要素分割で、315 Hz の場合には十分収束した結果が得られる。計算

(a) 2D analysis

(b) 3D analysis

Fig. 5 Two- and three-dimensional analyses for 315 Hz

2D elements: 16 x 2 3D elements: 61 x 4

Fig. 6 Boundary discretization of model-1

に際しては、数通りの要素数の異なる分割モデルを用い、解の収束性を検討した。

図 5 の二次元解析の結果では、背面領域で測定結果とのよい一致がみられなかったが、モデルの高さが大

Fig. 7 Three-dimensional analysis for the case when the height of model-1 was doubled

きくなれば、二次元の解析結果は三次元の解析結果に近づくことが予想される。そこで、モデル1の高さを300 mm から 600 mm に変えたときの三次元の解析結果を図7に示す。図5(a)の二次元の解析結果と比較すると、背面領域のレベルが図5(b)の結果より小さくなっており、二次元解析による結果にかなり近づいていることがわかる。

次に、中心周波数 3 150 Hz の 1/3 オクターブバンドノイズによるモデル1の周囲音場の測定結果と二次元解析結果を図8に示す。この場合には、中心周波数に対する波長が 108 mm となり、モデル寸法に対しかなり小さくなっている。このため、背面領域における、モデルの上下両面からの回折の影響は小さく、二次元解析でも測定結果とよく一致した結果が得られることがわかる。計算では、対称性を利用し、モデルの半分のみを 160 個の線要素に分割した。

4.2 モデル2の周囲の音場

二つの円孔から、315 Hz の同じ強さの純音が逆位相で放射される場合の測定結果と二次元および三次元解析による結果を図9に示す。二次元解析の結果では 85 dB の音圧レベル分布に多少の相違がみられるが、このことを除けば、測定結果とよく一致している。この場合は、二つの円孔からの放射音が逆位相となっているために、それぞれの円孔から等距離となるモデルの対角線近傍では干渉のため音圧レベルが低くなっているのがわかる。モデル2では、同じ 315 Hz でもモデル1の場合よりも測定結果とよく一致する結果が得られることがわかる。この理由は次のように考えられる。一つの円孔に対する背面の音圧レベルの低い領域は、もう一つの円孔の側面領域と重なっている。この側面領域は、モデル1の結果から明らかなように、音

(a) Visualization

(b) 2D analysis

Fig. 8 Visualization and two-dimensional analysis for 1/3 octave-band noise at a center frequency of 3 150 Hz

圧レベルが背面領域よりも高く、しかも測定結果とよく一致する領域となっている。このことから、モデル2では二次元解析結果が測定結果と比較的によく一致するものと考えられる。モデル2の場合の二次元解析では、境界を 160 個の線要素に分割し、三次元解析では、モデルの対称性を考慮し図10に示すように、その半分の 276 個の三角形要素に分割した。計算では、モデル1の場合と同様に、モデル壁面を剛壁とした。また、二つの円孔部の粒子速度は、互いに逆位相となっているため、任意に 1 m/s と -1 m/s とし、各円孔の正面 20 mm の点での音圧レベルの測定値を参照値として、音圧レベル分布の計算を行った。

次に、二つの円孔から、同じ強さの中心周波数 3 150 Hz の 1/3 オクターブバンドノイズが同位相で放射さ

(a) Visualization

(b) 2D analysis

(c) 3D analysis

Fig. 9 Visualization and analyses of the sound field around model-2 for a pure tone of 315 Hz

Total elements: 276 x 2

Fig. 10 Boundary discretization of model-2

(a) Visualization

(b) 2D analysis

Fig. 11 Visualization and two-dimensional analysis for 1/3 octave-band noise at a center frequency of 3150 Hz

れる場合の測定結果と二次元解析結果を図 11 に示す。これらの結果は全体的によく一致しており、二次元解析でもかなり有効な結果が得られることがわかる。1/3 オクターブバンドノイズに対する BEM の解析では、中心周波数を用いた純音としての計算によっているため、計算結果には細かな音圧レベルの変化が現れる。しかし、図 8 から明らかなように、中心周波数を用いることにより十分良好な結果が得られることがわかる。

5. 結 言

箱形エンクロージャの円孔から放射される音によって、その周囲に形成される音場を対象に、BEM による二次元解析と三次元解析を行った。二次元解析では、円筒波と球面波の距離減衰の相違に着目した距離減衰補正を行う方法を用いた。これらの解析結果と、音場の可視化方法による詳細な測定結果とを比較することにより、用いた解析方法の有効性について検討した。得られた結果は以下のように要約される。

- (1) エンクロージャ周囲の音圧レベル分布は、周波数が高くなるにつれ複雑に変化するが、円孔の中心を通る水平面上において、距離減衰補正を行った二次元解析および三次元解析による結果は可視化測定結果とよく一致する。
- (2) 二次元解析では、低周波数の場合、モデル 1 の背面領域で測定結果との相違がみられるが、高周波数になると全領域で測定結果とよく一致する結果が得られる。モデル 2 の場合には、低周波数に対しても、かなり良好な結果が得られる。
- (3) モデル 1 の高さ (300 mm) を 2 倍にすると、

上下両面からの回折の影響が減少し、315 Hz の低周波数でも、二次元解析と三次元解析の結果はかなりよく一致するようになる。

- (4) 1/3 オクターブバンドノイズによる音場を対象とする BEM の計算では、中心周波数を用いているため、測定される実際の音場よりも、音圧レベル分布の変化が細かく現れる。しかし、中心周波数を用いても、実際の音圧レベル分布の状態を十分に把握できる結果が得られる。

参 考 文 献

- 1) 井川敬之助：プラント周辺の騒音予測，日本機械学会誌，**80**，708 (1977) 1161.
- 2) A. D. Pierce: Diffraction of Sound around Corners and Over Wide Barriers, J. Acoust. Soc. Amer., **55**, 5, (1974) 941.
- 3) A. D. Pierce: Acoustics, McGraw-Hill, New York, N. Y., (1981) 491.
- 4) 西田公至，福地雅夫：エンクロージャ円形開口部から放射音の回折，精密機械，**51**，6 (1985) 1231.
- 5) 西田公至，吉田有宏：多角柱および円柱周囲の回折音場，日本機械学会論文集 (C 編)，**53**，487 (1987) 709.
- 6) H. A. Schenck: Improved Integral Formulation for Acoustic Radiation Problems, J. Acoust. Soc. Amer., **44**, 1, (1968) 41.
- 7) G. Chertock: Sound Radiation from Vibrating Surfaces, J. Acoust. Soc. Amer., **36**, 7, (1964) 1305.
- 8) L. G. Copley: Integral Equation Method for Radiation from Vibrating Bodies, J. Acoust. Soc. Amer., **41**, 4, (1967) 807.
- 9) 沖津昭慶，柴谷享男，森下 信：開領域を含む構造物内の音響特性の数値解析(自動車車室モデルへの適用)，日本機械学会論文集 (C 編)，**51**，472 (1985) 3363.
- 10) A. D. Pierce: *op. cit.*, 3), p. 177.
- 11) 西田公至，丸山 朗：発光ダイオードを用いた音場の可視化方法，日本機械学会論文集 (C 編)，**51**，461 (1985) 223.
- 12) 中野有朋：入門騒音工学，技術書院 (1984) 55.