境界要素法による有限な障壁周囲の音場の解析*

西 田 公 至** 藤 塚 桂 男***

Boundary Element Analysis of the Sound Field
around a Finite Barrier

Kohshi NISHIDA and Katsuo FUJITSUKA

The sound field around a finite barrier is analyzed by two- and three-dimensional boundary element methods. These results are compared with the results measured for an experimental model by a sound visualization method using three color-light-emitting diodes. In the case of two-dimensional analysis, considering the difference between the distance attenuation of the cylindrical wave caused by a line source and that of the spherical one caused by a point source, the sound pressure levels calculated are corrected to express those for the three-dimensional field approximately. For the sound field on the source side of the barrier, both of the sound pressure distributions calculated by two- and three-dimensional analyses agree fairly well with the measured ones. In the case of the opposite side to the source, the two-dimensional results are in good agreement with measured ones for lower frequencies but become inaccurate for higher frequencies. The three-dimensional results show good distribution patterns of sound pressure levels.

Key words: BEM, finite barrier, sound field, two-dimensional analysis, three-dimensional analysis, distance attenuation correction, sound visualization

1. 緒 言

防音対策の一つの方法として、新幹線の防音壁や工場周囲の塀のように、防音効果を利用した障壁が用いられている。工場騒音問題では、敷地内の各建築物を一種の障壁と考えることができ、工場計画に際しての建築物の配置は騒音対策上重要な問題となる。

障壁による音波の回折に関しては、これまでに多くの研究がなされてきた。厚みのない半無限障壁や、くさび状の半無限障壁による回折波については、Keller¹⁾、Macdonald²⁾、Bromwich³⁾、Ahluwalia⁴⁾、Pierce⁵⁾らの解析を挙げることができる。また、Pierceは、くさび状の半無限障壁による回折波の近似式を基に、二つのエッジをもつ半無限障壁による二重回折波の近似式を与えている⁶⁾。障壁による音波の減衰量を求めるための実用的な方法として、前川⁶⁾⁷⁾は、実験結果を基に、自由空間での半無限障壁による減衰量の計算図表を与え、さらに有限長の障壁による減衰量を

Fresnel-Kirchhoffの近似理論をもとに、計算図表を用いて求める方法を示している。この減衰量の計算図表は現在、障壁についての騒音予測の一つの手法として、広く実用化されている。この計算図表を用いる際には、地表面からの反射の影響は別に考慮する必要がある。現状では、有限な障壁による回折波の解析解を、地表面や壁面の反射の影響を考慮して求めることは困難である。

本研究では、有限長の障壁に球面波が入射するときの障壁周囲の音場の解析に境界要素法(BEM)を適用する。解析では、三次元解析および円筒波と球面波の距離減衰の相違を考慮した二次元解析を行う。さらに、実験モデルを対象に、音場の可視化方法による詳細な測定を行い、これらの結果をもとに障壁問題に対するBEMによる解析方法の有効性について検討する。

2. 実 験 方 法

2.1 障壁モデル

本研究では、直立した一定の高さの有限長の障壁に対して、音源がその片側の地表面に存在している場合を想定している。実験および解析では、地表面からの

* 原稿受付 昭和62年8月31日。昭和61年度精密工学会春季大会学術講演会(昭和61年3月29日)にて発表

** 正 会 員 室蘭工業大学工学部(室蘭市水元町27-1)

*** 正 会 員 清水建設(株)(東京都中央区京橋2-16-1)

Fig. 1 Experimental model of a barrier

反射の影響を考慮するために、障壁および地表面の一部を図1に示すようにモデル化している。この実験モデルは、すべて厚さ30mmの合板で構成されている。水平板面(地表面)下に取り付けたスピーカボックスにより、板面に設けた直径10mmの円孔から音を放射させる。この円孔を点音源と考える。

2.2 音場の可視化測定

障壁周囲の音場の測定実験では、図1に示したように障壁に垂直な測定平面内で、音圧レベル(SPL)分布の測定を行う。音圧レベル分布を詳細に測定する方法として、音場の可視化方法⁸⁾を用いる。すなわち、3色(赤、黄、緑)の発光ダイオードを1か所に取り付けた走査マイクロホンにより、測定平面内の音圧レベルを自動的に連続して測定し、5dB間隔ごとに3色の発光ダイオードを順次反復点減させ、音圧レベル分布を光の軌跡としてカラーフィルム上に記録する。実験はすべて簡易無響室内で行う。

3. 境界要素解析

3.1 Helmholtz 積分方程式

音響問題における音場は、音波の時間による変化が調和関数で表されるとき、Helmholtz 方程式(1)によって支配される。

$$\nabla^2 \phi + k^2 \phi = 0 \quad (1)$$

ここで、 ϕ は速度ポテンシャル、 $k = \omega/c$ は波数、 ω は角周波数、 c は音速を表す。速度ポテンシャルと音圧 p および境界上での外向き法線方向の粒子速度成分 v_n との間には、次の関係が成り立つ。

$$p = j\omega\rho\phi, \quad v_n = -\frac{\partial\phi}{\partial n} \quad (2)$$

ここで、 $j = \sqrt{-1}$ 、 ρ は媒質の密度、 n は境界上での外向き法線方向を表す。図2に、物体外部の音場を一般的に示す。 Σ_∞ 、 Ω_0 、 $\partial\Omega$ および Ω_i はそれぞれ、無限遠境界、振動体の外部領域、境界面および内部領域を表す。点 i は観測点、点 j は境界上の点を表し、 r は点 i と点 j との距離を表す。図2(b)に示した θ および Θ

(a) Point, i in Ω_0 (b) Point, i on $\partial\Omega$

Fig. 2 External sound field

は、それぞれ点 i において物体表面がなす外部平面角(二次元)および外部立体角(三次元)を表す。式(1)を満足する主要解を ψ^* として、式(1)にGreenの定理を適用し、Sommerfeldの放射条件⁹⁾を考慮すると、Helmholtzの積分方程式(3)が得られる。

$$c_i \phi_i = \int_{\partial\Omega} \left(\frac{\partial\psi^*}{\partial n} \phi - \psi^* \frac{\partial\phi}{\partial n} \right) d\Omega \quad (3)$$

式(3)の積分は、二次元では線積分を、三次元では面積分を表す。係数 c_i と主要解 ψ^* は次のように表される。

$$c_i = \begin{cases} 1 & \text{in } \Omega_0 \\ \frac{\theta}{2\pi} [2D \text{ BEM}], \frac{\Theta}{4\pi} [3D \text{ BEM}] & \text{on } \partial\Omega \\ 0 & \text{in } \Omega_i \end{cases} \quad (4)$$

$$\psi^* = \begin{cases} \frac{1}{4j} H_0^{(2)}(kr) & [2D \text{ BEM}] \\ \frac{1}{4\pi r} e^{-jkr} & [3D \text{ BEM}] \end{cases} \quad (5)$$

ここで、 $H_0^{(2)}$ は零次の第2種Hankel関数である。

3.2 積分方程式の離散化

式(3)を解析的に解くことは一般的に困難である。そこで、境界を N 個の線要素(二次元)または三角形要素(三次元)に分割し、式(3)を離散化する。本研究では、要素上で ϕ および $\partial\phi/\partial n$ の値を一定とし、要素の図心を節点とする一定要素を用いる。式(3)は、境界上での ϕ と $\partial\phi/\partial n$ の値が求めれば、外部領域 Ω_0 での速度ポテンシャルが求められることを示している。そこで図2(b)のように、点 i が境界上に位置する場合を考えると、境界要素 e_i に関して式(3)は次のように離散化される。

$$-c_i \phi_i + \sum_{j=1}^N \int_{e_j} \frac{\partial\psi^*}{\partial n} \phi_j de_j = \sum_{j=1}^N \int_{e_j} \psi^* \frac{\partial\phi}{\partial n} de_j \quad (6)$$

式(6)の積分は、 j 番目の要素についての積分を表す。従って、系全体では次のようにマトリクス方程式とし

て表すことができる。

$$[H_{ij}]\{\phi_j\} = [G_{ij}]\left\{\frac{\partial \phi_j}{\partial n}\right\} \quad (7)$$

ここで、

$$H_{ij} = \begin{cases} \int_{e_j} \frac{\partial \psi^*}{\partial n} de_j & (i \neq j) \\ \int_{e_j} \frac{\partial \psi^*}{\partial n} de_j - c_j & (i = j) \end{cases} \quad (8)$$

$$G_{ij} = \int_{e_j} \psi^* de_j \quad (9)$$

式(2)の関係が成り立つことから、境界条件として、各節点での法線方向の粒子速度成分すなわち $\{\partial \phi_j / \partial n\}$ を与えれば、式(7)より速度ポテンシャル $\{\phi_j\}$ が求められる。したがって、外部領域における任意の点 i における速度ポテンシャルは、次式により求められる。

$$\phi_i = \sum_{j=1}^N H_{ij} \bar{\phi}_j - \sum_{j=1}^N G_{ij} \frac{\partial \bar{\phi}_j}{\partial n} \quad (10)$$

式(8)の H_{ij} および式(9)の G_{ij} の積分は、 $i=j$ のとき特異点を含む。しかし、 H_{ij} は r と n とが直交するため積分項は零となる。さらに、二次元解析では $\theta = \pi$ となり、三次元解析では $\theta = 2\pi$ となることから、 $H_{ij} = -1/2$ となる。 G_{ij} については、二次元解析では解析的に処理を行い、三次元解析の場合には、Gauss の面積数値積分法の3点公式を用いて、特異点を積分点から除いて数値積分を行う。

3.3 二次元解析における減衰補正

BEMによる二次元解析では、無限長の線音源から放射される円筒波を基礎としている。したがって、本研究のように、点音源を仮定している三次元音場を通常の二次元理論によって解析するのは無理であろう。しかし、二次元解析を基礎とした方法で有効な結果が得られるならば、三次元解析に要する計算機容量とデータ入力の煩雑さを考えると、二次元理論による解析方法を検討する意味が十分にあるものと思われる。

そこで、二次元解析では、点音源による球面波と線音源による円筒波の距離減衰の相違に着目し、以下に述べるように、円筒波による二次元解析によって得られる音圧レベルを球面波の場合に変換するための距離減衰補正を考えた。

自由空間において、点音源から距離 r_1, r_2 離れた2点の音圧レベルを、それぞれ L_{p1}, L_{p2} とし、線音源の場合のそれぞれの値を L_{11}, L_{12} とすると、次の関係が成り立つ¹⁰⁾。

$$L_{p1} - L_{p2} = 20 \log_{10} \frac{r_2}{r_1} \quad (11)$$

$$L_{11} - L_{12} = 10 \log_{10} \frac{r_2}{r_1} \quad (12)$$

ここで、音源からの距離 r_1 の点を音源近傍の参照値とし、距離 r_2 の点を観測点とする。 L_{p1} と L_{11} を参照点での実際の音圧レベルに等しいとおくと、式(11)と式(12)とから、次の関係が得られる。

$$L_{p2} = L_{12} - 10 \log_{10} \frac{r_2}{r_1} \quad (13)$$

音源を線音源として、通常の二次元解析によって得られる音圧レベル L_{12} を、式(13)によって点音源としたときの音圧レベル L_{p2} に変換することができる。式(13)の右辺第2項は、このときの距離減衰の補正項を表している。式(13)は、点音源が半空間に音を放射する場合にも成り立つ。障壁がある場合には、このような仮定は厳密には成り立たないが、近似的な関係として、式(13)を仮定する。この場合、音源から観測点までの距離 r_2 のとり方について、以下のように考える。

障壁の長さが有限な場合には、その両側からの回折の影響がある。計算図表を用いる減音量の計算では、障壁の長さが高さの5倍以上であれば、両側からの回折の影響を無視することができるとされている¹¹⁾。このような場合には、距離 r_2 として、音源から障壁上端を回り観測点に至る音線経路を考えるのが、近似として妥当と思われる。しかし、障壁の長さが有限で、両側からの回折の影響が無視できない場合に、この音線経路を用いると音源側と反対の受音側の障壁の下部近辺では、実際の減衰量との差が大きくなる。そこで、このような場合に、二次元解析によって近似のよい結果を得る方法として、便宜的な方策ではあるが、音源と観測点を直接、直線で結ぶ直線距離を r_2 として用いることにする。この直線距離を用いると音線距離を用いる場合よりも、受音側での音圧レベルが大きめに計算され、障壁の両側からの回折の影響をある程度補うことができる。音源と観測点が障壁からかなり離れているときには、音線経路と直線距離を用いた場合の音圧レベル差はほとんどなくなる。例えば、音源と観測点が地表面にあり、それぞれが障壁からその高さの距離だけ離れているときには、計算による両者の音圧レベルの差は1.5 dBとなる。さらに、観測点の距離のみを2倍にするとその差は0.85 dBとなる。音源側では、音線経路と直線距離は等しくなる。もし、無限長障壁を対象とするならば、距離 r_2 としては音線経路を用いるのが妥当な方法である。しかし、音源と観測点が障壁から、前述したように、ある程度離れているときには、音線経路と直線距離とによる音圧レベル

Fig. 3 Sound-pressure-level distributions visualized for 1/3 octave band noises

差はほとんどなくなるため、計算が容易な直線距離を用いる方がよい。

4. 結果および考察

計算結果を示す前に、図1に示した実験モデルによる障壁周囲の音圧レベル分布の可視化測定結果を図3に示す。同図の(a)~(d)は、中心周波数 f_c が、それぞれ315 Hz, 500 Hz, 1000 Hz, および1600 Hzの1/3オクターブバンドノイズによる場合である。周波数が高く波長が障壁の高さより小さくなると、図3(c)および(d)にみられるように、音源側では障壁による反射の影響が大きくなり、音圧レベル分布が複雑になっている。受信側では、障壁による回折と地表面からの反射の影響を知ることができる。地表面近くでは反射による音圧レベルの上昇がみられるが、それより上空に、音圧レベルが周囲よりも小さくなる領域が存在することがわかる。しかし、受信側の全体についていえば、音源側よりもかなり音圧レベルが小さくなり、周波数に変化しても音圧レベルに大きな差は生じないことがわかる。

図3の各測定結果に対する二次元および三次元解析

には、図4に示すような境界要素分割モデルを用いた。二次元解析では85要素に分割し、三次元解析では、障壁モデルの対称性を考慮して、その半分を241要素に分割した。二次元および三次元解析による音圧レベル分布の計算結果を、それぞれ図5と図6に示す。計算では、障壁および地面を剛壁と仮定した。また、測定結果と比較するために、音源の円孔部では法線方向の粒子速度を任意に1 m/sとし、円孔の上方50 mmの点での音圧レベルの測定値を参照値として用いた。BEMによる計算では単一周波数が用いられるため、1/3オクターブバンドノイズに対しては中心周波数を用いている。このため、測定結果では音圧レベル分布が不明りょうなところでも、純音による干渉結果として細かな分布が計算されている。計算で考慮した地表面の影響範囲は、音源側で障壁面積の1.3倍、受信側で2.2倍とかなり限定したが、音源側の音圧レベル分布の計算では、二次元解析および三次元解析によるいずれの結果も、測定結果とよく一致している。このことから、音源側では式(13)による距離減衰補正の仮定がよく成り立つといえる。

受信側では、波長が障壁の高さよりも大きくなる、

Fig. 4 Boundary discretization

315 Hz および 500 Hz の場合には、二次元解析による結果は測定結果とよく一致している。しかし、1 000 Hz および 1 600 Hz の高周波数の場合には、測定結果よりも音圧レベルがやや低く計算され、精度が悪くなる。これらの結果が得られる主な理由として、低周波数の場合には、波長が大きいため、自由空間を仮定した距離減衰補正が、音源側の場合と同様に近似的に成り立つが、高周波数になるとこの仮定の近似が悪くなると考えられる。三次元解析では、各周波数に対して、音圧レベル分布の傾向をよく表した結果が得られている。しかし、低周波数では、地表面近くの音圧レベルが測定結果よりも大きめに計算されている。地表面の影響範囲および境界要素分割を改善すれば、さらに良好な結果が得られることが期待できる。

5. 結 言

有限長の障壁周囲の音場を二次元および三次元 BEM によって解析し、実験モデルを用いた詳細な可視化測定結果との比較検討を行った。得られた結果は以下のように要約される。

- (1) 地表面の影響範囲を音源側で障壁面積の 1.3 倍、受音側で 2.2 倍とかなり限定したが、使用したいずれの周波数(315 Hz, 500 Hz, 1 kHz, 1.6 kHz)に対しても、音源側では、二次元および三次元解析による音圧レベル分布は、ともに測定結果とよく一致する。この領域では、二次元解析に

(a) 315 Hz

(b) 500 Hz

(c) 1 kHz

(d) 1.6 kHz

Fig. 5 Sound-pressure-level distributions calculated by two-dimensional BEM

(a) 315 Hz

(b) 500 Hz

(c) 1 kHz

(d) 1.6 kHz

Fig. 6 Sound-pressure-level distributions calculated by three-dimensional BEM

対して仮定した距離減衰補正がかなりよく成り立つといえる。

(2) 受信側の二次元解析では、波長が障壁の高さよりも大きくなる 315 Hz および 500 Hz の場合には、計算された音圧レベル分布は測定結果とよく一致する。しかし、1 kHz および 1.6 kHz の高周波数の場合には、測定結果よりも音圧レベルがやや低く計算され、精度が悪くなる。このような結果が得られる主な理由として、低周波数の場合には、波長が大きいため、自由空間を仮定した距離減衰補正が、音源側の場合と同様に近似的に成り立つが、高周波数になるとこの仮定の近似が悪くなると考えられる。

(3) 受信側の三次元解析では、各周波数に対して、音圧レベル分布の傾向をよく表した結果が得られる。しかし、低周波数の場合には、地表面近くの音圧レベルが測定結果よりも大きめに計算される。地表面の影響範囲および境界要素分割を改善すれば、さらに良好な結果が得られることが期待できる。

参 考 文 献

- 1) J. B. Keller: Geometrical Theory of Diffraction, J. Opt. Soc. Amer., **52**, 2, (1962) 116.
- 2) H. M. Macdonald: A Class of Diffraction Problems, Proc. London Math. Soc., **14**, (1915) 410.
- 3) T. J. I. A. Bromwich: Diffraction of Waves by a Wedge, Proc. London Math. Soc., **13**, (1915) 450.
- 4) D. S. Ahluwalia: Uniform Asymptotic Theory of Diffraction by the Edge of a Three-Dimensional Body, SIAM J. Appl. Math., **18**, 2, (1970) 287.
- 5) A. D. Pierce: Diffraction of Sound around Corners and over Wide Barriers, J. Acoust. Soc. Amer., **55**, 5, (1974) 941.
- 6) 前川純一: 有限障壁(衝立)による騒音の回折——障壁(塀)の遮音設計に関する実験的研究, 第2報, 日本音響学会誌, **21**, 1 (1965) 3.
- 7) 日本音響材料協会編: 騒音対策ハンドブック, 技報堂 (1966) 267.
- 8) 西田公至, 丸山 朗: 発光ダイオードを用いた音場の可視化方法, 日本機械学会論文集 (C 編), **51**, 461 (1985) 223.
- 9) A. D. Pierce: Acoustics, McGraw-Hill, New York, N. Y., (1981) 177.
- 10) L. L. Beranek: Noise and Vibration Control, McGraw-Hill, New York, N. Y., (1971) 164.
- 11) 福田基一: 騒音防止工学, 日刊工業新聞社 (1976) 129.