リンク機構による変位の拡大と縮小*

古川 英一** 水野 誠***

Displacement Amplification and Reduction by Means of Linkage

Eiichi FURUKAWA and Makoto MIZUNO

A planar linkage is described which was devised primarily for micropositioning stages. It functions both as a magnifying or reducing mechanism and a guidance system for a rectilinear motion. Two input bars, which are coupled to a driving element such as a piezoelectric stack, two output bars, one of which is mounted on a base plate and the other performs the function of a moving platform, and four connecting bars, eight bars in total are connected together by flexure pivots. A displacement amplification or reduction is effected according as the angle between the input and connecting bars is larger or less than 45° . Design formulae are given for the linearity between the input and output displacements and a decrease in magnification caused by an elongation of the flexure pivot. A differential linkage, which combines a pair of linkages, is presented for improving the linearity. Description of the experiments performed for evaluating the validity of design formulae, is included.

Key words: micropositioning stage, piezoelectric stack, magnifying mechanism, reducing mechanism, parallel spring movement

1. はじめに

圧電駆動素子は、発熱量が微小などの利点のために、精密位置決めステージに広く使用されている。しかし発生変位が小さいため、その使用は主として微調整のための入力源に限られている。このため場合によっては、圧電素子の微小な変位量を拡大機構を用いて拡大する必要がある¹⁾²⁾。

動作範囲が狭くてもよい場合には、精密位置決めステージの可動台の運動案内には、よく知られている平行ばねが使用されることが多い。正確には、平行ばねによって得られる運動は直線運動ではなく、可動台の変位の二乗に比例して増大する微小な横変位を伴う平行運動である。真の直線運動が要求される場合には、平行ばねの代わりに、運動の補正のために複数のばね系を組み合わせた複合平行ばねを使用しなければならない³⁾。

簡単なリンク機構に、拡大あるいは縮小機構及び真の直線運動のための運動案内の両方の機能をもたせることができる。本論文は、主として精密位置決めス

テージのために開発したリンク機構の構造、動作原理、及び基本特性を明らかにすることを目的としている。

2. リンク機構の動作原理

開発したリンク機構は基本的には平面8節リンク機構であって、図1に示すように、その配置はx及びy軸に関して対称である。2個の入力リンクI、2個の出力リンクO、及び4個の連結リンク、合計8個のリ

Fig. 1 Principle of operation of a linkage

* 原稿受付 平成2年3月31日。1989年度精密工学会秋季大会学術講演会（平成元年11月7日）にて発表

** 正会員 中央大学理工学部（東京都文京区春日1-13-27）

*** 学生会員 中央大学理工学部

リンクを円弧状の切欠きをもつ8個のばね軸受Fによって連結し、入力リンクを駆動要素Dに連結する。

駆動要素は次の二つの条件を満足しなければならない：(1) 外部からリンク機構に力あるいはトルクを加えることなくリンク機構を駆動するための変位を発生する。(2) 入力リンクがy軸に直交し、かつその中点がy軸上を移動するように入力リンクの運動を案内する。これらの条件が満足されれば、入力リンク間の距離の変化に応じて出力リンクはx軸に沿った直線運動を行うことになる。通常の配置では、2個の出力リンクのうちの一方を台板に固定し、他方のリンクは出力部、すなわち可動台として機能する。

駆動要素の出力変位、すなわちリンク機構の入力変位をY、可動台の変位、すなわちリンク機構の出力変位をXとすると、図1を参照して、

$$X=2x, Y=2y \quad (1)$$

幾何学的関係から

$$(l-x)^2 + (a+y)^2 = l^2 + a^2 \quad (2)$$

ここに、 a 及び l はリンク機構の形状を決めるパラメータである。

式(2)の y に関するマクローリンの展開式を求め、式(1)を使用すると

$$X = \left(\frac{a}{l}\right) Y \left[1 + \left(1 + \frac{a^2}{l^2}\right) \frac{Y}{4a} + \left(1 + \frac{a^2}{l^2}\right) \frac{Y^2}{8l^2} + \dots \right] \quad (3)$$

式(3)から、リンク機構は $(a/l) > 1$ のときには拡大機構、 $(a/l) < 1$ のときには縮小機構として動作することがわかる。

拡大及び縮小機構の設計では、入力及び出力変位間の直線関係は重要な検討事項である。直線性は主として式(3)の角括弧の第2項によって支配され、設計上は、 (a/l) の値のいかにかわからず、第3項は第2項に比べて無視することができる。

式(3)の角括弧の第2項は、リンク機構の機能に応じて次のように簡略化することができる。

(1) 拡大機構

$$\left(\frac{a}{l}\right) = \left(\frac{X}{Y}\right) \gg 1$$

$$\left(1 + \frac{a^2}{l^2}\right) \frac{Y}{4a} \simeq \frac{1}{4} \left(\frac{a}{l}\right) \left(\frac{Y}{l}\right) \quad (4)$$

(2) 縮小機構

$$\left(\frac{a}{l}\right) = \left(\frac{X}{Y}\right) \ll 1$$

$$\left(1 + \frac{a^2}{l^2}\right) \frac{Y}{4a} \simeq \frac{1}{4} \left(\frac{Y}{a}\right) \quad (5)$$

Fig. 2 Principle of operation of a differential linkage

3. 差動リンク機構

式(4)及び式(5)から明らかなように、入力変位Y及び出力変位Xが与えられると、直線性を改善するためにはリンク機構の寸法を大きくする以外に方法がない。変位縮小モードで動作するリンク機構の場合には、一対のリンク機構を組み合わせた差動リンク機構によってこの難点を解決することができる。

図2を参照し、両方のリンク機構の入力変位が等しいとすると、式(3)から

$$x_A = \left(\frac{A}{L}\right) y \left[1 + \left(1 + \frac{A^2}{L^2}\right) \frac{y}{2A} + \left(1 + \frac{A^2}{L^2}\right) \frac{y^2}{2L^2} + \dots \right] \quad (6)$$

$$x_B = \left(\frac{B}{L}\right) y \left[1 + \left(1 + \frac{B^2}{L^2}\right) \frac{y}{2B} + \left(1 + \frac{B^2}{L^2}\right) \frac{y^2}{2L^2} + \dots \right] \quad (7)$$

差動リンク機構では、可動台の変位Xが $(x_A - x_B)$ に等しくなるように一対のリンク機構を配置する。図7に、この原理を具体化するために試作した差動リンク機構の構造を示す。

式(6)及び式(7)から

Fig. 3 Constructional details of a specimen linkage

$$X = (x_A - x_B) = -\frac{(A-B)}{2L} Y \left[1 + \frac{(A+B)}{4L} \left(\frac{Y}{L} \right) + \frac{1}{8} \left\{ 1 + \frac{(A^2 + AB + B^2)}{L^2} \right\} \left(\frac{Y}{L} \right)^2 + \dots \right] \quad (8)$$

ここに、 Y は差動リンク機構の入力変位であって、 $Y=2y$ である。この場合にも角括弧の第3項は第2項に比べて無視することができる。

図1のリンク機構と図2の差動リンク機構の縮小率が等しいとすると、式(3)及び式(8)から

$$\frac{(A-B)}{2L} = \frac{a}{l} \quad (9)$$

式(5)及び式(8)を参照して両方の機構の直線性を比較すると

$$\frac{(A+B)}{4L} \left(\frac{Y}{L} \right) / \frac{1}{4} \left(\frac{Y}{a} \right) = \frac{(A+B)}{L} \left(\frac{a}{l} \right) \quad (10)$$

$L=l$ の特別な場合には、式(9)は $(A-B)=2a$ となり、式(10)は

$$\frac{(A+B)}{L} \left(\frac{a}{l} \right) = 2 \left(\frac{a}{l} \right)^2 \left(1 + \frac{B}{a} \right) \quad (11)$$

式(11)から直線性の改善は (a/l) 、すなわち縮小率が小さくなるほど顕著であることがわかる。

4. 試作した装置の詳細

試作した装置は2つの機能要素、すなわちリンク機構及び駆動要素から構成される。図3に示す一体構造のリンク機構は、寸法 $100 \times 100 \times 14$ mm の ANP 79-T 651 アルミ合金のブランクから加工される。ばね軸受はジグ中ぐり盤で精密に加工された2個の隣接

Table 1 Parameters of specimen linkages

Specimen	a mm	l mm	R mm	t mm
S 1	2	20	3	1
S 2	2.2	20	3	1
S 3	6	20	3	1
S 4	20	2	3	0.3

Fig. 4 Constructional details of a driving element

する穴から形成される。同一寸法のブランクから4種類のリンク機構を試作し試験を行った。試作した試料リンク機構の主要諸元は表1に示すとおりである。ここに、 R はばね軸受を形成する穴の半径、 t はばねの厚さである。

リンク機構の適正な動作のためには駆動要素が前述の要求を満たすことが必要である。この要求は入力リンク間に接着した積層型圧電素子により容易に満たすことができる。他方、誘導した設計式の妥当性の実験的検証のためには、駆動要素は0.5 mmを超える比較的大きな変位を発生しなければならない。圧電素子の発生変位は非常に小さく、20 μ mを超えることはない。大きな変位を発生する駆動要素を開発することが必要になる。

図1のリンク機構に基づいて、図4に示すような駆動要素を設計した。駆動要素は、図7に示すように、ブランクの中央部に設けられた角穴の内部に配置され、4本のボルトによりリンク機構に固定される。駆動要素の入力源には、測定範囲0~15 mm (粗動)、0~0.2 mm (微動) の差動マイクロメータを使用し

Fig. 5 Schematic of a flexure pivot with circular cutouts

た。マイクロメータのスピンドルの先端は球面であり、スピンドルの変位は表面を硬化した鋼の円筒を通して1/2に縮小されて入力リンクに伝達される。マイクロメータの目量が $0.5\mu\text{m}$ （微動）であるので、1目盛が入力変位 $0.25\mu\text{m}$ に相当する。

入力変位は、マイクロメータのシンプルを親指と中指で回転させることにより設定される。この結果、シンプルを回転させるためのトルクが外部からリンク機構に作用し、可動台は横方向に傾く。従って、この点において前述の駆動要素に対する要求は満足されていない。指を離すと可動台、駆動要素、及びばね軸受から構成される質量-ばね系の自由振動が励起されるが、最後には自由振動は減衰し、可動台は平衡位置に戻る。現在の研究のためには、とびとびの入力変位の設定で十分であるので、可動台の横方向への傾きが特に実験を行う上で支障とはならない。

5. ばね軸受の伸びによる倍率の低下

ばね軸受を使用した2段で拡大機構を組み込んだ圧電駆動精密位置決めステージにおいて、倍率がばね軸受の長手方向の弾性変形によって大きく減少することが報告されている¹⁾。変位拡大モードで動作するリンク機構では、入力リンクに作用する駆動力によって発生するばね軸受の伸びによって倍率が減少することになる。

図5を参照して、ばね軸受を φ だけねじるに必要なトルク M 、及びばね軸受を長手方向に Δ だけ引き伸ばすに必要な引張り力 P は、次の近似式によって計算することができる⁴⁾。

$$M = k_B \varphi = \frac{2Eb t^{5/2}}{9\pi R^{1/2}} \varphi \quad (12)$$

$$P = k_s \Delta = (Eb) \left[\pi \left(\frac{R}{t} \right)^{1/2} - 2.57 \right]^{-1} \Delta \quad (13)$$

ここに、 E はばね材料のヤング率、 b はばね軸受の深さ、 k_B は回転軸に関するねじりばね定数、 k_s は長手方向のばね定数、その他の記号は図5に示すとおりである。なお、この近似式の誘導は、 t が R に比べて

Fig. 6 Equivalent system of a linkage

非常に小さいという簡単化条件に基づいている。

ばね軸受の長手方向のばね定数 k_s が無有限大であると仮定すると、リンク機構は図6(a)に示すねじりばね系と等価であると考えることができる。そして駆動力 F は全部のばね軸受を角 θ だけねじるに必要なトルクに変換される。幾何学的条件から

$$a \cos \theta + l \sin \theta = a + \delta \quad (14)$$

微小な θ に対して、 $\sin \theta \approx \theta$ 、 $\cos \theta \approx 1$ と仮定すると、式(14)は

$$\theta = \frac{\delta}{l} \quad (15)$$

8個のばね軸受に蓄えられるひずみエネルギーが駆動力 F が行う仕事に等しいとき、式(15)を使用すると

$$F = \left(\frac{2k_B}{l^2} \right) 2\delta \quad (\theta \ll 1) \quad (16)$$

式(16)は、ねじりばね系がばね定数 $(2k_B/l^2)$ の直線ばね要素と等価であることを示している。

ばね軸受のねじりばね定数 k_B が無有限大であると仮定すると、リンク機構は図6(b)に示す直線ばね系と等価であると考えることができる。駆動力 F によるこの直線ばね系の伸びを 2α とすると、駆動力 F は

$$F = \left(\frac{k_s}{2} \right) 2\alpha \quad (17)$$

と表すこともできる。式(17)は、図6(b)の直線ばね系がばね定数 $(k_s/2)$ の直線ばね要素と等価であることを示している。

式(16)と式(17)から、 k_s と k_B が有限である実際のリンク機構は、ばね定数が $(2k_B/l^2)$ と $(k_s/2)$ の2個の直線ばね要素を直列に接続した系と等価であることがわかる。直列接続のばねに関する公式から、駆動力 F による実際のリンク機構の変位は $(2\alpha + 2\delta)$ に等しい。従って、ばねの伸びを考慮すると、リンク機

Fig. 7 Schematic of an experimental setup

構の入力変位 $Y=2y$ は $(2\alpha+2\delta)$ に等しくなければならない。すなわち

$$Y=2y=(2\alpha+2\delta) \quad (18)$$

変位拡大に寄与する変位は y ではなく δ であるので、最初に定義した倍率 (a/l) は $(a/l)(1-\alpha/y)$ に低下する。式 (18) から

$$\frac{\alpha}{y} = \frac{\alpha}{\alpha+\delta} \simeq \frac{\alpha}{\delta} \quad (19)$$

ただし、 $\alpha \ll \delta$ 。

式 (12)、式 (13) 及び式 (16)、式 (17) から、 α/δ は

$$\frac{\alpha}{\delta} = \left(\frac{k_B}{k_S} \right) \frac{4}{l^2} = \frac{8}{9} \left(\frac{t}{l} \right)^2 \left[1 - 0.818 \left(\frac{t}{R} \right)^{1/2} \right] \quad (20)$$

式 (20) は、倍率の低下はばね材料のヤング率 E 及びばね軸受の深さ b には関係しないことを示している。倍率の低下を小さくするためには、できるだけ薄いばねを使用することが必要である。しかし実際には、薄いばねの加工の困難、あるいはリンク機構の剛性不足から、薄いばねの使用には限界がある。

6. 実験結果

図 7 に、一对の試料リンク機構を組み合わせた差動リンク機構のための実験装置の概要を示す。誘導した設計式の妥当性を評価するために、可動台に荷重を搭載しない状態でリンク機構の入力及び出力変位を測定した。変位の測定には、必要とする測定範囲に応じて、分解能 $1 \mu\text{m}$ 及び $0.025 \mu\text{m}$ の 2 種類の渦電流変位変換器を使用した。試験は単一試料リンク機構について 2 例、差動リンク機構について 2 例、合計 4 例について行った。試験の詳細を表 2 に示す。

試験結果を図 8、図 9、及び図 10 に示す。理論曲線

Table 2 Details of experimental linkages

	Specimen	Mode of operation
Case A	S 1	Reduction of 10 times
Case B	S 1 & S 3	Reduction of 10 times
Case C	S 1 & S 2	Reduction of 200 times
Case D	S 4	Magnification of 10 times

Fig. 8 Relationship between the input and output displacements. Case A and Case B: Reduction of 10 times

Fig. 9 Relationship between the input and output displacements. Case C: Reduction of 200 times

は式 (8) 及び式 (9) を使用して計算した。測定値と計算値がよく一致していることがわかる。

差動リンク機構、特に縮小率 $1/200$ の Case C では、縮小率だけでなく直線性も 2 個のリンク機構の対称軸の平行度によって著しい影響を受ける。設計どおりの縮小率を得るまでには、平行度の調整を何度も繰

Fig. 10 Relationship between the input and output displacements. Case D: Amplification of 10 times

り返すことが必要であった。この点から、適正な組立を確実にするための適当な手段をあらかじめ用意しておくことが望ましい。

10 倍の拡大の Case D では、式 (20) から計算した倍率の低下は 0.014 と小さく、この式の妥当性の実験による確認は困難であった。

運動の精度に関する理解を深めるために、可動台の自由振動が減衰した後、可動台のピッチとヨーを測定した。図 1 を参照して、ピッチ及びヨーは、それぞれ、y 軸及び x-y 面に垂直な軸に関する寄生角変位と定義する。測定は最小カウント 0.1 arcsec のレーザ式オートコリメータと可動台に取り付けた鏡によって行った。取付金具を含めた鏡の質量は 340 g であった。測定結果は表 3 に総括してある。表 3 から、平面運動からの偏差を表すピッチは、搭載荷重に対する可動台の剛性に関係することがわかる。表 1 及び表 2 に示すように、Case A, Case B, 及び Case C では、ばね軸受の寸法は同一であり、ばね軸受の位置もほとんど同じである。しかし、単一リンク機構と差動リン

Table 3 Pitch and yaw in a moving platform

	Pitch arcsec	Yaw arcsec
Case A	4.2	-0.3
Case B	0.4	1.2
Case C	0.3	0.1
Case D	16.8	9.0

Note: All the measurements were made for a constant input displacement of 0.2 mm.

ク機構の間の構造上の相違のために、Case B と Case C は Case A よりも搭載荷重に対する剛性が高い。また Case D は搭載荷重に対する剛性が非常に低い。この理由は、倍率の低下を小さくするためにばね軸受の厚さが 0.3 mm と小さく、変位拡大モードで作動するためばね軸受の長手方向が y 軸と平行であるためである。

7. 結 論

- (1) 開発したリンク機構は拡大あるいは縮小装置及び直線運動のための運動案内として適正に機能する。
- (2) 誘導した設計式の妥当性が実験によって確かめられた。

最後に、装置の製作に協力いただいた本学工作室高野光英氏及び実験に協力いただいた卒研生諸君に感謝する。

参 考 文 献

- 1) F. E. Scire & E. C. Teague: Piezo Driven 50 μ m Range Stage with Subnanometer Resolution, Rev. Sci. Instrum., **49**, 12, (1978) 1735.
- 2) 津田展宏, 山田啓文, 石田文彦, 宮下正之, 山口正高: 大ストローク STM, 精密機械, **55**, 1 (1989) 146.
- 3) R. V. Jones: Parallel and Rectilinear Spring Movements, Rev. Sci. Instrum., **28**, 2, (1951) 35.
- 4) J. M. Paros & L. Weisbord: How to design Flexure Hinges, Machine Design, **37**, 11, (1965) 151.