実稼動中の機械構造物の振動解析*

大久保 信行** 今村 一哉***

Analysis on Dynamic Behaviours of a Machine under Operation

Nobuyuki OKUBO and Kazuya IMAMURA

The experimental modal analysis is widely used to analyze the dynamic behaviours of a machine, which is based on the measurement of frequency response functions when the structure under stationary is excited by a hammer or an exciter. In many cases, the dynamic behaviours under stationary is more or less different from those under operation, which are more important consideration in dynamic design. Under operation only the response data are available so that the frequency response functions can not be measured. In this situation the response ratio method has been commonly used by simply calculating auto-cross spectra among the response data which yields inaccurate results due to contaminated noise or closely coupled modes. In this paper the principal component analysis that is the eigenvalue decomposition of auto-cross spectra matrix is utilized to overcome these problems. In addition the AR method is introduced in order to calculate the spectra even in transient state under operation instead of FFT. The dynamic behaviours when a motor bike gets over a bump is dealt with to show how the new method proposed can provide detail and accurate analysis on dynamic behaviours.

Key words : mode shape, dynamic behaviour, principal component analysis

1. はじめに

実験的に機械構造物の振動モード等を測定するモーダル解析は広く普及し、動的設計における主要な手法となっている。しかし、通常モーダル解析では停止中の構造にハンマや加振器等により加振力を与え、その応答を計測し、それらの間の伝達関数を求める加振テストに基づいているため、実際にその機械が運転している実稼動中の特性を評価しているとは厳密には言い難い。特に、停止中と実稼動中での機械の特性が異なる場合、例えば軸受要素等では問題である。

実稼動中では加振テストと異なり、加振力が測定できないため、応答データのみに基づき解析をすすめることになる。従来は単に応答点の比により、特定の周波数における動的変形パターンを求める手法しかなく、精度の高い結果は期待できなかった。

そこで本論文では、この応答データに主成分分析法を適用し、従来の手法に比べ高い精度の解析が可能であることを示す。

また、実稼動は定常的な場合と過渡的な場合があり、後者では通常の高速フーリエ変換 (FFT) の適用が困難であり、本論文では自己回帰法 (AR 法) を導入してこの問題点を解決し、実際にオートバイが突起を乗り越える際に適用し、良好な結果が得られた例について述べる。

2. 従来の手法とその問題点

実稼動中においては応答データのみしか計測できないため、従来は図 1 (a) のように適当な参照応答点 i を構造に設け、他の点 j での応答を実稼動中同時に計測し、それらの間のオートおよびクロススペクトル G_{ii} , G_{ij} を計算し、それらの応答比 G_{ij}/G_{ii} を求める。この際には FFT が用いられ、実稼動が定常的であれば平均化を行う。

最終的には、これらの比からある特定の周波数における変形パターン (以降 FFT 変形パターンとよぶ) が求められ、固有振動数においては振動モードに対応する¹⁾。

この手法は古くから用いられているが、大きな問題点として、

- (1) 実稼動中の応答データには比較的大きな測定ノイズが含まれているが、この手法では単に 1 つ

* 原稿受付 平成元年 6 月 16 日。1989 年度精密工学会春季大会学術講演会 (平成元年 3 月 22 日) にて発表

** 正会員 中央大学理工学部 (東京都文京区春日 1-13-27)

*** 学生会員 中央大学大学院

Fig. 1 Data processing under operation

の周波数における応答比としてしか算出できないため、ノイズを除去する効果がない。

(2) 構造物が近接した振動モードを持つ場合、通常のモーダル解析のようにカーブフィットによる振動モードの分離が行えず、正しい振動モードが得られない。

(3) 過渡的な実稼動中では、少数の時系列データしか得られないため、FFT 処理では適切なスペクトル解析が難しい。

これらの問題点を以下のように、主成分分析法により、さらに (3) の問題点については AR 法を導入して解決する。

なお、実稼動中に発生する外力が純粋に 1 つの周波数成分しかもたない場合は、その周波数以外の応答はなく、基本的には変形パターンは論議できないが、本論文ではある程度分布した周波数成分をもつ外力が作用していると考えられる。

3. 主成分分析法による新手法

この手法では図 1 (b) のように応答点間のオートおよびクロススペクトルを計算するまでは従来と同じであるが、これらによって構成されるスペクトル行列 G_{xx} を周波数ごとに固有値分解し、その固有値 G_{xx} と固有ベクトル U に分解する点異なる。この固有値の大きさを比較することにより、実稼動中に機械に作用している外力の数と性質が推測できることは以前示した²⁾。

ここでは、この主要な外力に対応する固有値に対する固有ベクトルを利用し、このベクトル中の参照点成分と応答点での成分との比をもって変形パターン（以

Fig. 2 Set up for influence of measurement noise

Fig. 3 Auto spectrum at fixed reference

降プリンシパル変形パターンとよぶ) とする手法を提案する。なお、理想的には全応答点を同時計測し、この固有ベクトルを一度に求めたいが、実際には数点の応答点しか構造に設置できない場合が多いので、参照点はそのままにし、他の応答点を移動して実稼動状態を繰り返して測定することになる。

以下、本手法が前述した従来の問題点をどの程度解決できるかを簡単な構造物への適用例により検討する。

a) 測定ノイズの除去

実稼動中の大きな測定ノイズを想定し、図 2 のようにオートバイフレームを適当に加振器によりランダム加振し、その参照点および応答点（この例では計 2 点の加速度同時計測）からのデータに故意にノイズを混入させた。このため、図 3 のようにオートスペクトルは 32 回の平均化を行ってもスムーズではなく、従来の手法のように単に 1 つの周波数、具体的にはカーソルによりその周波数での応答比の値を読み取る方法では精度のよい変形パターンは計測できないことが推察される。

一方、このデータより主成分分析法を行い、その固有値を求め図 4 に示す。この例では 2 点同時計測であるので、スペクトル行列 G_{xx} は 2×2 となり、各周波数ごとに第 1 固有値（値が大きい方）および第 2 固有値が算出され、それらを周波数に関してプロットしたものを図中に示している。

Fig. 4 Eigen values via principal component analysis

Fig. 5 Comparison of deflection patterns

この固有値は外力のパワースペクトルに相当する性質を持っているので、この場合は第1固有値が第2固有値よりどの周波数においてもかなり大きく、一つの大きな成分を持った外力（実際には加振器）が作用していることが確かめられる。また、第2固有値が混入したノイズに対応し、主成分分析により初めて変形パターン算出の際にこの影響を取り除くことが可能となる。

次に、この大きな第1固有値に対する固有ベクトルからプリンシパル変形パターンを算出し、図5(c)に

Fig. 6 Set up for closely coupled mode

示す。なお、この例では2点同時計測であるので、固有ベクトルは参照点ともう一方の応答点の成分となり、参照点はそのままだし他の応答点を移動して再度2点同時計測を行い、これを繰り返すことにより最終的なプリンシパル変形パターンを求めている。この変形パターンはどの周波数においても求められるが、ここではあらかじめわかっている固有振動数におけるパターンとし、比較のために通常の加振力と応答間の伝達関数をカーブフィットして得られた振動モード(a)、および従来のように応答比のみによるFFT変形パターン(b)も図中に示す。

振動モード(a)を基準とし、変形パターンとの相関を表すMAC値も図中に示すが、プリンシパル変形パターンの方がより1に近く、精度のよい振動モードが応答データのみの計測から求められることがわかる。

b) 近接モードの分離

実際の構造物では近接して振動モードが存在する場合がありますが、従来のようにカーソルにより1つの周波数の応答比を読み取るだけではモードの分離ができない。

そこで、図6のようなフライホイールを取り上げ主成分分析により近接モードの分離が可能であることを確かめよう。

このホイールは幾何学的対称性により、極めて近い固有振動数において2つの独立した振動モード（円周上45°ずらしたもので重根モードとよばれる）を持つ典型的な近接モード構造である。

ここで、もし構造に加わる外力が1つであれば主成分分析を用いても測定ノイズの除去は可能であるが、1つの振動モードしか算出できない。しかし、実稼動中に2つ以上の外力が作用していると想定すると、以下のようにこれらの近接モードが求められる。

図7は加振器2台により独立にランダム加振された際のある応答点の加速度オートスペクトルである。図中に印のある固有振動数に関しては当然重根モードにもかかわらず、1つの振動モードしか算出できない。

一方、主成分分析を用いれば図8のように固有値が求まり、2つの大きな外力が作用していることがわか

Fig. 7 Auto spectrum at fixed reference

Fig. 8 Eigen values via principal component analysis

Fig. 9 Principal patterns for repeated modes

る。ただし、ここでは加速度計4個の同時計測の結果であるので、スペクトル行列 G_{xx} は 4×4 となり4つの固有値が各周波数において算出されている。

この2つの固有値に対応するそれぞれの固有ベクトルからプリンシパル変形パターンを求めれば、正しく2つの重根モードが図9のように得られる。従来の手法では片方しか求められなかった。

4. 過渡の実稼動でのスペクトル算出法

前述のように定常的な実稼動中ではFFTにより比較的長い時系列データ（例えば1024点）が計測でき、しかも平均化が可能である。しかし、過渡的な実稼動中には、少数の時系列データしか得られず、しかも平均化が難しい場合が多い。

このような場合には、FFTに代わりAR法を用いる方が有利である。AR法についての詳しい説明は他に譲るとし³⁾、ここでは基本式のみについて触れる。

Fig. 10 Motor bike getting over a bump

各点で測定された応答の時系列データ X は自己回帰式により、

$$\{X(t)\} = \sum_{m=1}^p [F_{pm}\{X(t-m)\}] + \{e(t)\} \quad (1)$$

ここで、

F_{pm} : AR係数行列

e : 予測誤差ベクトル

として表現でき、最終的な応答間のオートおよびクロススペクトル行列は z 変換により、

$$[G_{xx}(z)] = [F(z)^*]^{-1} [P_m] [F(z)]^{-1} \quad (2)$$

ここで、

P_m : 予測誤差の共分散行列

$*$ は共役項

として求めることができる。

なお、数値手法としてはレヴィンソンのアルゴリズムを用い、次数 p の決定にはFPEを採用している⁴⁾。

これにより、FFTの場合は時系列データ数により周波数分解能が制限されるのに対し、AR法では少数の時系列データからもスムーズなスペクトルが得られる。したがって、図1(b)のようにAR法でいったんスペクトルが計算されれば、FFTの場合と同様、主成分分析に移ることができる。

5. オートバイ突起乗り越え時への適用

以上述べた主成分分析法およびAR法を図10のようにオートバイが走行中突起を乗り越える際に適用してみよう。実走行中には図中のような時間的加速度応答挙動（1024点データ）を示す。アイドリングの後、定常走行に入り、前輪が乗り上げ最後に後輪が乗り越える。図中のカーソルで挟まれた後輪乗り越え時には特に振動が大きく、その際の変形パターンが問題とな

Fig. 11 Comparison of FFT and AR spectrum

Fig. 12 Eigen values during rear wheel bump

Fig. 13 Frequency response function

る。

したがって、この後輪乗り越え時の変形パターンを求めるためにFFTを用いる場合には、データの個数が 2^n という制約により64点データを用いることになり、その結果のオートスペクトルを図11中の破線で示す。十分な周波数分解能がないために適切な結果が得られていない。

これに対し、50点のデータによりAR法を用いてオートスペクトルを計算した結果は図中実線のようになり、スムーズで十分な周波数分解能をもつことがわかる。

このAR法を用い、加速度計1個はフレーム後部に参照点として固定し、他の点を移動しながら繰り返し突起を乗り越え、主成分分析を行った。図12に代表的な固有値の結果を示す。この結果、25および67 Hz付近に大きな外力が作用していることがわかる。

一方、図13に示す停止中に人間が乗車した状態で

(a) FFT patterns during idling

(b) principal patterns during stable ride

(c) principal patterns during rear wheel bump

Fig. 14 Measured patterns during operation

のインパクト加振による伝達関数を参考にする、25 Hzでの外力は丁度エンジン回転数の1次に対応するもので、67 Hzではこのエンジン回転数の整数倍に相当しないので、突起により3次の固有振動数に対応する周波数成分をもつ外力が作用していたと考えられる。

これらの周波数におけるプリンシパル変形パターンを図14(c)に示す。ただし、フレーム部の変形だけを示し、他の部分は省略する。両者とも、フレーム片側にある後輪用ダンパ取付け部(図中に矢印)が大きくねじられ、突起を後輪が乗り越えた際の動的挙動をよく示している。

一方、エンジンのみ回転し実走行していないアイドルリング状態ではエンジン回転数の1次および2次周波数成分の外力のみが大きく、それぞれのFFT変形パターン(この場合は平均化が可能である)は図中(a)に示すように振動モードに近い変形パターンを示している。さらに、定常走行中ではエンジン回転による外力以外も表れ、図中(b)に示すプリンシパル変形パターンをみると、エンジンをフレームに取り付けるマウント部(図中に矢印)も大きく変形していることが

わかる。

鈴木浩平教授に謝意を表します。

6. 結 論

参 考 文 献

- (1) 実稼動中の機械の応答データに基づき、主成分分析法を利用することにより、従来の単なる応答比による手法に比べ、高い精度の変形パターン、振動モードが計測できる。
- (2) 過渡的な実稼動中においても、FFT の代わりに AR 法を用いてスペクトルを計算すれば、同様に精度のよい変形パターンの解析が可能である。

- 1) O. Dossing & C. H. Staker: Operational Deflection Shapes: Background, Measurement and Applications, Proc. 5th IMAC, II, (1987) 1372.
- 2) 大久保信行, 熊沢健志: 多数の振動源を有する機械構造物への新しい多入力モデリングの適用, 精密工学会誌, 55, 1 (1989) 93.
- 3) 鈴木浩平, 河之辺 浩: 時系列解析法を用いたモード特性の統計的同定法, 日本機械学会論文集, 54, 501C (1988) 1041.
- 4) M. Morf, A. Vieira, D. T. Lee & T. Kailath: Recursive Multichannel Maximum Entropy Spectral Estimation, IEEE, Trans., GE-16, (1984) 85.

おわりに AR 法に関して助言頂いた東京都立大学

工作機械・性能試験方法調査

財団法人工作機械技術振興財団（東京都港区芝公園 3-5-22, 機械振興会館別館, 電話 03-433-2042）では、標記の件について神奈川工科大学教授本田巨範氏はか5名の委員によって行っていた調査結果を発表した。

ところで、かねて本委員会によって工作機械の性能評価に関する内外の文献、資料の調査の結果を参照して、工作機械の性能評価事項を体系的に整理してまとめた“工作機械の技術的評価事項系統図”について、昭和 62 年度はこれを広く周知させ、またその真価を世に問う意味も含めて公開の座談会を開催し数多くの傾聴すべき意見を得ることが出来た。また、この評価事項系統図に示されている工作機械の動剛性評価について工作機械のメーカ及びユーザ双方の考え方をアンケート調査し、多くの回答が寄せられた。この調査結果は「精密工学会誌」（第 54 巻第 9 号）にも紹介され、多くの関心を集めた。

そこで、本年度はこれらの座談会及びアンケート調査の結果を取り入れて、動剛性を評価する具体的な方法を確立すること及び系統図を増補することに主力を注いだ。

動剛性については、評価方法を確立する前提として動剛性の概念を明確にした。また、動剛性評価のための具体的な測定項目及び測定方法を明確にするために、文献を調査し、さらに、前記アンケート調査だけでははっきりしない点をメーカ 4 社及びユーザ 1 社について実態調査を行った。

評価事項系統図の増補に関する懸案事項は、動剛性に関連する項目を整理すること、及び座談会で意見が出た逆引きの系統図を作成することの 2 点であるが、今年度

は差し当たって急がれる動剛性関連事項を増強することにした。その過程で、評価事項の選定及びその配列を見直す必要を生じたので、その作業を進め、また、評価に関する用語の意味を明確にする必要を生じたので、用語規格案を作成した。ちなみに、その用語規格案はまだ不完全ではあるが、このままでも工作機械の試験方法通則（JIS B 6201）を始めとして、JIS の各機種についての試験検査方法規格に見られる用語に適用できるものと考ええる。

前々から懸案になっていたテーブルの直進精度のより優れた測定方法に関連して、新しく開発された 4 成分同時測定が可能な真直度測定器について調査した。この真直度測定器は測定機テーブルなどの直進精度の測定を主目的にしたもののようで、工作機械の直進精度を測定するには測定長が不足すると思われる。また、主軸の回転精度については、これまでに収集した資料に紹介されている測定方法についてそれぞれの長所及び欠点を比較・検討した。

なお、次年度においては次のような事項について調査、確立を行う。

1. 今年度に引き続き動剛性に関する実態調査を行う。
2. 測定方法を含めた動剛性評価の具体的な方法を確立する。
3. 工作機械の性能評価に関する用語規格案を完成する。
4. 評価事項系統図を増補改定する。
5. 逆引きの評価事項系統図について検討する。

（服部 敏夫）