形態と機能：構造設計の立場から*

瀬口靖幸**

Morphology and Function in Structural Design / Yasuyuki SEGUCHI

Key words morphology, function, structural design, biological system, optimization, shape determination

1. ま え が き

中年肥りというのかある 筆者も腹部が膨張してきており、まことに醜い姿となっている。スホンは窮屈になり、ヘルトはもうマーンンかわずかになった なせ、腹部が脂肪で膨張するのかについて、筆者はもっともらしい仮説をとこなえている 人体の重心は、体操選手の空中回転を見るまでもなく、腹部にある。もし、ふえる分が腹部以外に付加されるとすると、大きい重心移動があることになる 腹部に重心があるとして長期にわたり適応してきた身体は、この大きい重心移動に対して短期間に適応するはずはなく、運動上さまざまな不都合を起こすに違いない たぶんそのような種類の人はそうでない人に比べて生き残ることか困難なので淘汰されるに違いない こうして人類は腹部で体重増加の大部分を受け持つようになったというものである

この仮説(?)は「形態と機能」の本質をよくついているいっぽう、本質を探るときに陥る危険性も示している その本質とは、人の全般的な運動機能が形態を定めていると同時に、形態が機能上の優位性をもたらしているという、両概念の相補性(補完性)を意味している点である 筆者は二元論者ではないか、これはしばしば指摘されているように¹⁾、きわめて有意義な概念であると思っている しかし、これを扱うときにしばしば見られる危険性は「隔靴搔痒」のそれである。隔靴搔痒の学術的意味は、対象がフラクショナルであるときの目的論的アプローチであり、それはそれなりに重要な方法論であるか、つねに分析的アプ

ローチをとまうことによつてのみその合理性が認められることを認識しておかねばならない 危険性はその認識を欠くときに現れるものである。

ここでは、以上のように形態と機能の議論にはさまざまな種類の落とし穴が用意されていることを知っていることをまず示しておいて、構造解析/設計という分野の狭い世界に限定された中で与えられた問題について若干の考察をしてみたい

2. 構造解析/設計における形態と機能

2.1 生き物における具体例

生きものは形態と機能を巧みに調和させた例としてしばしば言及される しかし、生きものはたとえば既存の物理機械として扱うことかできるものかそうでないのかか論争されているものであるから²⁾、その巧みに驚嘆しても、合理的レベルでとうていそれを論することはできないであろう また、生きものには構造(形態のいいかえ)は機能と独立である³⁾という指摘もある 哺乳動物では9種のヘモグロビンのサフユニット(アミノ酸)の連鎖がそれぞれ全く同じ2次、3次構造を作り、同じ機能を発揮するという事実はそれを物語っているという。それでもなお、我々は生きものの巧みにひかれる。

図1はよく知られたヒト大腿骨の断面である。骨の内部構造(海綿骨)はある特定のパターンを持っており、断面内で直交する曲線群を構成している これはいわゆる Michell 構造(トラス連続体)のように見える。Michell 構造は微小な各部材が強度いっぱいになるように配置され、全体として最小重量になるようにしたとき各部材を極限まで小さくする理想静定トラス連続体である。直交する2つの方向の部材は通常それ

* 原稿受付 平成2年4月12日

** 大阪大学基礎工学部(豊中市待兼山町1-1)

図1 ヒト大腿骨の断面(海綿骨には直交に近い2つの曲線群のテクスチャが見られる)

それ引張応力と圧縮応力の限界値になっている。Michell 構造は Roux の最小重量最強構造の数理モデルである⁴⁾。

図2は大腿骨頭が骨盤の臼蓋と正常接触をしないで集中的に負荷がかかったときなどにみられる骨嚢腫(Bone Cyst)の一例である。きわめて短期間に Cyst は大きくなる。また、アライメントが骨切術などにより改善されると Cyst は早期に消失する。Cyst が骨の内部に現れることもある程度説明が可能である。図3の半無限弾性体表面の1点に鉛直集中線荷重を受けるとき、直径 d の円上で着力点に向かう方向に垂直な断面の応力 σ_r は等しくなり、それは圧縮で大きさが $2p/\pi d$ である⁵⁾。表面に近い緻密骨は内部の海綿骨に比べて多分よく圧縮に耐えるから、内部で微視的破損

図2 骨嚢腫の例(円形空洞が発生するとたちまち左のように大きくなる)

図3 半無限弾性体に働く集中線荷重による応力 σ_r 、直径 d の円上で等しくなる

を起こしても不思議ではない。

機能と形態の議論がもっとも顕著な分野の一つは人類学や動物学である。人類への進化の過程をさぐるとき、不完全な化石の形態からその当時の機能を推定して、たとえば、2足歩行への移行の過程をさぐったり⁶⁾、頭骸や顎骨、歯の形態からたとえば咀嚼力を推定して、食餌の状態を知り、火を使う食事への進行から人の進化を探る⁷⁾などが行われている。生物の形態は化石だけがよりどころであるから、これをもとにさまざまな推論が行われて機能をさぐっていく技術は驚くべきものである。

はじめの2例について若干の考察を加えてみよう。次の2点が明らかである。

- (i) 骨の構造(内部形態)は最小重量最強材としての機能を有しているかも知れない。
- (ii) この構造は静定的に構成されているから、骨は本質的に冗長度(という機能)が小さいのかも知れない。

後者の記述は生体が信頼性の高いものであるとする一般的常識と矛盾するが、軽く作りたいという要請は常に信頼性を損ねることになる⁸⁾ので、筆者は(ii)の方が確からしいと感じている。このような静定的構造からくる局所的な低信頼性は、生物一般にみられる適応性(成長/萎縮や修復能力)と総合性という別の機能を追加することによってカバーしているのであろう。

2.2 「形態と機能」の構造

前節では、形態と機能の関係を生物を例にとってより具体的に示した。それによると、機能とは、重さ、力の大きさ、強度、信頼度などであった。システムが持つべき種々の属性を、このような機能に関するものと形態に関するものに分ける。そして、重さ、力の大きさ、強さ、

図4 「形態と機能」の関係図

図5 「形態と機能」の補完性、力学とのアナロジー

信頼度などはそれらに陽に注目しない限り、単なる内部変数と考えられる。このことは形態に関して同様である。また、システムがある限られた実空間を占めることを要請するような場合は形態の一部または全部が機能となることもある。このように機能はシステムの存在の意味を表現するための属性に関係しているので、言語学における意味論 (Semantics) に相当しているであろう。これに対して、形態は一般的な形に関する属性、すなわち外形、構造、構成、組織などマクロからミクロまで広いスペクトルを持つものである。意味論の対語である文法 (Syntax) は、形態に対応する (図4)。

また、形態とは属性のうち実体として観察できるもの、あるいは絵や図として示すことのできるものであるが、機能はそうではない。したがって、属性のうち機能となるものが無視されていて、思わないときに発見されることがある。機能はときに見いだされるものでもあるのは、一般的意味での直感的観察にかからないからである。生物学で形態学が先行し、機能学ともいべき生理学がそれに追従するのはそのためである。

以上の議論からこの両者は補完的であるともいえる。物体の運動や変形は見えても、力や応力は見えない。力学的世界でこれらが補完的 (双対, 補足, 随伴といってもよい) であるのと同様である。力学システムは、動きや変形に伴う力や応力がわからないと全体が理解されないように、一般システムは形態と機能がわかってはじめて全体像が理解される (図5)。すでに述べた Michell 構造の数理的表現において、材料を強度限界を越えないようにしつつ、重量 (または容積) を最小にする問題は、部材の変形を制約しつつ、蓄積エネルギーを最大にする双対問題に厳密に置き換えることができる⁹⁾。容積が形態にかかわる量であるのに対して、エネルギーは機能量である。最も簡単なシステムについては、このように形態と機能の補完的

表1 「形態と機能」の枠組みにおけるシステムと作業の2つのカテゴリー

対象システム	完成したシステム	創成すべきシステム
作 業	システムの理解 (形態と機能の関係を説明する)	システムの設計 (機能を目的や制約で表現して、それらにかなう形態を創成する)

関係は数理的に厳密に示されることは驚くべきことである。

前節で述べた2,3の例はこのように形態と機能を明らかにしてシステムを理解するカテゴリーに属するものであった。また、機能とは属性のうちシステムの存在の意味に関係するものであることをも述べた。ここでもう一つの別の問題が想起される。完成されたシステムでなく、これからシステムを完成させる場合、形態と機能をどのようにして扱えばよいかという問題である。システムを創成するとき、未完成の段階では注目している機能は設計者 (一般的意味の) の要請を満たしていない。設計者はある目的を設定してそれに近づけようと努力する。また、その過程で、別の機能を変動させなくなかったり、低下させなくなったりするであろう。後者はしばしば制約と呼ばれる。ここで、「存在の意味」の内容が一層明瞭になる。存在の意味とはシステムが有する、あるいはシステムに課せられる目的や制約である。このように設計というものは、すでに存在するシステムを理解する場合と異なり、「形態と機能」の枠組みにおけるもう一つのカテゴリー、すなわち、技術活動における形態と機能という分野に属するものである (表1)。

技術の最終の目標は、ある目的にかなうシステムを創成して、そのライフサイクルをまっとうさせることであるから、技術における「設計」の重要性は絶大である。それにもかかわらず、従来、設計は明確な体系を持つほど整備されていない分野として軽視する場合さえあった。その状況から脱却する一つの糸口が、今論じている「形態と機能」の枠組みの中にあるのではないかと考えている。

さて、機能を目的や制約の形で陽に表現して、形態をそれらの要請にできるかぎりかなうように求める数理問題が考えられる。それを形状最適化、あるいは形状決定問題と呼び、CAEの重要なサブシステムとして組み入れられようとしている。次節ではこのことについての筆者の見解を述べる。

3. 形状最適化問題

設計者はできるかぎりよい設計を提供できることを

願っている。ついには最もよい設計はどんな設計かを追求したくなる⁷⁾。実務的には最もよい設計を実現することは不可能に近いことであるから、数理的世界でこれを模倣(シミュレート)することになる。このような形状最適化問題は形状決定問題ともいわれ、ある限定された属性空間を持ついわば理想モデルの中で、目的と制約に最もかなう形態を探索する問題であると定義づけられる。

形状最適化問題は大きく次の2つのカテゴリーに分けられる¹⁰⁾。

- (i) パラメトリック設計問題
- (ii) ノンパラメトリック設計問題

前者は属性としての形態を数理的に表現する際、対象システムのおおまかな形態が与えられているとし、それを幅、厚さ、高さなどで代表させ、また必要ならばそれらの局所の変化を未定定数を含む既知関数などで表しておいて、その未定定数を定めることにより形態を決定するものである。このとき機能を目的や制約として陽に表し、たとえば対象システムの重量を小さくしたいとき、応力値が限界値を超えないようにしながら最も望ましい形態を探索することになる。この方法は形態に対する概念がおおよそ形成された後、設計のツムを行う際に用いられる「詳細設計」向きの問題解決に用いられる。

これに対してノンパラメトリック設計はおおまかな概念を形成する場合に適する方法である。対象システムの占めるべき空間と支持点および負荷条件のみが与えられているとき、その空間に望む構造を忽然と出現させるテクノロジーを我々はまだ持たない。したがって構造のおおまかな情報がないのがふつうであるし、先入観で設計概念をむやみに固定することはかえって危険である。このような場合は形態をパラメータ表示することができないので、全く予備知識なしに形態の探索を開始することになる。このとき、対象システムの形態表現は可能なかぎり自由度の高いことが要請される。

平等強さのはりや自重を考慮する柱の形態を求める古典的形状決定問題はこれに属する。さきに述べたトラス連続体は最適条件が双曲型微分方程式で記述されるので一意解がなく、実際には何らかの形で内部形態をノンパラメトリックに決定する問題となる。ノンパラメトリック設計では、古典的形状決定問題の一部を除き、一般に問題の複雑性から最適条件の閉形解を求めることが困難なので離散化解法が用いられ、FEMやBEMと組み合わせて問題解決に持ち込まれる。ノンパラメトリック設計はより一般的な設計手法である

が、詳細設計までを含めると手におえなくなるので、現状では「概念設計」向きの方法と考えられている。

形状最適化問題は未知形態のシステムの属性のうち設計者の関心のある機能に関する部分に目的や制約を課すことにより、設計者の関心ある形態属性をそれらを満足するように定める工学的的方法論である。ただ、適用対象を工学システムに限る場合はよいが、この方法で自然システムの形態やその変化を説明しようとする場合はモデル論で深刻な議論をたたかわす覚悟が必要である。また、数理的扱いに対する厳密性についても応用数学者の厳しい指摘に耐えなければならない。詳細は文献9)を参照されたい。

4. 最適形状理論：ノンパラメトリック設計

興味深いのはノンパラメトリック設計である。その特徴は、

- (1) この場合、形態に関する変数のオーダは厳密に言えば無限大であるが、離散化解法により有限個になるにしても、かなりの大規模問題になる。そこで通常の数理計画法(一般に非線形)を有効に働かせるのが困難になる。

- (2) 力学問題などの物理システムの形状決定では、一般に、等式制約に力学挙動の解析のため物理法則(釣合式、変形適合式、構成式、境界条件)が含まれる。この部分問題は内部形態変数を変動させなければ、数理的に閉じており、いわゆるwell-posed problemになっている。

ノンパラメトリック設計ではこれらの特徴を考慮してさまざまな形状決定法が工夫される。構造設計に現れるそれらのうちの主なものを紹介する。

(a) 強度機能型形状決定

与えられた負荷条件下で発生する注目点の応力の絶対値がある与えられた値になるように形状を定める。静定トラスの限界応力設計(Fully Stressed Design)が、最小重量設計であることを思い浮かべてもこの考え方は強度の均一化をはかる直感的設計基準に合致している。平等強さのはりはこの古典的例題であり、解が存在することを予見できる。この分野ではわが国が先進的役割を果たしている^{11)~13)}。

(b) 重量(容量)機能型形状決定

重量(または容量)をできるだけ小さくする要求は最も自然なものの一つであり、通常最適構造設計のはほとんどはこの範ちゅうに入る。この場合、重量を減じることにより与えられた負荷条件を満足しきれなくならないように、強度制約が課せられるのが普通である。すでに述べたように、静定トラスの最小重量設

計は限界応力設計になっていることは興味深い。容量は形態量の最も単純な表現であり、比重量を与えられると経済量にも変換される。経済的コストのような人為的機能量を重量のような自然機能量と容易に関係づけることができるところが、このタイプの形状決定を一般的にしているところであろう。

(c) エネルギー機能型形状決定

与えられた外力とそれによる変形の積としての物体中の蓄積エネルギーを最小化（あるいは最大化）するエネルギー機能型の設計もよく行われる。蓄積エネルギーは全構造のコンプライアンスや剛性を表している。このとき、全容量は制約を受ける。釣合式、変形適合条件、境界条件などは等式制約となる。Kikuchiら¹⁴⁾はこの枠内で多孔質体の微小孔と固体の体積比を設計変数にすることにより、不要なところの構造を自動的に除く方法を考案した。これによると、構造の形態がそのトポロジーまでを含めて決定されることになる。形態変化にトポロジーを含めることにより、より広範囲に形態を探索できることになり、興味深い。

釣合式、変形適合条件、境界条件などからなる部分システムの挙動を記述する変分原理が常に存在する。これは問題に応じて定められるある汎関数を最小または最大化、あるいは極値化または停留化する問題として書くことができる。このとき、汎関数の領域積分の領域は固定である。大域的な形態量（例えば全容量）は制約するが、領域を動かすことによって、汎関数のより好ましい最適化を図ることができれば、得られる領域はより望ましい形態を与えるはずである。このようなアプローチは全く人工的操作を含まないから、得られた結果はより自然な形態であるはずである。筆者らの逆変分原理による形状決定はその一つであり¹⁵⁾¹⁶⁾（図6）、そのほかに、同様の考え方が独立に研究されてきた¹⁷⁾¹⁸⁾。

エネルギー機能型であるが、大域的形態量（容積）の拘束を緩めて、エネルギーと容量の重み付き和を最小化する多目的問題が取り扱われている¹⁹⁾。釣合式などの物理法則が満足されているときは、変分原理の汎関数は蓄積エネルギーに書き換えられるから、容積を固定すれば逆変分原理と同じになる。この方法で得られた形態は、自然形状（Natural Shape）と呼ばれ、自然物の形状をよく表すとされている（図7）。

本節で述べた設計相における形状決定は、生産相を考慮しない概念的なものである。その意味で理想化、単純化されているから、目的論的に表現できた。生産相を考慮する場合は加工や組立などの作業からくる形態や機能のより具体的な意味と関係が記述されなければ

図6 逆変分原理による片持ちはりの形状決定、左端固定、右端集中荷重、高さを固定して両側面の節点を水平方向に移動させたもの

図7 自然形状設計と等応力設計の比較（前者は Sequoia Gigantia の樹幹の形状をよく表している）

ばならないが、そのメカニズムはまだ明らかではない。

評価関数（あるいは目的関数）を持ち込む方法論は、決定メカニズムの詳細がブラックボックスであるような ill-posed な問題を大域的観点から数理的に well-posed な問題に変換するという操作的意味があり、逆問題的手続きの枠組みの一つであると考えられる。従って、得られる形態はそれぞれの評価関数の意味において最適なものになっていることを了解しておかねばならない。どの評価関数がいよいかの評価は、仮説の検定という問題の中で論じられるべきものであろう。

最適問題としての形状決定は、技術の本質ともいえるべき「形態と機能」の枠組みにおける諸問題に対す

る、設計技術者からのささやかな解決方法である。この種の問題提起の歴史は古く、その意味では古典的であるが、実用的側面からは比較的新しく、コンピュータの発展と共に、今後ますますその効用を高めるものと考えられる。

5. 技術における機能と形態：むすびにかえて

このささやかな解説文が生きるものの話題から始まったように、形態と機能の議論は、まず生きものの形態がいかにうまく機能と調和しているかに驚くことが原点になっているようである。我々はその例をいくつでもあげることができるであろうし、それらについて述べられたダ・ヴィンチ以来の多くの名著がある²⁰⁾²¹⁾¹⁾。しかし、それらがどうしてそれぞれの細胞、器官、個体などとして発現するかという、生きものの固有の形態発生のメカニズムの解明については、さまざまな努力がなされているにもかかわらず、まだほとんどわかっていない²²⁾。まして、そのメカニズムを獲得したと考えられる進化のプロセスの働きは、まったくブラックボックスである。

技術にはさまざまな側面があるが、それはまた、ある有意義な目的を有する Artifact を広い意味における形態を持つ実体として発現させるプロセスでもある。それは、生きものの場合のようにブラックボックスであると共に、現象的には異なるが、本質としては同じようなメカニズムが働いているかも知れないという期待がある。技術者が生物研究に手を出す理由の一つがここにあるのは事実である。生物が、自分に内在する生きるための営みのメカニズムを知らないで過ごすことができるように、工学システムを発現するメカニズムはわからないが、日常的に技術の所産が生み出されている。このプロセスはまさに、形態と機能のダイナミクスであり、脳における「構造と意識」の関係解明²³⁾にも匹敵するものがあることがわかってきた。脳といえ、ある生理学の大先輩が工学屋としての筆者とのサロンの対話から得られた感想として、脳の機構（形態）を忠実に模倣して、そこから未知の機能を誕生させるような研究の必要性を説かれたエッセイをこの小論の提出直前にいただいた²⁴⁾。工学側が生物の機能を模倣するような Artifact を生み出すことにのみ興味を示していることへの批判をいただき、研究方法に対するある種のパラダイム変換の必要性を示唆していただいたものと思う。本論の最初に述べた、形態と機能の補完性の議論を補強するものとしてここに記して、本解説の主題が脳の研究にも匹敵するような重要プロジェクトになりうるものであることを結びと

して述べておきたい。

文 献

- 1) S. A. ウェインライト (木川達雄訳)：生物の形とバイオメカニクス，東海大学出版会 (1989)。
- 2) 三井利夫ほか：生物物理学序説，共立出版，(1983)。
- 3) A. Rosenberg: The Structure of Biological Science, Cambridge Univ. Press, (1985)。
- 4) 瀬口靖幸：はたらきとかたち，工学設計との接点，数理科学，217 (1981) 18，および，瀬口靖幸，塚本康夫：生物のかたちの工学的設計——その力学的側面，システムと制御，21，6 (1977) 312。
- 5) S. Timoshenko & J. N. Goodier: Theory of Elasticity, McGraw-Hill, New York, N. Y., (1951)。
- 6) 石田英実：霊長類のロコモーション，人類学講座，3 (進化)，雄山閣 (1983) 81。
- 7) B. Demes & N. Creel: Bite Force, Diet, and Cranial Morphology of Fossil Hominids, J. Human Evolution, (1988) 657。
- 8) 室津義定，邵 曉文：信頼性に基づくトラス構造の最適形態に関する考察，日本機械学会論文集 (投稿中)。
- 9) P. Whittle: Optimization under Constraints, John Wiley-Interscience, London, New York, Sydney, Toronto, (1971)。
- 10) 瀬口靖幸：構造最適化問題，日本機械学会誌，92，847 (1989) 485。
- 11) 梅谷陽二ほか：成長変形法による形態形成の特徴と安定論による束束性の考察，システムシンポジウム講演論文集 (1975) 153。
- 12) 尾田十八，山崎光悦：有限要素法による軸対称体の強度的最適形状の決定法，日本機械学会論文集，43，368 (1979) 1182。
- 13) 畔上秀幸：成長の構成則を用いた形状最適化手法の提案 (静的弾性体の場合)，日本機械学会論文集，54，508 (1988) 2167。
- 14) M. P. Bendsoe & N. Kikuchi: Generating Optimal Topologies in Structural Design using a Homogenization Method, Comput. Mech. Appl. Mech. Engg., 71, (1988) 197。
- 15) V. Horak: Inverse Variational Principle of Continuum Mechanics, Rozprawy, Ceskoslovenske Akad. Ved., (1969)。
- 16) Y. Tada & Y. Seguchi: Shape Determination of Structures Based on the Inverse Variational Principle/The Finite Element Approach, in *New Direction in Optimum Structural Design* (Atrek et al. Eds.), John Wiley, (1984) 197。
- 17) M. S. Na, N. Kikuchi & J. E. Taylor: Optimal Modification of Shape for Two-Dimensional Elastic Bodies, J. Structural Mech., 11, 1, (1983) 111。
- 18) K. Dems & D. Mróz: Variational Approach by Mean of Adjoint Systems to Structural Optimization and Sensitivity Analysis, Part 2: Structural Shape Variation, Int. J. Solids & Structures, 20, (1984) 527。
- 19) W. Stadler: Quart. J. Mech. Appl. Math., 31, 2, (1978) 169。
- 20) D. Thompson: On Growth and Form, Vol. I, II, Cambridge Univ. Press, (1917)。
- 21) H. ヘルテル (土屋訳)：バイオエンジニアリング，生物の形と運動に学ぶ，朝倉書店，(1985)。
- 22) 土屋洋文：生物のかたちづくり，サイエンス社，(1988)。
- 23) J. C. Eccles: Evolution of the Brain: Creation of the Self, Routledge, London, (1989)。
- 24) 須田 勇：生理学者から工学者へ，学術月報，43，4 (1990) 394。