理想モデルを用いた多層的モデル化に基づく 機械構造物の最適設計*

吉 村 允 孝**

Design Optimization of Machine Structures Based on Multiphase Structural Modeling
Beginning with an Ideal Model

Masataka YOSHIMURA

This paper proposes a design optimization method for machine structures consisting of the multiphase structural modeling of ideal, intermediate, and detailed models. First, the ideal characteristics are obtained for a specific ideal model. Then, the detailed designs are determined so that the characteristics in the detailed model are as close to the ideal characteristics as possible. An intermediate model is introduced between the ideal model and the detailed model for easily and surely obtaining the final detailed designs. This method not only effectively generates optimum detailed designs of machine structures but also brings about an easy realization of the optimum characteristics in practical manufactured machine products. As an example for demonstrating the effectiveness of this method, it is applied to a machine-tool structural model.

Key words: design optimization, machine structure, multiphase modeling, detailed design, machine tool structure, ideal characteristics

1. 結 論

機械製品に対する最適設計は、究極的には、製品性能と製品製造原価の両面において最適な詳細設計を生み出すことにある。このとき種々の特性が製品性能を評価するために求められるが、実際の製品設計に適用しうる特性の評価と最適化を実施するために使用される機械構造のモデル化には、次のことが要求される。

- (1) 詳細設計を含むモデルが合理的に得られること。
- (2) 得られた詳細モデルに従って製造した機械製品において、設計最適化によって要求される特性が十分正確に実現されること。

機械製品の最適設計を得るための通常の設計最適化問題においては、目的関数もしくは制約条件が決定変数の複雑な非線形式で表される。さらに構造部材の詳細設計は、一様厚さでない板材、リブ、仕切り板、補強材のような要素をもつ構造領域に対する設計の意思決定を含んでおり、そのような最適設計問題においては、決定変数空間に多くの局所的最適点が存在する。

このため、機械構造全体の最適設計解を得ることは容易でない。また非線形な最適設計問題の解法として、非線形計画手法が用いられるが、これによって得られた設計解が大域的な最適解であるかどうかを知ることができないし、得られた目的関数の値がどの程度大域的な最適解に近いかを判断することもできない。

このような機械構造の詳細設計の最適化については、これまで、静特性に着目して、板厚分布、リブや補強材の設計意思決定問題¹⁾に関する研究が行われている。それらの結果は単純な構造要素に適用されているが、複雑な機械構造全体に対する研究は少ない。

本論文では、機械構造の詳細設計を有効に得るために、“理想モデル”、“中間モデル”と“詳細モデル”から構成される多層的な機械構造のモデル化を用いた、設計の意思決定法を構築する。提唱する設計最適化手順においては、まず最初に、最適設計解の特性の代わりに、対象機械構造の理想的な単純モデルに対して理想特性を求める。そして、最適解もしくは最適解に近い解を、理想モデルの特性に十分近い特性をもつ詳細設計を探索することによって求める。

以下では、まず、多層的構造モデル化に基づく設計最適化法の基本概念を述べる。そして、高精度・高効率率が要求される機械製品の最適設計を得るための実際

* 原稿受付 平成2年2月27日、昭和63年度精密工学会春季大会学術講演会（昭和63年3月16日）にて発表

** 正 会 員 京都大学工学部（京都市左京区吉田本町）

的な手順を述べる。最後に、提唱する方法を工作機械構造に適用し、有用性を例証する。

2. 多層のモデル化に基づく最適設計法の基本概念

2.1 方法論の基本概念

機械製品の設計最適化における目標は、構造部材または機械要素の詳細な最適形状を求めることにある。

詳細設計を得るために、次の三つの要因を考慮する必要がある。

- (1) 理想特性をできるだけ実現すること。
- (2) 機能上必要な形状をもつこと。
- (3) その詳細形状をもつ構造部材または機械要素を経済的に製造すること。

これらを、以後、“詳細形状決定の3要因”と呼ぶ。

機械構造の実際的な設計最適化問題においては、設計変数空間上に多くの局所的な最適解が存在する。特に、詳細設計が関係する箇所は、通常、構造解析上、強度に不静定な構造である。そのような設計部分には、より多くの局所最適解が存在する。そのような場合、好ましい設計解を得ることは非常に困難である。

上記の三つの要因を満たす最適詳細設計を効率よく得るために、“理想”、“中間”、“詳細”の三つのモデル化からなる最適設計法を構築する。この方法論は、以下の概念に基づいている。

(1) 通常の設計最適化手順においては、最適な特性は設計最適化の実施前には不明である。本論文で提唱する方法では、まず最初に、最適な特性を、ある特定のモデルに対して求めておく。そして、その特性を“理想特性”と考える。その後、詳細設計（詳細モデル）を、詳細設計における特性が理想特性にできるだけ近づくように決定する。もし理想特性が詳細設計において実現できれば、詳細設計において最適な特性（または、近似的に最適な特性）が得られたことになる。

(2) 初期の理想モデルから最終的な詳細モデルに容易にかつ確実に到達するために、初期に与える理想モデルと最終的に得られる詳細モデルの間に、中間モデルを導入する。また、理想特性を得るためのモデルと詳細設計を決定するモデル（中間モデル）は、通常、異なった構造形状をもつ。その二つのモデル間の特性対応の評価と理想特性をもつ詳細設計の実現を容易にするために、機械構造全体を部分領域に分割する。そして詳細設計の決定は、詳細モデルと理想モデルを分割した部分領域での特性を比較することによって行う。

(3) 構造部材の局所変形は、高精度機械における製品性能の大幅な低下をもたらす。はりのように局所変形を含まない理想的な構造要素を、理想モデルとして考える。

(4) 構造部材の製造では、加工条件のばらつきなどにより、部材接触面の表面粗さを一定にすることは困難である。実際の機械構造での局所変形の生じ方は、そのような製造過程におけるばらつきに大きく依存している。それゆえ、局所変形を含む特性を、設計段階で正確に求めることは困難である。提唱する設計の意思決定手順においては、構造部材の局所変形による弾性ひずみエネルギーを最小にするように詳細設計を決定する。それより、構造部材の製作上のばらつきに関係する特性のばらつきの原因が減少されるので、詳細設計モデルにおいて最終的に得られる特性を実際に製造される機械製品において実現することが容易になる。

2.2 理想モデルの導入と理想特性の提示

下記の条件が理想モデルに対して考慮される。

- (i) 種々の詳細形状を包含する基本形状をもっていること。
- (ii) 実現の可能性をもつ理想的な特性をもつ。通常の多目的最適化問題においては、理想点が目的関数空間上に定められる²⁾。その理想点は実行不可能なユートピアな点である。他方、本論文で対象とする理想特性は、局所変形が生じないというような意味での理想モデルにおける特性であり、実現される可能性をもつ特性上の目標に相当する。

構造部材の理想モデルとして、ここでは、単純化した箱型はり状モデルを次の理由により用いる。

- (1) 局所変形が実際の構造で生じたとき、構造における剛性が減少する。はりモデルは局所的に変形しないし、同じ重量のもとで最大の剛性をもつ。
- (2) リブやしきり板がないはりモデルの断面二次モーメントとねじり剛性は、同じ断面積のもとでリブやしきり板をもつ場合のものより大きな値をもつ。

より高い精度と作業能率が要求される工作機械や産業用ロボットのような機械においては、静コンプライアンス f_s （または変位 D ）と構造重量 W_T が最も重要で基本的な特性であり、両者を総合的に評価する必要がある。そのような体系的な評価のためには、静コンプライアンスと重量の間の関係図が有用である³⁾。

図1は、構造部材の総重量 W_T と外力 F のもとで

Fig. 1 Relation between the total weight W_T and the total strain energy V_T

全構造部材に蓄えられるひずみエネルギー V_T の間の関係を示しており、 V_T の大きさは、静コンプライアンス $f_s(D/F)$ の大きさに対応する。斜線領域は詳細な実際モデルにおける実行可能領域を示している。通常、静的および動的特性の観点から、より小さな W_T とより小さな V_T (すなわち、より大きな剛性) が要求される。太線は、理想構造モデルにおいて W_T と V_T の両者の最小化に関する多目的最適化問題のパレート最適解集合²⁾に相当する。このパレート最適解集合上の特性は、構造部材に対する理想特性に対応する。実際の機械構造においては、太線で示すパレート最適解上に設計解はなく、破線の矢印の方向に後退した(原点からの距離が長い)破線上に設計解をもつ。ここで、原点からのより長い距離は、特性のより大きな低下を意味する。

原点から短い距離をもつパレート最適解上の設計解は、一般に、小さい重量と大きな剛性をもつ設計に対応する。箱型構造部材の場合には、その設計は、広い断面幅と薄い壁厚をもつ部材に対応する。そのような設計においては、通常、大きな局所変形が生じうる。それゆえ、原点から最小の距離をもつパレート最適解の領域は、理想特性からの特性の低下量が大きい。また、最も好ましい動特性をもつ設計解は、原点から最小の距離をもつパレート最適解上に存在する³⁾。それゆえ、高い動的性能が要求される機械製品の設計においては、理想特性からの特性の低下を最小にするように詳細設計を決定することが要求される。

2.3 中間モデルの導入

中間モデルは、理想モデルから実際の詳細モデル(詳細設計)を得るための媒体としての役割をもつ。

構造部材の中間モデルにおいては、理想モデルに機

能上の要求(詳細設計決定のための三つの要因のうち、要因(2))に基づいて機能要素を付加した後、機械構造を実際の構造形状に応じて、より詳細なモデル化が可能なシェルや板のような構造要素でモデル化する。中間モデルで得られる W_T と V_T の最小化の間の関係は、図1において、太線から原点に対して逆の方向へ移動した、破線のように示される。

中間モデルから最適詳細モデルを得ることは、この破線を、図1の実線の矢印で示された方向へ移動、すなわち太線にできるだけ近づけることを意味する。これより、斜線で塗られた実行可能領域が、原点の側に広げられることになる。

2.4 中間モデルからの詳細設計の生成

詳細形状の決定における三つの要因のうち、(1)理想値をできるだけ実現すること、および(3)詳細形状をもつ構造部材(もしくは、機械要素)を経済的に製造することを、ここで考慮する。詳細設計の意思決定問題において、要因(1)と要因(3)は、設計対象に応じて、最適化における目的または制約に関係する。

要因(1)と(3)が、各々、目的と制約に対応するとき、各構造領域の詳細設計に対する設計意思決定問題は、次のように表現される。

$$\left. \begin{array}{l} \phi_0 = \text{理想特性値からの低下量} \rightarrow \text{最小化} \\ \text{制約条件: 詳細設計を実現するための} \\ \text{要因に関する制約} \end{array} \right\} \quad (1)$$

例えば、目的関数として、ひずみエネルギーの増加量 ΔV_s 、そして制約条件として、製作の容易さ、部材寸法と重量に関する制約などが考えられる。

3. 多層モデル化に基づく最適設計法の詳細手順

前章で説明した理想、中間、詳細の多層構造モデル化に基づく設計最適化の基本的な概念は、一般の実際の設計問題に適用しうる。ここで具体的に、高精度・高能率が要求される工作機械や産業用ロボットのような機械製品に対する設計最適化の手順を説明する。

図2(a)と(b)は、それぞれ、単一コラム工作機械の外形と骨組構造を示している。そのような工作機械においては、切削点での工具(点A)・品物(点B)間の静的ならびに動的挙動が加工精度と加工能率のような製品性能に直接的な影響をもつ。その特性を評価するためには、図3に示すような、切削点での加振力 F による相対変位 D に関する、工具・品物間の相対リセプタンス周波数応答 $R(=D/F)$ が求められる。

再生型自動びりりは工作機械の製作後には解決が非

Fig. 2 A single-column vertical boring and turning lathe (unit; mm)

Fig. 3 Comparison of receptance frequency responses at the cutting point

常に困難なものであり、設計段階で評価しなければならない最もやっかいな問題である。再生型自励びりに対する安定性の増加、すなわち加工精度や加工能率の向上のためには、図3に示すような工具-品物間の相対リセプタンスの最大値 (R_{m-max}) を減少しなければならない⁴⁾。このように切削点で R_{m-max} が最大値をもつなど、性能上最も問題となる方向における動的特性値や静コンプライアンスなどの静的特性値が、以下の設計最適化のために評価される。

最大の製品性能をもつ工作機械の最適設計を効率よく得るために、特性間の競合・協調関係の解明に基づく最適設計法が提唱されている³⁾。この設計最適化においては、(第I層) 静的な力のループ上の構造部材形状と結合部剛性の決定、(第II層) 静的な力のループ外の構造部材形状と結合部剛性の決定、そして(第III層) すべての結合部の減衰係数の決定、という三

つの層からなる部分的な手順に分割する。すなわち設計最適化問題が、三つのより単純な部分問題に分割される。そして、各構造領域の設計変数を、三つの部分問題の各々において決定する。本研究における理想モデル、中間モデル、と詳細モデルに対する手順の各々も、同様に、三つの層からなる部分問題に分割する。こうすることにより、理想モデルからの詳細設計の意思決定を、効果的かつ容易に行うことを可能とする。

各々のモデル化における第I層では、静的構造解析により詳細設計を、第II層では、動的構造解析により詳細設計を決定する。それゆえ、第I層と第II層は、それぞれ、静的および動的の問題に対応する。そこで、静的および動的特性を考慮して構造部材の詳細設計を得るための手順を、以下に説明する。

(i) 静的問題

まず、静的な力のループ内の構造部材に対する中間モデルを、2.3節に述べた手順に従って構築する。そして構造部材の詳細設計(詳細モデル)に対する意思決定を行うための実用的な方法として、中間モデルの領域を M_s 個の領域に分割し、各領域の詳細設計を、中間モデルでの特性が理想モデルでの特性に近づくように決定する。

詳細設計を得るために、板厚分布の変更、仕切り板やリブの付加など種々の方法があるが、ここでは、最も基本的な設計詳細化の方法である板厚分布の変更を採用する。そして中間モデルの各部分領域 i は、 N_i 個の板要素でモデル化する。決定変数は、板厚 t_{ij} ($i=1, 2, \dots, M_s, j=1, 2, \dots, N_i$) である。

理想モデルおよび中間モデルの部分領域 i に蓄えられる弾性ひずみエネルギー値をそれぞれ V_i' と V_i とするとき、 M_s 個の部分領域にわたる V_i' と V_i との差の2乗の和を、構造部材の重量制約と板厚の下限・上限制約のもとで最小にするように詳細設計を決定する。中間モデルでは、部分領域 i ($i=1, 2, \dots, M_s$) における板要素 j ($j=1, 2, \dots, N_i$) の弾性ひずみエネルギー V_{ij} を評価する。そのとき、式(1)に対応する設計の意思決定問題は、以下のように定式化される。

目的関数：

$$\phi_0 = \sum_{i=1}^{M_s} (V_i' - \sum_{j=1}^{N_i} V_{ij})^2 \rightarrow \text{最小化} \quad (2)$$

制約条件： $W_T - W_T^U \leq 0$

$$\left. \begin{aligned} t_{ij} - t_{ij}^U &\leq 0 \\ t_{ij}^L - t_{ij} &\leq 0 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} i &= 1, 2, \dots, M_s \\ j &= 1, 2, \dots, N_i \end{aligned} \quad (3)$$

上記の問題を解くために、目的関数 ϕ_0 を、決定変数点におけるテイラー展開の一次項を用いて、次式のように線形化する。

$$\phi_0 = \sum_{i=1}^{M_0} (V_i' - \sum_{j=1}^{N_i} V_{ij})^2 - 2 \sum_{i=1}^{M_0} \left[\left(V_i' - \sum_{j=1}^{N_i} V_{ij} \right) \sum_{j=1}^{N_i} \left(\frac{\partial V_{ij}}{\partial t_{ij}} \Delta t_{ij} \right) \right] \quad (4)$$

ここで、 Δt_{ij} は、決定変数 t_{ij} の偏差を表す。 t_{ij} が薄板構造部材での板厚のとき、 $\partial V_{ij} / \partial t_{ij}$ は次のように近似される。

$$\frac{\partial V_{ij}}{\partial t_{ij}} \cong -\frac{V_{ij}}{t_{ij}} \quad (5)$$

上記の意思決定問題における制約は決定変数 t_{ij} の線形式で表せるので、式 (2), (3) の最適化問題は、ある決定変数点において式 (4) の目的関数と式 (3) の制約をもつ線形問題に変換される。この問題を、逐次線形計画法 (SLP) により解く。

(ii) 動的問題

理想的な動的特性を実現するために、第 II 層における多層のモデル化の手順により、力のループ外の構造部材の詳細設計を決定する。

この場合、全周波数領域上でリセプタンスの最大値 $R_{m\text{-max}}$ をもつ固有モードでのひずみエネルギーと慣性エネルギーを評価する。理想モデルと中間モデル間の対応関係を考慮するために、関係する構造領域を M_0 個の部分領域に分割し、部分領域 i に蓄えられるひずみエネルギー V_i と慣性エネルギー T_i の、 M_0 個の部分領域にわたる全ひずみエネルギー V_T と全慣性エネルギー T_T に対するそれぞれの比を、静的問題におけるひずみエネルギー値そのものに替わって評価する。中間モデルにおける部分領域 i は、 ND_i 個の構造要素に分割する。各構造要素において、ひずみエネルギー V_{ij} と慣性エネルギー T_{ij} ($i=1, 2, \dots, M_0, j=1, 2, \dots, ND_i$) を評価する。この場合の意思決定問題に対する目的関数 ϕ_0 は、以下のように表される。

$$\phi_0 = \sum_{i=1}^{M_0} \left[\left(\frac{V_i'}{V_T} - \sum_{j=1}^{ND_i} \frac{V_{ij}}{V_T} \right)^2 + \left(\frac{T_i'}{T_T} - \sum_{j=1}^{ND_i} \frac{T_{ij}}{T_T} \right)^2 \right] \quad (6)$$

ここで、プライムを付けたものは理想モデル、他は中間モデルでのエネルギー値を表す。

式 (6) で表される目的関数 ϕ_0 を、関係する構造領域に対する重量一定の制約と寸法制約のもとで、最小化する。動的特性では構造部材の剛性と質量のバランスが重要であるので、関連する構造領域における重量は一定に保たれる。解法は、前節 (i) に述べた静的問題におけると同様である。

4. 適用例

図 2 (a) に示す単一コラム工作機械の構造モデルを用いて、提唱する設計最適化手順の有用性を例証す

Fig. 4 An initially given intermediate model

る。工作機械の高精度・高エネルギーを実現するためには、コラム部材が最も重要であるので、ここではコラム部材を対象とした詳細設計を考える。

4.1 理想モデルの構築

図 2 (a) に示す工作機械構造の理想モデルを構築するに、図 (b) に示すように、構造部材は箱型断面をもつはり要素、結合部は 6 つの座標方向のそれぞれにばねとダンパの並列要素をもつ柔結合部要素によってモデル化した。

この構造モデルの静コンプライアンス f_s およびリセプタンスの最大値 $R_{m\text{-max}}$ は、ともに Y 方向で最大である。そこで、Y 方向の静コンプライアンスおよびリセプタンスに着目した設計最適化を行った。

最適化によって得られた周波数応答を、図 3 の実線で示す。理想モデルでの静コンプライアンス f_s は、 9.458×10^{-9} m/N であった。

4.2 中間モデルの構築

図 4 は、コラム部材の初期中間モデルを含む、機械構造全体に対する構造解析のためのモデルを示している。コラム中間モデルの初期断面形状は、理想モデルの最適化によって得られたと同じ大きさの断面特性値をもつようにする。機能上の要求より、部材は、サドルとの結合のための案内面とベッドとの結合のためのボルト結合部の、2 か所の接触面をもつ。二つの案内面部材を支えるために、図 4 に示されるように、案内面の上部と下部においてコラム内壁まわりに支持部材が加えられており、案内面部材およびそれらの支持部材は、はり要素でモデル化している。案内面およびボルト結合部以外のコラム部材領域は、長方形平板要素 (総要素数: 360) でモデル化している。

表 1 の上部は、理想、中間、詳細のそれぞれのモデルにおいて、各部分領域に蓄えられるひずみエネル

ギー値を示している。機能要素である案内面部材をもたない中間モデルでの部分領域5におけるひずみエネルギー値は、その領域が案内面から十分に離れているので、理想モデルにおける値とはほぼ同じ大きさの値をもっている。しかし他の中間モデルの領域ではひずみエネルギー値が大きく、大きな局所変形が生じている。さらに、案内面部材およびそれらの支持部材は、中間モデルでの特性を理想特性に近づける働きをしていることがわかる。

4.3 詳細モデルの構築

コラム部材の詳細設計を、3章で述べた手順に従って決定した。中間モデルにおけるコラム部材を、5つ ($M_s=5$) の部分領域に分割した。部分領域2は、大きな局所変形が発生する案内面結合面を含んでいる。各板要素の板厚の下限と上限は、それぞれ20mmと60mmとした。板要素でモデル化した箇所全重量は一定に保たれており、板厚の平均値は40mmである。またSLP問題における各決定変数のmove limitを2mmとした。

初期中間モデルにおける静コンプライアンス f_s は、表1の最下部に示すように、 1.310×10^{-8} m/Nであった。詳細モデルにおける静コンプライアンスの最終的な値は、 1.043×10^{-8} m/Nであった。コラム部材の詳細モデルの各部分領域に蓄えられるひずみエネルギー値は、表1からわかるように、理想モデルの値に近づき、局所変形が減少している。詳細モデルは、理想モデルに近い特性をもつばかりでなく、局所変形という特性のばらつきの原因が減少し、実際に製造される機械構造において実現が容易なより信頼性のある特性をもつ。部分領域1は、静的な力のループ外に位置しており、この部分領域の詳細な設計を、3(ii)節(動的問題)の手順に従って決定した。

詳細設計後のコラム部材の板厚分布を図5に示す。また機械構造全体に対するリセプタンス周波数応答を、図3の点線で示している。詳細モデルでのリセプ

Fig. 5 Plate thickness distributions of the detailed column member

タンス周波数応答は、破線で示す初期中間モデルのものより、理想モデルのリセプタンス周波数応答に大きく近づいている。

5. 結 論

- (1) 機械構造の詳細な最適設計を得るために、理想モデル、中間モデルおよび詳細モデルの多層的な構造モデル化によって構成される、最適設計法を提唱した。
- (2) この方法では、理想特性をまず特定の理想モデルに対して求め、次に詳細設計を詳細モデルにおける特性が理想特性にできるだけ近づくように決定する。
- (3) この方法により、機械構造の詳細な最適設計が効果的に得られるばかりでなく、実機の製造後において、最適特性値が実現されることを容易にする。
- (4) 提唱した方法を工作機械構造に適用し、方法論の有用性を例証した。

参 考 文 献

- 1) 例えば、K. Cheng and N. Olhoff: Regularized Formulation for Optimal Design of Axisymmetric Plates, Int. J. Solids and Structures, 18, 2, (1982) 153.
- 2) L. L. Cohon: Multiobjective Programming and Planning, Academic Press, New York, N. Y., (1978).
- 3) 吉村允孝: 特性間の関係の解明に基づく工作機械ダイナミックスの設計最適化(第1報)——特性間の競合および協調関係, 精密工学会誌, 53, 4 (1987) 601.; 同上(第2報)——設計最適化手順, 精密工学会, 53, 9 (1987) 1466.
- 4) F. Koenigsberger and J. Tlustý: Machine Tool Structures, Vol. 1, Pergamon Press, Oxford, (1970).

Table 1 Strain energy values and the static compliance at each modeling

Segment No.	Strain energy values N·m			
	Ideal model	Intermediate model without functional elements	Initially given intermediate model	Detailed model
1	0.0	1.20×10^{-7}	1.30×10^{-8}	4.45×10^{-9}
2	1.33×10^{-8}	2.23×10^{-7}	6.29×10^{-8}	3.77×10^{-8}
3	7.29×10^{-8}	1.76×10^{-7}	1.19×10^{-7}	8.17×10^{-8}
4	6.60×10^{-8}	9.59×10^{-8}	9.06×10^{-8}	7.02×10^{-8}
5	6.80×10^{-8}	6.71×10^{-8}	6.55×10^{-8}	6.75×10^{-8}
f_s m/N	9.458×10^{-9}	1.948×10^{-8}	1.310×10^{-8}	1.043×10^{-8}