研究論文

平行ばね移動台の寄生角変位*

村奈嘉与一** 稲葉 誠*** 浅野武夫† 古川英一**

Parasitic Rotation in Parallel Spring Movements

Yoichi MURANAKA, Makoto INABA, Takeo ASANO and Eiichi FURUKAWA

This paper discusses the pitch (angular tilt) of a moving platform, which is the main factor to determine the accuracy of motion in parallel spring movements. As major causes of the pitch the following factors are considered: (1) inaccuracies of construction such as the inequality in free lengths of the two springs and the inequality in separation of the two springs, and (2) the height at which to drive the platform. The theoretical analyses of the effects of these factors on the pitch, and the experiments conducted to verify the validity of the analyses, are presented. It is shown that the pitch due to the driving condition can be eliminated by proper selection of the driving point. It is also shown that the pitch due to the inequality in separation of the two springs can be eliminated by adjusting the length of a moving platform. Description of a variable-length moving platform, which was devised for this purpose, is included.

Key words: parasitic rotation, parallel spring movement, pitch, moving platform, leaf spring

1. はじめに

平行に配置された2枚の板ばねで可動台を支持する“平行ばね”は、測定器、光学機器などの直線運動案内として広く使用されている。正確には、平行ばねによって得られる運動は直線運動ではなく、可動台の変位の二乗に比例して増大する微小な横変位を伴う平行運動である。平行運動からの偏差に相当する可動台のピッチは、平行ばねの運動精度の評価のための主要なパラメータである。

Jonesらは、平行ばねの運動精度に関係する諸因子について広範な検討を行っている¹⁾。著者らは、この研究を参考にして、可動台のピッチを支配する主要な因子である、(i) 製作誤差、(ii) 駆動点の位置、に重点をおいて、詳細な理論的考察と実験を行ったので、その概要を報告する。

2. 理論的考察

2.1 理想的駆動点

平行ばねでは、板ばねの中点を通り板ばねに直角な方向に駆動するのが望ましいことはよく知られている

が、その理論的根拠は必ずしも明らかではない²⁾。

図1を参照して、可動台は垂直軸に関して対称であるとする。ピッチが発生しないためには、両方の板ばねの可動端においてたわみ角が0であり、かつ負荷条件が同一であることが必要である。はりの単純曲げ理論を適用すると、この条件を満足するためには次式が成立することが必要であることがわかる。

$$a = \left(\frac{1}{\mu} \tan \frac{\mu}{2} \right) L \quad (1)$$

ここに、 $\mu = L\sqrt{W/2EI}$ 、 L は板ばねの長さ、 W は可動台の重量、 EI は板ばねの曲げ剛性、 a は駆動点と板ばねの可動端を結ぶ直線の間の距離である。

本論文では、式(1)を満足する駆動点を理想的駆動点とよぶ。可動台の重量が増大するにつれて理想的駆動点は下方へ移動する。通常の平行ばねでは $\mu \ll 1$ で

Fig. 1 Driving condition of parallel spring movement

* 原稿受付 平成2年3月27日、昭和61年度精密工学会秋季大会学術講演会(昭和61年10月12日)にて発表

** 正会員 中央大学理工学部(東京都文京区春日1-13-27)

*** 学生会員 中央大学理工学部

† 中央大学理工学部

Fig. 2 Four-bar linkage model for a parallel spring movement

あるので、 $a=0.5L$ と見なすことができる。

2.2 製作誤差とピッチの関係

平行ばねでは、たとえ理想的駆動点で駆動しても、製作誤差に起因するピッチが発生する。製作誤差と発生するピッチの間を明らかにするためには、Jonesらが提案したリンク機構によるモデル化が有効である¹⁾。すなわち、平行ばねを図2に示す4節リンク機構と等価であると、図2(a)の e_1 (左右のリンクの長さの不同)、及び図2(b)の e_2 (上下リンクの長さの不同)によって製作誤差を表す。 Y を可動台の平衡位置からの変位、 θ を可動台のピッチとすると、幾何学的関係から近似的に

$$\theta_1 = \frac{e_1}{2D} \left(\frac{Y}{l} \right)^2 \quad (2)$$

$$\theta_2 = \frac{e_2}{D} \left(\frac{Y}{l} \right) \quad (3)$$

上式は、 D 、すなわち板ばねの間隔が大きいくほど製作誤差に起因するピッチは小さくなることを示している。

次に、図3を参照して、図2のリンク機構の左右のリンクの長さ l と板ばねの長さ L の関係を求める。

図3(a)の板ばねの場合には、板ばねの可動端は板ばねのたわみ曲線の形状によって決まる ΔL_1 だけ固定端に接近する。はりの単純曲げ理論を適用すると、 $x=L$ で $dy/dx=0$ の条件の下で、 Q 及び M は

$$Q = \frac{EI}{L^3} Y \frac{\mu^3}{\left(2 \tan \frac{\mu}{2} - \mu \right)} \quad (4)$$

$$M = \frac{EI}{L^2} Y \frac{\mu^2 \tan \frac{\mu}{2}}{\left(2 \tan \frac{\mu}{2} - \mu \right)} \quad (5)$$

ただし、 $\mu^2 = (P/EI)L^2$ 。

式(4)及び式(5)を使用して ΔL_1 を計算すると

$$\Delta L_1 = \frac{1}{2} \int_0^L \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 dx$$

Fig. 3 Equivalent length of leaf spring: (a) leaf spring, (b) link, (c) leaf spring with reinforcing clamp

$$\begin{aligned} &= \frac{Y^2}{2L} \frac{\mu}{\left(2 \tan \frac{\mu}{2} - \mu \right)} \left[1 + \frac{1}{2} \sec^2 \frac{\mu}{2} - \frac{3}{\mu} \tan \frac{\mu}{2} \right] \\ &= \frac{3}{5} \frac{Y^2}{L} \left(1 + \frac{1}{420} \mu^2 + \dots \right) \approx \frac{3}{5} \frac{Y^2}{L} \end{aligned} \quad (6)$$

図3(b)のリンクの場合には、 ΔL_2 は簡単に

$$\Delta L_2 \approx \frac{1}{2} \frac{Y^2}{l} \quad (7)$$

式(6)及び式(7)から、 $\Delta L_1 = \Delta L_2$ とおくと、 $\mu \ll 1$ の条件の下で、近似的に

$$l = \frac{5}{6} L \quad (8)$$

したがって、長さ L の板ばねは長さ $(5/6)L$ のリンクと等価である。

Jonesらは、板ばねを局部的に補強するクランプによる可動台のピッチの補正を試みているが、その作用効果の理論解析は行っていない³⁾。図3(c)に示す系について、クランプの作用効果を考察する。

はりの単純曲げ理論を適用すると、 $x=L$ で $dy/dx=0$ の条件の下で、 ΔL_3 は

$$\begin{aligned} \Delta L_3 &= \frac{3}{5} \frac{Y^2}{L} \left\{ 1 - \rho^3 - \frac{3\rho}{1-\rho} \Delta^2 \right\}^{-2} (1-\rho)^2 \\ &\quad \times \left(1 + 2\rho + 3\rho^2 + \frac{3}{2}\rho^3 \right) \\ &\quad + \frac{\Delta^2}{(1-\rho)^4} \left\{ -\frac{15}{2}\rho \left(1 - \frac{\Delta^2}{3} \right) \right. \\ &\quad \left. + 10\rho^2 \left(1 + \frac{\Delta^2}{2} \right) - \frac{5}{2}\rho^5 \right\} \end{aligned} \quad (9)$$

ここに、 $\rho = 2a/L$ 、 $\Delta = (2b/L - 1)$ 、 $2a$ はクランプ

$$Q_1 + Q_2 = \frac{24EI}{L^3} \left(1 - \frac{1}{10} \mu_0^2 + \dots \right) \cong \frac{24EI}{L^3} \quad (18)$$

$$M_1 + M_2 = \frac{12EI}{L^2} \left(1 - \frac{1}{60} \mu_0^2 + \dots \right) \cong \frac{12EI}{L^2} \quad (19)$$

ここに, $2\mu_0^2 = \mu_1^2 + \mu_2^2$, $\mu_1^2 = (P_1/EI)L^2$, $\mu_2^2 = (P_2/EI)L^2$ である.

式 (18) 及び式 (19) を使用すると, $Y \gg L\theta$ の条件の下で, 式 (16)' は近似的に

$$PD = \frac{24EI}{L^3} \left(\frac{L}{2} - a \right) Y + W \frac{h}{2} \theta \quad (20)$$

と表すことができる.

板ばねの可動端の垂直方向の変位, ΔL_1 及び ΔL_2 は, 軸方向荷重による板ばねの伸縮に関する成分と板ばねのたわみ曲線の形状に関する成分から構成される. 後者の計算には, 前述のように, 式 (4) 及び式 (5) を使用することができるので, 計算が非常に簡略化される.

式 (4) 及び式 (5) を使用し整理すると

$$\Delta L_1 = \frac{LP_1}{EA} + \frac{3}{5} \frac{Y^2}{L} \left(1 + \frac{1}{420} \mu_1^2 + \dots \right) \quad (21)$$

$$\Delta L_2 = \frac{LP_2}{EA} + \frac{3}{5} \frac{Y^2}{L} \left(1 + \frac{1}{420} \mu_2^2 + \dots \right) \quad (22)$$

ここに, A は板ばねの断面積, E は板ばねのヤング率である.

したがって, $(\Delta L_2 - \Delta L_1)$ は近似的に

$$\Delta L_2 - \Delta L_1 = \frac{L}{EA} (P_2 - P_1) + \frac{3}{5} \frac{Y^2}{L} \left\{ \frac{1}{420} (\mu_2^2 - \mu_1^2) \right\} \quad (23)$$

定義から, $P_2 - P_1 = 2P$, $\mu_2^2 - \mu_1^2 = 2PL^2/EI$ であるので, 式 (13)' から, 式 (23) は近似的に

$$D\theta = \Delta L_2 - \Delta L_1 = \frac{2LP}{EA} + \frac{1}{350} \frac{Y^2 LP}{EI} \quad (24)$$

式 (20) と式 (24) から P を消去すると,

$$\theta = \frac{4t^2}{L^2 D^2} \left(\frac{L}{2} - a \right) Y \left\{ 1 + \frac{3}{175} \left(\frac{Y}{t} \right)^2 \right\} \quad (25)$$

ここに, t は板ばねの厚さである.

式 (25) において, 1 に比べて $(Y/t)^2$ を含む項を無視すると, 式 (25) は Jones らが平行ばねを片持ちばりで見なして求めた解と一致する. 通常の平行ばねでは, 軸方向荷重による板ばねの伸縮に関する項に比べて, 板ばねのたわみ曲線の形状に関する項の影響はそれほど大きくはない.

3. 実験装置

図5に実験装置の構造を示す. ジュラルミンの可動台 A, 及び固定台 B をフォトエッチングによって

Fig. 5 Details of experimental parallel spring movement

Table 1 Main design parameters of experimental parallel spring movement

Length of moving block D	70 mm
Free length of spring L	70 mm
Width and thickness of spring	16×1.2 mm
Max. stroke of moving platform	±3 mm
Mass of moving platform	600 g

ジュラルミン板 (ANP 79-T 651) から成形した 2 枚の板ばね C で結合し, 可動台の駆動には一対の磁気回路 D と可動コイル E を使用する. 磁気回路の中心線には, 図示のように, 板ばねの midpoint から, それぞれ, 上下に 15 mm のオフセットが与えられている. 両方の可動コイルが発生する電磁力の合力が可動台の実効駆動力になるので, コイルの電流比の調整とコイル極性の変更によって駆動点の位置を上下に任意に移動させることができる. またコイル電流比を 1 に保ちコイル極性を逆に接続することによって, 可動台に純粋のトルクを加えることも可能である. 可動コイル 1 個当たりの最大電磁力は 40 N 程度である. このように, 動電的に可動台を駆動することによって, 駆動点の位置を任意に変更できるだけでなく, 可動台の機械的駆動の場合に固有の接触部の摩擦やガタの影響を除くことが可能となり, 非常に繰返し性の良い測定が行えるようになった.

可動台の変位は渦電流変位変換器によって, また可動台のピッチは可動台に取り付けた鏡とレーザ干渉計 (最小カウント 0.1 arcsec) によって測定した. なお可動台に搭載するピッチ測定用の鏡の質量は 340 g であった. 表 1 に実験装置の主要諸元を示す.

式 (2) 及び式 (3) からわかるように, e_1 (板ばねの長さの不同) に比べて e_2 (板ばねの間隔の不同) はかなり厳密に規正する必要がある. フライス盤上で一緒に加工することによって, 可動台と固定台の長さの不同を 3 μm 程度に抑えることができたが, それでも組立後に過大なピッチが発生することがあった. これ

Fig. 6 Constructional details of a variable-length moving block

は、板ばねを成形するジュラルミン板の加工工程で発生する板の彎曲や反りに起因すると考えることができる。成形した板ばねの平面度が悪いと、組立後に板ばね間隔に過大な不同が発生することは明らかである。また板ばねを台に固定するクランプの構造と固定ねじの締付けトルクも重要な因子であって、締付けトルクの調整によってピッチの発生をある程度制御することも可能であった。

種々の厚さのステンレス鋼のテープを用意し、板ばねと台の間に挿入することによってピッチを検出不可な程度に低減させることも不可能ではないが、調整に非常に時間を必要とする難点がある。そこで、リンク機構を利用した微動装置を開発し、可動台の長さを調整可能な構造に変更した。図6に試作した可変長さ可動台の構造を示す。基本的には、円弧状切欠きをもつばね軸受で支持された8節リンク機構であって、縮小率は2/15、マイクロメータ1目盛(0.01 mm)が可動台の長さの変化1.3 μ mに相当する。試作した可動台では、調整範囲は主としてマイクロメータのシンブルを回転させるのに必要なトルクで決まり、-0.1 mmから+0.1 mmの範囲調整では実験の遂行に全く支障がなかった。

4. 実験結果

実験に先立って、可動台のピッチが検出不可になるように平行ばねを調整した。まず組立用ゲージを使用して可動台と固定台を平行に保持し、2枚の板ばねを台に固定する。次に理想的駆動点で駆動しながらピッチと可動台の変位を測定し、ピッチが検出不可になるまで可動台の長さを調整する。可変長さ可動台の採用によって、この調整を比較的短時間で行うことが可能になった。なお、補強クランプによって板ばねの長さの不同を補正することも可能であるが、板ばねの長さの不同に起因するピッチ(可動台の変位の方が変わるとピッチの符号も変わる)が問題になること

Fig. 7 Relationships between the pitch and the inequality in free length of spring

はなかった。

最初に、理想的駆動点で駆動し、式(2)で表される板ばねの長さの不同に起因するピッチの測定を行った。図7に実験結果を示す。測定値と式(2)による計算値がよく一致していることがわかる。実験にあたって、板ばねの長さを変えるたびに、可動台あるいは固定台の板ばね取付面の再加工を行うことは実際問題として困難であるので、片側の板ばねの中心に種々の長さの補強クランプを固定し、式(10)を使用して板ばねの実効長さを計算によって求めた。したがって、図7の実験結果は式(10)の妥当性の実験的検証と考えることもできる。

次に、理想的駆動点で駆動し、可動台の長さを変えて式(3)の妥当性を検討した。図8に実験結果を示す。この場合も測定値と式(3)による計算値はよく一致している。

最後に、駆動点の位置とピッチの関係について実験を行った。可動コイルの電流比を変えて駆動点の位置を移動させ、式(25)の妥当性を検討した。図9に実験結果を示す。この場合も測定値と式(25)による計算値はよく一致している。この場合、ピッチ測定用の鏡の質量を含む可動台の質量は600 g、この値を使用して算出した $\mu = L\sqrt{W/2EI}$ の値は0.21であった。

板ばねの間隔の不同に起因するピッチは、式(3)から可動台の変位に関する1次関数であるので、原理上は駆動点の調整によって補正することができる。故意に可動台の長さを変えてピッチを発生させ、駆動点の調整によってこのピッチを完全に打ち消すことができることを確認した。

Fig. 8 Relationships between the pitch and the variation in length of a moving platform

Fig. 9 Relationships between the pitch and the position of driving point

5. 結 論

以上の理論的考察及び実験結果から、次のように結論することができる。

- (1) 平行ばねの運動精度の主要な評価パラメータである可動台のピッチは、製作誤差による成分と駆動点の位置に関する成分から構成される。
- (2) 理想的駆動点で駆動することによって駆動点の位置に関する成分は消滅する。
- (3) 製作誤差のパラメータとして板ばねの長さ及び間隔の不同を選ぶことは適切かつ合理的であり、発生したピッチと可動台の変位の関係からピッチの発生原因を特定することができる。

終わりに、試作器の工作面で助力下さった高野光英氏をはじめとして、実験に協力いただいた多くの卒業生諸君に謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) R. V. Jones & I. R. Young : Some Parasitic Deflexion in Parallel Spring Movements, J. Sci. Instrum., 33, 1, (1956) 11.
- 2) P. H. Sydenham : Elastic Design of Fine Mechanism in Instruments, J. P. E. Sci. Instrum., 17, (1984) 922.
- 3) R. V. Jones : Parallel and Rectilinear Spring Movements, J. Sci. Instrum., 28, 2, (1951) 38.
- 4) N. P. Chironis : Spring Design and Application, McGraw-Hill, (1961) 276.
- 5) 村奈嘉与一, 安藤俊幸, 古川英一 : ロール補正装置をもつ振動発生機の試作, 精密機械, 51, 12 (1985) 122.
- 6) 水野 誠, 古川英一 : リンク機構による変位の拡大と縮小, B 73, 1989 年度精密工学会秋季大会学術講演会講演論文集, 第 3 分冊, (1989) 669.