研究論文

トラッキングレーザによる座標測定機の 精度評価と校正*

後藤充夫** 中村 収** 豊田幸司** 黒澤俊郎***

Evaluation and Calibration of Coordinates Error for CMM
Using 2 Laser Tracking Stations

Mitsuo GOTO, Osamu NAKAMURA, Kouji TOYODA and Toshiro KUROSAWA

The coordinates deviation of a CMM (three coordinates measuring machine) is estimated as error vectors within 1 μm of uncertainty, by using 2 laser tracking stations. The error vectors were estimated as the differences between coordinates data of the instrument and estimated positions by the least square method. The calibration or correcting method developed through grasping error vectors at overall working area of an instrument shall give a CMM system with computer to decrease measuring errors. The availability of this method was only verified on the plane coordinates, because laser tracking stations with one rotate axis was used for this experiment. It is easy to extend the plane coordinates to three coordinates if laser tracking stations with two axes for the three coordinates system are used.

Key words: laser tracking, coordinates measuring machine, CMM, error vector, coordinates error

1. はじめに

三次元測定機の精度評価は、長さの測定機として考えるステップゲージによる評価がある。しかし、直線上の精度だけでは満足できない場合が多く、様々な評価手法が提案され、用いられている。最近ではボールバー¹⁾、円盤（またはリング）による評価が多く利用されている。

ここで提案する評価あるいは校正手法は、新しい三次元測定システムとして開発中のトラッキングレーザを利用したものである。トラッキングレーザ（ステーション）は平面では1軸、空間座標では2軸の回転台上にレーザ干渉計を載せ、そのレーザ光がターゲット（リトロリフレクタ）を追尾し、基準点（回転軸）とターゲット間の距離の変化を測定する。

トラッキングレーザでターゲットの座標を推定するには、基準点からターゲットの方位と距離を測定する方法²⁾と、複数のステーションを使って距離のみから求める方法があり、当所では精度に重点を置いて距離のみから推定する方法の研究を行っている³⁾。

この方法では基準点の位置を正確に測定することが重要なファクタとなり、その誤差がターゲットの位置の精度を支配する。ここで提案する評価あるいは校正法では基準点の位置は最小二乗法でデータから決まり、測定精度には影響しない。

トラッキングレーザで座標測定機の座標のひずみを評価・校正するのにステーションを1台使う方法と複数使う方法がある。1台使う方法では、原理的にはボールバーによる評価と同じ手法である。相違はボールバーでは測定点が円弧上に限られるのに対し、この方法では測定点が自由に選べる利点がある。平面で2台、空間で3台のステーションを使うと、誤差は残差ベクトルで表される。このため測定機の評価のみでなく、座標のひずみの校正あるいは補正も可能となる。

なお、ここでは三次元測定システムの研究のために試作したステーションを流用したため、平面上のみの実験となり、以下の報告も二次元としてすすめるが、精度の高い2軸トラッキングレーザが完成すれば容易に三次元に拡張できる。

2. 評価手法の原理

2.1 トラッキングレーザ1台による評価

現在使われている三次元測定機の評価方法は、プローブを含む測定機の誤差評価とプローブの誤差を含

* 原稿受付 平成3年3月8日。1990年度精密工学会秋季大会学術講演会（平成2年9月28日）にて発表

** 正会員 計量研究所（つくば市梅園1-1-4）

*** 正会員（株）東京精密（八王子市石川町2968-2）

まない測定機の座標系の評価（主としてひずみ）を行うものと大別できる。円盤を使う方法は前者であるが、ボールバーは、プローブを外して専用のアタッチメントをつけるため後者に属する。本研究の方式も、プローブの代わりにリトロフレクタをつけるため後者の座標の誤差のみを検出する手法に属する。

さきにボールバー、円盤を使った評価法のデータ処理を検討する。円弧上の測定機で得たデータ (x_i, y_i) は真の座標 (X_i, Y_i) と誤差ベクトル (e_{xi}, e_{yi}) の和となり、 $(X_i + e_{xi}, Y_i + e_{yi})$ で表せる。誤差ベクトルの両成分 e_{xi}, e_{yi} はともに互いに、あるいはいかなる関数とも独立で期待値は0、また e_{xi}^2, e_{yi}^2 の期待値はともに σ^2 とする。

中心 (x_c, y_c) 、半径 r_s の円をデータ (x_i, y_i) に当てはめる最小二乗法は

$$\left. \begin{aligned} \text{res}_i &= \sqrt{(x_i - x_c)^2 + (y_i - y_c)^2} - r_s \\ S_e &= \sum \text{res}_i^2 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

を最小にする x_c, y_c および r_s を求める。残差 res_i は円の中心とデータ間の距離と推定半径の差で誤差ベクトルでなく長さを意味する。

誤差ベクトルと残差の関係は $|\text{res}_i| = \sqrt{e_{xi}^2 + e_{yi}^2}$ である。残差の最大値あるいは残差二乗和から計算した不偏分散・標準偏差から、いくつかの方法で測定機の座標の評価が出来る。

ボールバーの中には、バーの長さが多少変化しデータが完全な円弧上にない座標の評価できるものもある。

バーの長さが変化するときには、バーの伸び縮みのデータ（距離データ） r_i があるため、半径 r_s の代わりに $r_s + r_i$ を式 (1) に代入すると残差の式

$$\text{res}_i = \sqrt{(x_i - x_c)^2 + (y_i - y_c)^2} - r_s - r_i \quad (2)$$

の最小二乗法で x_c, y_c および r_s を求める。解法、残差および誤差評価等は全く式 (1) の場合と同じである。

実験に使ったトラッキングレーザの概要は文献³⁾にゆずるとして、ステーションを1台使った評価手法を検討する。原理的には長さを調節できるボールバーを使う方法と変わらない。円の中心にはステーションの回転軸（基準点）が対応し、距離データ r_i は干渉計で測定する変位が対応する。 r_s には $r_i = 0$ の基準点・ターゲット間の距離が対応する。

トラッキングレーザを使う利点は距離データ r_i の取り得る範囲がボールバーでは最大数十 mm であるのに対し、トラッキングレーザでは事実上無制限である。ステーションの設置場所を考慮すればかなり大きな測定機でも、測定領域全体の評価も可能である。

Fig. 1 Relation between data {CMM (x_i, y_i) and interferometer (r_i) } and unknown parameters {position of tracking station (x_c, y_c) and bias distance (r_s) with residuals (res) }

この方法では式 (2) に示すとおり、残差 res_i は図1の同心円の中心 (x_c, y_c) とターゲット座標 (x_i, y_i) から得られる距離 $\sqrt{(x_i - x_c)^2 + (y_i - y_c)^2}$ とレーザ干渉計で測定した距離 $r_s + r_i$ の差で誤差ベクトルではない。

基準点とターゲットを結ぶ直線と基準点を中心とした半径 $r_s + r_i$ の円弧との交点 (x_{ri}, y_{ri}) を推定点とすると (x_i, y_i) までの線分の長さが残差 res_i と一致する。この考え方で、残差をベクトルとした報告⁴⁾もある。このベクトルはすべて円の中心である基準点の方向（±はあるが）を指している。ここではこのようにして求めたベクトルを見かけの残差ベクトルとする。

この方法では真の座標と観測されるデータ（ひずみを持った座標系での位置）が基準点を中心とした同一円周上にあれば残差は0となる。一般的には見かけの残差ベクトルは誤差ベクトルを基準点を中心とした円の半径方向と円周方向の直交した成分に分解し、半径方向の成分のみを表していることになる。

2.2 トラッキングレーザ2台での評価・校正

一つのターゲットを別の場所にセットされた2台のトラッキングステーションで追尾し、測定機の座標データとともに2台のステーションの距離データを収集する。

座標データ (x_i, y_i) とステーション1 (S_1) のデータ r_{1i} から S_1 の位置 (x_{c1}, y_{c1}) と基準距離 r_{s1} を、 (x_i, y_i) と r_{2i} から (x_{c2}, y_{c2}) と r_{s2} を別の最小二乗法で求める。その後で (x_{c1}, y_{c1}) を中心とした半径 r_{s1}

Fig. 2 Residual vector given as difference between an intersecting point of 2 circular arcs and position of CMM data

+ r_{1i} の円弧と中心 (x_{c2}, y_{c2}) で半径 $r_{s2}+r_{2i}$ の円弧の交点を推定点として用いる方法があるが、この方法はあくまで簡易的手法である。

ここではもっと厳密な方法を検討する。推定座標は 2 台のステーションの基準点からそれぞれの距離を半径とした円弧の交点になる。二つの基準点の座標とそれぞれの基準距離が未知であり、最小二乗法で求める。

未知数 (x_{c1}, y_{c1}) , (x_{c2}, y_{c2}) , r_{s1} , r_{s2} , およびデータ (x_i, y_i) , r_{1i} , r_{2i} を使って誤差の無い座標の推定点 (x_{ri}, y_{ri}) となる円弧の交点を求める。

交点 (x_{ri}, y_{ri}) は連立方程式

$$\left. \begin{aligned} (x_{ri} - x_{c1})^2 + (y_{ri} - y_{c1})^2 &= (r_{s1} + r_{1i})^2 \\ (x_{ri} - x_{c2})^2 + (y_{ri} - y_{c2})^2 &= (r_{s2} + r_{2i})^2 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

の解になる。

式 (3) の形から x_{ri} の解の x と y の交換だけで y_{ri} の解になることが分かる。ただし、 x_{c1} , y_{c1} の符号によって必要な解の土の組合せが変わるので注意が必要である。

ここで座標データと推定点との差は図 2 に示す残差ベクトルとなり、

$$\left. \begin{aligned} \text{res}_{xi} &= x_i - x_{ri} \\ \text{res}_{yi} &= y_i - y_{ri} \\ \text{res}_i &= \sqrt{\text{res}_{xi}^2 + \text{res}_{yi}^2} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

その二乗和

$$S_e = \sum \text{res}_i^2 = \sum \{(x_i - x_{ri})^2 + (y_i - y_{ri})^2\} \quad (5)$$

を最小にする未知数 x_{c1} , y_{c1} , r_{s1} , および x_{c2} , y_{c2} , r_{s2} を最小二乗法で求める。

2.3 最小二乗法の問題点と対策

計算としては式が決まれば非線形の最小二乗法で解ける。コンピュータで行う計算に最も近い形で示すと近似値 x_{c10} , y_{c10} , r_{s10} , x_{c20} , y_{c20} , r_{s20} を使った円弧の交点

の座標 x_{r10} , y_{r10} を求め、各データの交点からの残差 res_{0i} を求める。

近似値 x_{c10} に計算で求める変量 Δx_{c1} を加え、他の近似値はそのままとして近似値を $x_{c10} \rightarrow x_{c10} + \Delta x_{c1}$ としたときの残差 $\text{res}(\Delta x_{c1})_i$ を求める。ここで

$$r_{xc1i} = \text{res}(\Delta x_{c1})_i - \text{res}_{0i} \quad (6)$$

とすると $a_{xc1} \Delta x_{c1}$ がよほど大きくない限り、

$$\text{res}(a_{xc1} \Delta x_{c1})_i = \text{res}_{0i} + a_{xc1} r_{xc1i} \quad (7)$$

の近似式が成立する。また r_{ycli} , r_{rs1i} , r_{xc2i} , r_{yc2i} , r_{rs2i} を同じ手順で求めると式 (4) の近似値は

$$\begin{aligned} \text{res}_i &= \text{res}_{0i} + a_{xc1} r_{xc1i} + a_{ycl1} r_{ycli} + \cdots \\ &\quad \cdots + a_{rs2} r_{rs2i} \end{aligned} \quad (8)$$

となる。ここで残差に含まれる未知数は $a_{xc1} \cdots a_{rs2}$ の 6 個になり、線形結合となっている。この近似式を使って式 (4) の最小二乗法を解き、 $a_{xc1} \cdots a_{rs2}$ を得る。そこで $x_{c1} = x_{c10} + a_{xc1} \Delta x_{c1}$ 以下同様に r_{s2} までのすべての未知数の解を得る。この解を新しい近似値として計算を繰り返し、近似誤差を順次小さくする。

理論的には上記の解法で結果が得られるが、収束条件あるいは式の安定度が問題になる。最小二乗法の場合収束条件を左右するのは独立変数（未知数）間の相関である。

相関は実験条件で決まり、円弧の場合独立変数である中心座標と半径の相関は、データの分布する範囲（角度）で決まる。全周にわたってデータがあれば、相関はほとんど無くなる。しかし、この実験では約 40° で相関は大きくなる。円弧の交点ではこの傾向がいっそう強くなる。このため高精度で連立方程式あるいはそれに変わる式を解きにくい状態になっている。

2.4 実際に使った計算法

このような一般的な解法（近似式を使った探索法）のほかに直接探索法がある。未知数に適当な値を代入して残差二乗和の傾向を見ながら、最小値に近づく直接探索法がある。ステーションごとの最小二乗法で得た結果はかなり精度の高い近似解と考えられるので直接探索法は有力な解法であると考えられる。

直接探索法を使うとしてもやみくもに 6 個ある未知数を変化させても能率が悪いので、最小二乗の解として得られる結果の条件を用いる。

ここで両基準点間の距離 r_{s0} , 基準距離 r_{s1} , r_{s2} を決めれば中心 S_1 の半径 $r_{1i} + r_{s1}$, 中心 S_2 の半径 $r_{2i} + r_{s2}$ の円弧の交点は一義的に決まる。具体的には S_1 を $(0, 0)$ に、 S_2 を $(0, r_{s0})$ に置いた別の座標系を想定し、円弧の交点で与えられるターゲットの推定位置 (x_{pi}, y_{pi}) を求める。次にこの座標系を座標データ (x_i, y_i) に移動・回転を未知数とした最小二乗法で重ねる⁵⁾。

Fig. 3 Working area of the CMM and 2 laser tracking stations

3変数 r_{s0} , r_{s1} , r_{s2} のうち2変数を固定して, 1変数のみ変化させて距離データから (X_i, Y_i) を決めて上記の最小二乗法で残差二乗和を計算し, 残差二乗和が最小になる値で固定する. 別の変数で同様の作業を行い, 次に第3の変数を変化させる. また, 最初の変数に戻って残差が収束するまでこのローテーションを繰り返す. 最初の近似精度が高ければ, 少ないローテーションで必要精度が得られる.

3. 実際の測定と評価

3.1 実験の概要

トラッキングレーザ2台を使って座標測定機の誤差評価の実験を行った. 使用した三次元測定機はジョイスティックでプローブのブロックを移動する測定範囲が $800 \times 600 \times 400$ mm の市販品である. 測定ベッドと測定範囲, トラッキングステーションの設定位置, ワーキングエリア等の概要を図3に示す.

この測定ベッド上の図3の●で示す位置2か所にトラッキングステーションを設置し, プローブの替わりにターゲットとなる2連の直角3面鏡を装着した. トラッキングレーザを使用できる範囲は直角3面鏡の作動角度で決まり, それぞれのステーションでは図3の直線で示す範囲内となる. 実際に座標の推定できる範囲は2台のステーションの共通のワーキングエリアとなる. さらに三次元測定機のワーキングエリアの重なった部分が, 座標誤差の評価の可能な範囲で図3では影をつけて示す.

三次元測定機に付属しているコンピュータは使用せず, インタフェースとしているGP-IBをパーソナルコンピュータに接続し, 座標を計測するカウンタ等の制御及びデータの読取りを行った. 干渉計のカウンタは1カウント約160 nm (1/4波長) で1ステーション当たり19ビットのバイナリーデータを平行で読み, 不足ビットはソフトで対処した.

プローブの替わりにリトロリフレクタを先端に装着したz軸を測定平面上で, トラッキングレーザで追尾しながら移動して, 2台の干渉計と座標データを収集する. データ収集の手順は座標測定機のインタフェースにGP-IBを通じて測定(バッファへのストレージ)命令を出し, 次のステップで2台のトラッキングステーションのカウンタにバッファストレージ信号を出し, すべてのバッファを停止させてから順次バッファの内容をコンピュータに読み込んだ.

2台のステーションのワーキングエリアを外れないようにジョイスティックを操作して, 測定すべき場所(適当)にターゲットを移動して, ターゲットが停止した後データを取る. 取り込んだデータはx座標, y座標, ステーション1, ステーション2の順序に即座にディスクへ記録し, 同時にモニタとしてディスプレイに表示する.

3.2 ベクトルでの最小二乗法の結果

収集した一連のデータを2.4節の最小二乗法(直接探索法)で処理して未知数であるステーションの位置 $(x_{c1}, y_{c1}, x_{c2}, y_{c2})$ とステーション・ターゲット間の距離のバイアス (r_{s1}, r_{s2}) を求める. これらの結果及び距離データを式(4)に代入し, 解である両ステーションを中心とした円弧の交点の座標を求め, 座標データとの差である残差ベクトルを得る.

測定範囲約 300×300 mm を測定した結果から求めた残差ベクトルの概略を図4に示す. x軸を横にy軸を縦に取って, 太い線分と細い線分2本が集中する点が測定点(座標測定機の読み)を示し, 太い線分のその反対端がターゲットの推定位置を示す.

測定点から出ている細い線分は同じデータをステーション別に1台を使った評価の手法で処理した見かけの残差ベクトルを示す. したがって細い線分は測定点とステーションの位置を結んだ直線上にある.

測定位置のスケールとして下方に300 mmに相当する長さを図示する. 残差ベクトルの5 μ mに相当する長さを図中に示す. ステーションは図4の一番下の左端の測定点を $(0, 0)$ として s_1 が $(-555, -283)$ (mm), s_2 が $(-695, 805)$ の位置にあり, 3次元測定機の測定ベッド上ではあるがワーキングエリアの外に

Fig. 4 Estimated coordinates error vectors of the CMM with virtual error vectors of each tracking station

置かれている。

なお、上記実験ではまず y 軸を固定し、 x 軸に沿ってスキャンするように図 4 の最上列の右側から順次左端まで測定し、第 2 列目の y の位置に移動し左から右へ、第 3 列は右から左へと測定した。

ここに示した例はジョイスティックでターゲットを注意して移動し、完全停止後測定したので、所要時間は約 90 分で、計算は 16 ビットのパソコンで数分であった。

この結果は実験はあくまでモデル実験で誤差ベクトルの表示で終わりとした。実際の誤差評価では残差二乗和から求める誤差分散 (S_e/ϕ , $\phi=2n-6$, n : 測定点数) から求める標準偏差、ベクトルの最大値等が使われるであろう。なお、誤差分散 σ_e^2 は x あるいは y のデータ 1 個に対しての値であり、誤差ベクトルの絶対値の二乗平均に相当する分散は $2\sigma_e^2$ になる。

4. お わ り に

三次元測定機の限られたエリア内ではあるが xy 平面上での座標ひずみとしてとらえることができた。原理的にはハード的な基準点を設け、座標ひずみを補正して使うことも可能である。

しかし、そのためには誤差ベクトルに含まれる座標ひずみ以外の要因である測定機の安定性 (単純な再現性, z 軸移動の方向, 停止前の速度の影響) を除く必要がある。これらの要因を評価することは測定機自身のことであり実験に含めなかったが、この手法の応用による解析が有力な手段となる。

ここで行った実験では平面で、しかもトラッキングレーザのワーキングエリアのために、測定機のワーキングエリアの一部しか評価できなかった。範囲の拡大にはステーションを遠くに置か、広角に使えるリトロリフレクタを使うこと

で対処できる。

次のステップとして 2 軸で 3 次元の位置を計測できるシステムの開発を試みているが、ここでは干渉計も改良して、リトロリフレクタも広角のキャッツアイを使うことにしている。これを使えば測定定盤上にセットしたステーションで全測定エリアをカバーできる予定である。

参 考 文 献

- 1) J. B. Bryan: A Simple Method for Testing Measuring Machines and Machine Tools (Part 1 Principles and Applications), *Prec. Eng.*, 4, 2, (1982) 61.
- 2) K. Lau et al.: Automatic Laser Tracking Interferometer System for Metrology, *Prec. Eng.*, 8, (1986) 3.
- 3) 中村・収ほか: 追尾式レーザ干渉計による座標計測システム, *精密工学会誌*, 57, 5 (1991) 831.
- 4) 垣野義昭ほか: 誤差ベクトルによる 3 次元測定機の補正と DBB の検査法の評価, *精密機械*, 51, 6 (1985) 1244.
- 5) 後藤充夫ほか: 測定顕微鏡の座標誤差の推定, *精密機械*, 44, 12 (1978) 1520.