円環・液体系による角運動センサ*

— 解 析 —

西 原 主 計**

Angular Motion Sensor by a Torus Tube-Liquid System — Analysis —

Kazue NISHIHARA

In order to understand the engineering mechanism of a semicircular canal of the living organisms and to set up the similar angular motion sensor, this paper deals with the dynamical analysis concerning a torus tube-liquid model which has a valve in the flow line, combining the theories of momentum of fluid flow, distortion or dislocation of the value, and spatial link motion of a dynamic sensing system. The sensing mechanism of the system is possible to express as a differential equation of the linear vibration type which senses angular acceleration under a large radius of the tube and a large spring coefficient of the valve. The leakage of fluid around the valve increases apparently both the spring coefficient of the valve and fluid friction.

Key words: angular motion sensor, angular acceleration, torus tube, flow in a torus tube, momentum of relative flow

1. ま え が き

脊椎動物に見られる半規管は、円環状の細管の内部にリンパ液が充満し、管路の一部の膨大した稜にゼラチンに包まれた感覚毛群が突出し、それが弁とセンサの役割をしている。半規管の回転に応じてリンパ液が流動するとき、弁が変位し感覚有毛細胞が角運動を感知する¹⁾。ここでは角速度、角加速度運動を合わせて角運動と呼ぶ²⁾。半規管は、ヒトのもので管半径が約0.3 mmと小さいため管摩擦が大きいので、角速度検出型となっている³⁾。

本報告では、半規管の働きを工学的に理解することと、角運動センサを構成することを目的として、円環容器・液体流動系のモデルを用い、その空間運動における大まかな動作メカニズムを解析した。空間リンク系の運動、円環内の液体流動、弁の変形等の方程式を結合して振動型の方程式を導き、角加速度又は角速度検出のための円環管径と弁のばね力の関係、弁の構造、弁回りのものとの影響等を調べた。

2. 空間リンク系の運動

ニュートン・オイラー法²⁾⁴⁾を用いて流体粒子の運動を記述する。計測部・円環系の座標系は図1に示すように、静止系を K_0 系、原点 O_i をもつ動座標系を K_i 系とする。センサ部の座標系は、便宜上計測点の座標 K_n 系から数えて1, 2, ...と取る。ベクトルの相対関係として、 K_j 系から見た K_i 系のベクトルは左肩に j を付け、特に、一つの基準動座標 K_m 系から見たとき

Fig. 1 Coordinate systems of spatial links and a torus tube

* 原稿受付 平成2年6月26日。1990年度精密工学会春季大会学術講演会(平成2年3月30日)にて発表

** 正会員 製品科学研究所(つくば市東1-1-4)

Table 1 Components of relative vectors

${}^i l_i$	0	1	2	3
Components	l_{01}	0	b	0
	l_{02}	0	0	0
	l_{03}	0	0	r
${}^i \theta_i$	0	1	2	3
Components	θ_{01}	θ_{11}	0	0
	θ_{02}	θ_{12}	0	ϕ
	θ_{03}	θ_{13}	θ	0

は、その添字を省略するものとする。運動体 K_n 系上の計測部位を原点 O_n とし、それは ${}^0 r_n$ の位置で角速度 ${}^0 \omega_n$ で回転しているものとする。その先、円環座標系まで $O_{i-1} \sim O_i$ 間の相対距離を ${}^{i-1} l_{i-1}$ 、 K_i 系の姿勢変化量を ${}^{i-1} \theta_i$ とする。

K_{i-1} 系から K_i 系への変換行列 ${}^{i-1} A_i$ は

$${}^{i-1} A_i = \begin{pmatrix} C_2 C_3 & -C_2 C_3 & S_2 \\ C_1 S_3 + S_1 S_2 C_3 & C_1 C_3 - S_1 S_2 S_3 & -S_1 C_2 \\ S_1 S_3 - C_1 S_2 C_3 & S_1 C_3 + C_1 S_2 S_3 & C_1 C_2 \end{pmatrix} \quad (1)$$

である。ここに、 S_j, C_j は表 1 の成分 θ_{ij} の正弦、余弦関数である。一般ベクトル ${}^i q_i$ に関し変換則は

$${}^k q_i = {}^k A_i {}^i q_i \quad (2)$$

である*。

図 1 において、基準動座標を K_3 系とし、円環内の注目する流体粒子の座標を K_4 系とすると、粒子は r_4 の位置で速度 v_4 、回転角速度 ω_4 で運動している。ここで、次章の流体運動につなげるため、 r_4 を基準動座標原点の位置 r_w と粒子の相対位置 r_r との和で表し、また、絶対速度 $\dot{r}_4$ を基準動座標原点の速度 w と、粒子の相対速度 v_r との和で表し、

$$r_4 = \underbrace{r_n + \sum_{i=0}^2 l_i}_{r_w} + \left\{ \begin{pmatrix} (b+r \sin \phi) \cos \theta \\ (b+r \sin \phi) \sin \theta \\ r \cos \phi \end{pmatrix} - l_2 \right\} \underbrace{\quad}_{r_r} \quad (3)$$

$$v \triangleq \dot{r}_4 = \underbrace{\dot{r}_n + \omega_n \times l_0 + \sum_{i=1}^2 \omega_i \times l_i}_{w} + \underbrace{(\dot{l}_3)}_{v_r} \quad (4)$$

$$\omega_4 = \omega_n + \omega_\phi \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \dot{w} &= \dot{r}_n + \omega_n \times l_0 + \sum_{i=1}^2 \dot{\omega}_i \times l_i + \omega_n \times (\omega_n \times l_0) \\ &+ \sum_{i=1}^2 \omega_i \times (\omega_i \times l_i) \end{aligned} \quad (6)$$

となる。ここに、スカラー r, θ, ϕ, b は表 1 のもの、 ω_ϕ は K_n 系以降の相対角速度である。また、 $(\cdot)$ は相対

量を微分した後、 K_m 系から見た量に変換するオペレータである。 K_3 系の単位ベクトルをそれぞれ e_θ, e_ϕ, e_r とする。

3. 流体運動方程式

動座標系で流体運動を取り扱う。相対系の連続方程式は積分形式で⁵⁾

$$\frac{d}{dt} \int_{V_a} \rho dV + \int_{S_a} \rho v_r \cdot n dS = 0 \quad (7)$$

また、運動量方程式は付録の 1. から、

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} \int_{V_a} \rho v_r dV + \int_{V_a} \frac{\partial}{\partial t} (\rho w) dV \\ & + \int_{S_a} \rho \{ v_r (v_r \cdot n) + w (v_r \cdot n) + w (w \cdot n) \} dS \\ & = F_n + F_t + F_f + \int_{V_a} \rho B dV \end{aligned} \quad (8)$$

である。ここに、 B は体積力、 S_a は任意に動く閉じた検査面、 V_a はそれに囲まれた体積であり、 S_a は動かない固定壁 S_0 、検査面内への流体の出入口 S_2 などから成っている。 F_n は検査面の出入り口の圧力差による力、 F_t は検査面に沿って働く力であり、それらの y_3 方向成分は

$$\left. \begin{aligned} F_n \cdot e_\theta &= \int_{S_a} (-pn) dS = -\Delta p S_2 \\ F_t \cdot e_\theta &= \int_{S_a} \tau_\theta dS \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

ここに、 p は圧力、 τ_θ は壁面せん断応力である。 F_t はその他の外力、例えば膜変位をとらえる電極用リード線のばね力などである。 ρ を流体の密度、 μ を流体の粘性係数、 ν を動粘性係数 (μ/ρ) とする。

流体運動に関し以下の仮定を設ける。

- 1) 流体は非圧縮性、すべりなし、粘性層流とする。
- 2) 速度の二乗オーダーが省略できる程度の遅い流れとする。
- 3) 表面力、体積力 B は考えない。
- 4) 弁近傍を除き y_3 方向の圧力勾配 $\partial p / \partial \theta$ は一定、速度勾配は $\partial v_\theta / \partial \theta = 0$ 。
- 5) 管断面内の径方向流動、回転流動は考えない、 $v_r = 0, v_\phi = 0$ 。
- 6) $b \gg a, \partial v_\theta / \partial \phi = 0$ 、および v_θ は小さく、直管近似が成り立つ。

本報の主題は回転運動であるから、付録式 (A 3) の角運動量方程式を用いるべきであるが、円環系流れのマクロなメカニズムを把握するため煩雑さを避け、仮定 6) により管曲がりの影響が無視できるものとし

* 文献 2) の l_i の番号 i を一つ繰り下げ、変換則を簡単化した。

Fig. 2 Membrane valve in a torus tube. Control surface $S_a(t) = S_0 + S_1 + S_2$. $w = 0$ at S_0 , membrane deflection velocity v_r at S_2

て、式 (8) を用いる。

連続の式 (7) は具体的に付録式 (A 4) で与えられ、 $v_\varphi = 0$ の場合が存在するので、簡単のためこのような管断面に関する一様な流れを扱う。 y_3 方向に関する Navier-Stokes の式は付録式 (A 5) で与えられるが、上記の仮定に基づく定常流れの流速と平均流速（以降、平均値には $\bar{\cdot}$ を付ける）は

$$v_\theta = \frac{a^2 - r^2}{4\mu b} \frac{\partial p}{\partial \theta}, \quad \bar{v}_\theta = \frac{a^2}{8\mu b} \frac{\partial p}{\partial \theta} \quad (10)$$

で表される。管内の動的流れに対する管摩擦は、等価粘性抵抗表示式⁶⁾などで表されるが、ここでは擬定常表示式が適用できる範囲の変動（角振動数）、すなわち、 v_θ と Δp の関係が式 (10) で近似できるものとする。

4. 角運動センサの構成

4.1 流れの中の弾性膜

環状容器内に置かれた弁にもれがない場合として、図 2 のような円環状容器と閉じた円形膜弁を考える。原点 O_1 から見て管中心線の管長がそれぞれ L_1, L_2 、管断面半径がそれぞれ a_1, a_2 であり、また断面積、体積、流量、圧力、流速はそれぞれ S_i, V_i, Q_i, p_i, v_i ($i = 1, 2, \dots$) である。弁膜には一様に差圧 Δp がかかるものとする。膜の面密度を σ 、単位長さ当たりの張力を T 、変位を ξ として、膜の変形方程式

$$T \nabla^2 \xi - \sigma \dot{\xi} = -\Delta p \quad (11)$$

において、 $\dot{\xi} = 0$ なるゆっくりとした滑らかな変形、又は $\sigma = 0$ なる質量のない膜を考える。この解から平均変位 $\bar{\xi}$ を算出し、それを用い

$$\Delta p = 8 T \bar{\xi} / a_2^2 \quad (12)$$

を得る。膜の変形による平均流量 Q_2 と連続の式から $\bar{v}_2 = \dot{\xi}$ となる。なお、弁膜に作用する y_3 方向の外力は Δp 以外に考えないものとする。

図 2 の点線で囲った検査面に対し、環状方向に運動量の定理を適用する⁷⁾。式 (8) の左辺から順に、第 1

Fig. 3 Hinge valve with leakage flow. v_4 is leakage velocity

項は $\rho \dot{\xi} S_2 \cdot 2\pi b$ 、第 2 項は $\rho \dot{w} \cdot e_\theta (S_1 L_1 + S_2 L_2)$ 、第 3 項は 0、第 4 項は $-\Delta p S_2$ 、第 5 項は $(-8\mu \dot{\xi} / a_1^2) \cdot S_2 L_1$ 、 F_r と B は 0 であるから、次の近似方程式を得る。

$$\dot{\xi} + \frac{8\mu}{a_1^2} \frac{L_1}{2\pi b} \dot{\xi} + \frac{4T}{\rho b S_2} \dot{\xi} = -\frac{S_1 L_1 + S_2 L_2}{2\pi b S_2} \dot{w} \cdot e_\theta \quad (13)$$

一様な管径をもつ円環容器は一つの構成形態である。そのとき、式 (13) は

$$\dot{\xi} + 2\zeta \omega_0 \dot{\xi} + \omega_0^2 \xi = -u_0 \dot{w} \cdot e_\theta \quad (14)$$

の振動方程式となる。ただし、

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{4T}{\rho b S_2}}, \quad \zeta = \frac{2\mu}{a_2} \sqrt{\frac{\pi b}{\rho T}}, \quad u_0 = 1$$

よって、もれのない膜の弁では、 $\bar{\xi}$ は管径 a_2 が大、張力 T が大 ($\zeta < 1$) になるとき角加速度を、逆に a_2 、 T が小 ($\zeta \gg 1$) になるとき角速度をとらえることができる。

4.2 漏れのあるヒンジ弁

管内の流れは圧力と粘性力が支配的な低レイノルズ数流れとし、弁回りでストークス近似が成り立つものとする⁸⁾。図 3 において、容器内壁・弁間のすきま面積は一般に $S_4 = (S_2 - S_3) \ll S_3$ であるから、弁前後で流れはよどんでおり、それらのよどみ点の圧力を p_2, p_3 とする。なお、低レイノルズ数、ストークス流れからそれぞれ p_3 と p_4 は等しく、層流で流線模様は前後対称と仮定できる。弁近傍の定常流れの方程式

$$\frac{\partial p}{b \partial \theta} = \mu \nabla^2 v_4 \quad (15)$$

において、前節と同様に直門管近似とすれば、もれの平均流速は

$$\begin{aligned} \bar{v}_4 &= \int_{a_3}^{a_2} \frac{2\pi r r_4 dr}{\pi (a_2^2 - a_3^2)} \\ &= -\frac{1}{8\mu b} \frac{\partial p}{\partial \theta} (a_2 - a_3)^2 \end{aligned} \quad (16)$$

のオーダとなる。ここで、圧力変化が $b \partial \theta$ に関し $O(a_2 - a_3)$ の範囲にあると仮定⁸⁾ し、弁に及ぼす抗力

Fig. 4 Angular motion sensor system

を線形化すると,

$$\Delta p = -8\mu K \frac{\bar{v}_4}{a_2 - a_3} \quad (17)$$

となる. よって, 式(16)のもれ平均流速は次のように書き換えられる.

$$\bar{v}_4 = \frac{1}{D} (k\hat{\xi} + c\dot{\hat{\xi}}) \quad (18)$$

ただし, $\hat{\xi} = a_3\beta$, β は弁のたおれ角, K は $O(1)$ の定数, $1/D$ は定数 $(a_2 - a_3)/8\mu KS_3$, k, c はそれぞれ弁ヒンジ部の回転ばね定数, 回転減衰係数に対応したばね定数, 減衰係数である. 更に弁ヒンジ部の減衰力は, 流体摩擦に比べ無視できるとして省略し, 連続の方程式(7), 運動量方程式(8)から式(14)型の方程式

$$\begin{aligned} & \ddot{\hat{\xi}} + \left(\frac{8\nu}{a_1^2} \cdot \frac{L_1}{2\pi b} + \frac{S_4}{S_3 D} k \right) \dot{\hat{\xi}} \\ & + k \left(\frac{1}{2\pi \rho b S_3} + \frac{8\nu}{a_1^2} \cdot \frac{L_1}{2\pi b} \cdot \frac{S_4}{S_3 D} \right) \hat{\xi} \\ & = - \frac{S_1 L_1 + S_2 L_2}{2\pi b S_3} \cdot \dot{\mathbf{w}} \cdot \mathbf{e}_\theta \end{aligned} \quad (19)$$

を得る. もれ流動は見かけ上ばね力と粘性力を増加させている. もれを考えなければ上式は式(13)に一致する.

4.3 空間構成

相等しい二つの円環系を同一方向に配置することにより, 式(6)の $\dot{\mathbf{w}}$ 中の成分 $\dot{\mathbf{r}}_n$ を除去することができる²⁾. 図4の二つの環状体 $K_1^{(1)}, K_1^{(2)}$ 系について, 計測点 O_n からセンサ原点 O_1 までの距離をそれぞれ $l_0^{(1)}, l_0^{(2)}$, 弁の変位をそれぞれ $\xi^{(1)}, \xi^{(2)}$ とする. 環状体の周方向の単位ベクトルを双方とも $\mathbf{e}_\theta$ とする. $K_1^{(2)}$ から $K_1^{(1)}$ への変換は, 式(2)を使用する. なお, 図中のベクトル左上肩の添字は分かりやすくするため付けてある. 角速度の二乗項が省略できるとき,

この二つの系で式(14)の差を取ることで, 右辺の励振角加速度 $\dot{\Omega}(t)$ は

$$\dot{\Omega}(t) \triangleq u_0 \left\{ \dot{\mathbf{w}}_n \times (\mathbf{l}_0^{(2)} - \mathbf{l}_0^{(1)}) + \sum_{i=1}^2 \dot{\mathbf{w}}_i \times (\mathbf{l}_i^{(2)} - \mathbf{l}_i^{(1)}) \right\} \cdot \mathbf{e}_\theta \quad (20)$$

となる. したがって, 計測値 $(\xi^{(1)} - \xi^{(2)})$ から, K_n 系の角加速度あるいは角速度が容易に計算される.

4.4 設計例

角速度がゆっくりと正弦的に変動する回転台の角速度を計測するものとする. 回転軸に円環・液体系センサの座標 K_1 系を合わせるとき, 式(6)において, $\dot{\mathbf{r}}_n = 0$, $\mathbf{l}_0 = \mathbf{l}_1 = 0$, $\mathbf{l}_2 = (b \ 0 \ 0)^T$, $\boldsymbol{\omega}_n = (0 \ 0 \ \omega_n)^T$, $\boldsymbol{\omega}_1 = \boldsymbol{\omega}_2 = \boldsymbol{\omega}_n$ である. 添字 T は転置行列を示す. 角振動数 λ を用い, $\omega_n = u_1 \lambda \sin \lambda t$ なる角速度入力を考える. t が $0 \sim \pi/\lambda$ s 間に台が 1 回転するものとする. $u_1 = \pi$, $\dot{\mathbf{w}} \cdot \mathbf{e}_\theta = bu_1 \lambda^2 \cos \lambda t$ である.

式(19), (14)を基に極めて柔らかい弁を作成することとする. 円環部のサイズは $b=1$, $a_1=0.06$, $a_2=0.3$, $a_3=0.28$, $L_1=4.71$, $L_2=1.57$, 単位は $\times 10^{-2}$ m である. ρ, μ, ν は 20°C の水のものとする. $\omega_0=1$ とするとき, $k=0.312 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{s}^{-2}$, $\zeta=8.35$ となる.

式(14)の解及び式(18), (7)から

$$\bar{v}_2 = \frac{1}{S_2} \left(S_3 \dot{\hat{\xi}} + \frac{S_4}{D} k \hat{\xi} \right) \leq \frac{S_3}{S_2} \frac{u_0 u_1 b p^2 \lambda}{\sqrt{(1-p^2)^2 + (2\zeta p)^2}} \quad (p = \lambda/\omega_0) \quad (21)$$

が求まり, $p=0.8$ のとき, $\bar{v}_2 = 0.335 \times 10^{-3} \text{ ms}^{-1}$ となる. ただし, 弁の減衰係数 c を省略した. これらから, レイノルズ数 $\text{Re} = 2a_2 \bar{v}_2 / \nu = 2$ となり, 十分遅い流れとなっている.

5. 考 察

ここで取り扱った理論は, 直円管内流動を基にして円環管内流動を近似した. これは, 式(A3)において $\mathbf{v}_r$ を平均流速, $\mathbf{r}_r$ を平均距離と解釈したことによる. 円環体の半径がその管半径に比べ十分大きいときには, 曲がり流れの影響が小さく, この近似が成立すると思われる. また, 管摩擦をいかに見積るかは難しいところであるが, 静止状態から急に流れ出すトランジェント流⁹⁾において, 始めの 1 サイクルは非定常管摩擦が定常管摩擦とほぼ等しいことから, 擬定常表示式⁶⁾を採用した. したがって, 断続的な生体運動の計測などに対する計測センサの設計に当たっては, ほぼ妥当な見積りであると考えられる.

左右二つの三半規管が 3 軸とも 4.3 節のように $\mathbf{e}_\theta$ がそろっているとは言い難い. しかし, 工学的には式

(20) の構成が最も簡便である。弁の変位 ξ をとらえる一つの方法は、流体を電解質溶液とし¹⁰⁾、弁を挟む一対の固定電極と弁に付加した可動電極によりブリッジを構成して測定する。設計例の場合は、 $\xi \leq 0.48 \times 10^{-3} \text{ m}$ と小さいが測定可能である¹¹⁾。

遅い粘性流体中で球が受ける抗力は、流れの慣性項を無視したストークスの近似式で表されるが、 $Re \sim 0.7$ で実験と合わなくなり、一般に $Re \leq 1$ の範囲で利用されている。流れに直交する円板、円柱も同様である。それらに比べ、設計例では $Re \sim 2$ と大きい。しかし、本報の理論自体が粗い近似から成っているため、弁回りの遅い流れに適用したストークス近似は、全体の誤差範囲にあると思われる。

6. ま と め

半規管に類似した円環・液体系の空間運動について、2種類の弁構造に対する振動型の近似方程式を導き、弁の変位を計測することにより、角運動の検出が可能であることを記述し、以下のことが分かった。

- (1) もれのない膜型の弁では、膜変位は管径が大、膜張力が大なとき角加速度を、逆に管径が小、膜張力が小なとき減衰係数が大となり角速度成分をとらえる構成となる。
- (2) もれのあるヒンジ弁では、弁が直管内で抗力を受け傾くが、弁回りのもれ流れを面積流量計のテーバ管内フロートの移動に近似させてその抗力を線形化することができる。その結果、もれ流動は見かけ上昇のばね力と粘性抵抗抗力に影響を与える。
- (3) 相等しい二つの円環系を同一方向に配置することにより、計測部位に至るまでの中間リンク系の加速度成分を除去することができる。角速度の二乗項が省略できる場合には、この2系の弁変位の計測値の差から、計測点の角速度あるいは角速度を容易に算出することができる。

[付 録]

1. 動座標系から見た流体の相対運動量方程式

速度 $\mathbf{w}$ で動く座標系 K_m 系から見て (ベクトルの左肩添字の m を省略する)、静止系に対する速度 $\mathbf{v}$ による運動量方程式、例えば文献⁵⁾ p.212 に、 $\mathbf{v} = \mathbf{w} + \mathbf{v}_r$ を代入し、一般化 Reynolds の輸送定理

$$\frac{d}{dt} \int_{V_a} \psi dV = \int_{V_a} \frac{\partial \psi}{\partial t} dV + \int_{S_a} \psi (\mathbf{w} \cdot \mathbf{n}) dS \quad (\text{A } 1)$$

を用いて導く。また、それは Cauchy の運動方程式からも導くことができる。

Fig. A1

2. 動座標系から見た流体の相対角運動量方程式
一般に見当たらないので、ここに導出しておく。Cauchy の運動方程式を変形した積分表示式

$$\begin{aligned} \int_{V_a} \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{r} \times \rho \mathbf{v}) dV + \int_{S_a} (\mathbf{r} \times \rho \mathbf{v} \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dS \\ = \int_{S_a} (\mathbf{r} \times \mathbf{t}^{(n)}) dS + \int_{V_a} (\mathbf{r} \times \rho \mathbf{B}) dV \end{aligned} \quad (\text{A } 2)$$

ただし、 $\mathbf{t}^{(n)}$ は面に働く力、 $\mathbf{B}$ は外力、 $\mathbf{r}$ は本文式 (3) の $\mathbf{r}_i$ に当たる。これに式 (A 1) を代入し

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_{V_a} (\mathbf{r} \times \rho \mathbf{v}) dV + \int_{S_a} (\mathbf{r} \times \rho \mathbf{v} \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dS \\ = (\text{A } 2) \text{ の右辺} \end{aligned}$$

この左辺第1項を式 (4) と (A 1) を用いて変形し、更に式 (3) を代入し、運動量方程式に相当する部分を差し引くと次のように得られる。

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_{V_a} (\mathbf{r} \times \rho \mathbf{v}_r) dV + \int_{V_a} \left\{ \mathbf{r}_r \times \frac{\partial}{\partial t} (\rho \mathbf{w}) \right\} dV \\ + \int_{S_a} \left\{ \mathbf{r}_r \times \rho (\mathbf{v}_r \mathbf{v}_r \cdot \mathbf{n} + \mathbf{w} \mathbf{v}_r \cdot \mathbf{n} + \mathbf{w} \mathbf{w} \cdot \mathbf{n}) \right\} dS \\ = \int_{S_a} (\mathbf{r}_r \times \mathbf{t}^{(n)}) dS + \int_{V_a} (\mathbf{r}_r \times \rho \mathbf{B}) dV \end{aligned} \quad (\text{A } 3)$$

さらに、 $\mathbf{t}^{(n)}$ は $\mathbf{F}_n, \mathbf{F}_t$ に分解できる。

3. 円環管内流動方程式

図 A1 において、 $h_1 = r$, $h_2 = b + r \sin \phi$, $h_3 = 1$, 及び流速 $\mathbf{v} = (v_\varphi \ v_\theta \ v_r)^T$ を定義する。

連続の式は

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{1}{h_2} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial v_r}{\partial r} \cos \frac{\varphi}{h_2} v_\varphi \right. \\ \left. + \left(\frac{1}{r} + \frac{\sin \varphi}{h_2} \right) v_r \right\} = 0 \end{aligned} \quad (\text{A } 4)$$

非圧縮性流体に対する Navier-Stokes の方程式の分解表示 ($\mathbf{e}_\theta$ 方向成分) は

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \text{grad } \mathbf{v} \right) \cdot \mathbf{e}_\theta = \frac{\partial v_\theta}{\partial t} + \frac{v_\varphi}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \varphi} + \frac{v_\theta}{h_2} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} \\ + v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{\cos \varphi}{h_2} v_\varphi v_\theta + \frac{\sin \varphi}{h_2} v_\theta v_r \\ \left(-\frac{1}{\rho} \text{grad } p \right) \cdot \mathbf{e}_\theta = -\frac{1}{\rho h_2} \frac{\partial p}{\partial \theta} \\ (\nabla^2 \mathbf{v}) \cdot \mathbf{e}_\theta = \nabla^2 v_\theta + \frac{2 \cos \varphi}{h_2^2} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \theta} + \frac{2 \sin \varphi}{h_2^2} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta}{h_2^2} \end{aligned} \quad (\text{A } 5)$$

ただし、 $\nabla^2 \mathbf{v}$ は $\nabla(\nabla \cdot \mathbf{v}) - \nabla \times (\nabla \times \mathbf{v})$ から計算する。ここに、

$$\nabla^2 = \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{h_2^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial r^2}$$

$$+ \frac{\cos \varphi}{rh_2} \frac{\partial}{\partial \varphi} + \left(\frac{1}{r} + \frac{\sin \varphi}{h_2} \right) \frac{\partial}{\partial r}$$

である。

参 考 文 献

- 1) 西原主計, 和田充雄, 橋本亮一: 動物重心維持機能に関する調査研究, 製品科学研究所報告, 109 (1987) 45.
- 2) 西原主計, 久場康良: 加速度計を用いた角運動センサ, 精密工学会誌, 55, (1989) 139.
- 3) A. A. J. Van Egmond, J. J. Groen and L. B. W. Jongkees: The Mechanics of the Semicircular Canal, J. Physiol., 110, (1949) 1.
- 4) J. Y. S. Luh, M. W. Walker and R. P. C. Paul: On-Line Computational Scheme for Mechanical Manipulators, Trans. ASME, DSC 102, (1980) 69.
- 5) 棚橋隆彦: 基礎流体工学入門, コロナ社, (1976).
- 6) 近江宗一, 井口 学, 碓井建夫: 円管内脈動流れの流動形態と摩擦損失, 日本機械学会論文集, B編, 46, 405 (1980) 846.
- 7) 笠井浩爾: 弾性支持を有するポペット弁の安定性について, 日本機械学会論文集 (第2部), 34, 260 (1968) 655.
- 8) 金住順二: フロート形面積流量計の流量係数に関する考察, 計測自動制御学会論文集, 18, 4 (1982) 390.
- 9) W. Zielke: Frequency-Dependent Friction in Transient Pipe Flow, Trans. ASME, J. Basic Eng., 110, (1968) 109.
- 10) 西原主計, 橋本亮一, 松本璋一: 姿勢センサの開発, 製品科学研究所報告, 113 (1988) 29.
- 11) 西原主計, 橋本亮一, 松本璋一: 電解質溶液を用いた傾き角センサ, 精密工学会誌, 53, 5 (1987) 767.

総合的切削状態認識方法に関する研究

(財)工作機械技術振興財団では, 標記の件について昭和63年7月より東京工業大学伊東誼教授, 新野秀憲助教授にその研究を依頼していたが, このほどその研究成果がまとめられた。

ところで, 近年, FMS (フレキシブル生産システム) に代表される生産の自動化, 無人化が著しく進展していく中で, 切削加工の状態をインプロセスで認識可能なセンシング技術を開発することが, より以上の生産システムの高度化, 知能化を図る上で極めて重要な課題となっている。すなわち, 無人運転下で生産システムを効率的, かつ安全に稼働させるためには, 生産システムを構成する工作機械及び加工システム全体のインプロセス状態認識, 特に加工状態の自動認識をいかに行うかということが重要な問題となってくる。

ところで, 工具, 工作機械, 工作物などから構成される一連のシステムにおいて, 工作物と工具のインタフェースは, 加工空間において形状創成運動を行う上で重要な接点であり, その部分の状態を表す情報を効率的に獲得し, 正確に状態を認識することが必要不可欠である。

具体的なセンシングの対象としては例えば, 以下のようない情報が挙げられる。

- (1) 切削動力, 及びその変動
- (2) 工具材種及び工作物材質
- (3) 切りくず形状

- (4) 切りくず排出状態
- (5) 工具の摩耗
- (6) 工具の損傷
- (7) びびり振動
- (8) 工作物の表面性状
- (9) 工具の熱変形
- (10) 工作物の熱変形
- (11) 工具・工作物・工作機械系の異常, 故障
- (12) 切削条件

上述のような加工環境における状態に関係する数多くの情報をリアルタイムに, かつ効率的に得ることができれば, 生産システムの無人化を実現する上で重要な技術が確立できることになる。

このような切削状態の認識, センシングといった問題に対しては, 従来から切削抵抗や工具摩耗に測定を主な目的とした切削動力計や AE センサなどが開発されてきた。しかし, それらの大部分はセンサからの出力信号をもとに単一の現象を把握しようとしたものであり, ひとつのセンサからの出力信号を最大限に活用して生産システムにおける総合的な切削状態の認識を行おうとする方法についてはほとんど検討されていない。すなわちひとつのセンサから可能な限りの数多くの情報を得ようとする観点からの研究はほとんど検討されていない。

(p. 317 へ続く)