振動法によるコイルばねの温度特性試験*

笠 原 剛** 仙 田 修***

Temperature Test by means of Vibration Method for Coil Springs

Takeshi KASAHARA and Osamu SENDA

The spring constant (regression coefficient of force to length of a coil spring) changes with the environment temperature. In this study, new measurement system for small regression coefficients of temperature, " γ ", to spring constant of materials for scale springs is developed. The new system (S-E system) measures the natural frequency of self-excited vibration of the spring-weight component instead of their elongation. The accuracy of the system is enough to measure the regression coefficient smaller than 0.1% which is the value required for the scale spring. The S-E system also provides a simple measurement procedure compared to the previous forced-vibration (F-V) method.

Key words: spring constant, temperature dependence, self-excited vibration, scale, natural frequency

1. はじめに

分解能が約 1/500 から 1/1 000 までの精密ばねはかりには恒弾性¹⁾等ばね定数(荷重負荷に対するばねの伸び率)の温度係数が小さなコイルばねが広く使用されている。ばね定数の温度係数の試験はばねはかりの温度特性を決定する最も重要な要素として欠かせない項目である。コイルばねのばね定数は一定荷重を負荷した時のばねの伸びを差動トランスで測定し求める。ばね定数の温度係数の測定にもこの方法を採用し、温度を変えて伸びの変化を測定していたのが従来からの試験装置である。しかし、この装置では測定系の温度特性等の系統誤差を排除できなく、作業性にも問題があった²⁾。従来の試験装置より正確で容易な試験装置として、コイルばねの固有振動数と温度との関係から温度係数 γ を求める方法を応用した装置を試作した。

ここに報告する前の装置では、コイルばねに電磁コイルを介して一定の電圧振幅の振動を与え、振動数とばねの振幅(長さ変化)を観測して共振振動数(固有振動数とはほぼ等しい)を求めた(振幅観測方式)。この振幅観測方式で正確さは十分であったが、共振振動数を求める煩雑さなど、作業性に改善すべき点が残った³⁾。

外部で決めた振動数で振動させる代わりに、コイルばねをつり下げた振動系の固有振動数で自励振動⁴⁾させる新しい方式(自励振動方式)で試作した。この自励振動方式では、固有振動数が即座に観測でき、 γ の推定結果には振幅観測方式との相違は認められなかった。ここでは自励振動を用いた新しい試験装置と測定の結果について報告する。

2. 実験方法

2.1 実験の原理

測定装置をブロック化したモデルを図1に示す。ばねの上端を固定し、下端に永久磁石でつくられた質量 m のおもりをつるし、この永久磁石と電磁結合する形で、検出系と駆動系を接続する。検出系の損失は小

Fig. 1 System configuration of self-excited vibration (S-E)

* 原稿受付 平成2年7月11日、昭和63年度精密工学会秋季大会学術講演会(昭和63年10月3日)にて発表

** 正会員 計量研究所(つくば市梅園1-1-4)

*** 正会員 仙田技術事務所(牛久市田宮576-57-102)

Fig. 2 Resonance of vibration by F-V

さく、駆動系は解放されているとすれば、機械工学の基礎の一つであるばねの振動のモデルと合致し、固有振動数は式(1)のようになる。

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (1)$$

f : 固有振動数, k : ばね定数, m : おもりの質量。

ここで基準温度を t_0 , t_0 でのばね定数を k_0 , 固有振動数を f_0 とする。試験温度 $t = t_0 + \Delta t$ では、ばね定数は $k_t = k_0(1 + \gamma \cdot \Delta t)$ になり、 $f_t = f_0 + \Delta f$ が固有振動数になる。

基準温度の時と試験温度での固有振動数及びばね定数を式(1)へ代入し、整理すると

$$\frac{\Delta f}{f_0} = \sqrt{1 + \gamma \cdot \Delta t} - 1 \quad (2)$$

この式からの近似解を求めると γ は

$$\gamma \doteq 2 \frac{\Delta f}{f_0} \cdot \frac{1}{\Delta t} \quad (3)$$

となり、ばね定数の温度係数 γ は固有振動数の温度係数から得られる。自励振動方式における固有振動数は振幅観測法における共振振動数に相当するものとし、自励振動方式の実験では温度 t_0 及び温度 $t_0 + \Delta t$ におけるばねのそれぞれの固有振動数を測定することにより γ を推定した。

2.2 測定装置の構成

振幅観測方式でも、自励振動方式でも磁石とコイルの結合によって生じる起電力から振幅を測定し、同時に振動数を求めた。

振幅観測方式では図1の帰還増幅部分を外部からの一定周期・電圧の振動で賄う。この電圧によって検出コイルに生じる力により振動が生じ、ばねの振動と振動系の減衰とが釣り合った振幅でおもりは上下する。この時のおもりの上下運動を電磁コイルで検出し、振幅と振動数を観測する。一定電圧の駆動のもとで駆動振動数と振幅の関係は図2のように得られ、振幅が最

大になる点が共振振動数となる。

図1はこの報告のテーマである自励振動方式の装置構成を示す。今回の実験装置では駆動・検出部を図1に示すように、駆動及び検出用空心コイルの中心でもり兼用の磁石が振動する構造とした。このような試料支持部にしたため、試料ばね及び磁石間の各連続部分を接着剤で固着することにより、ばね支持部に生ずる回転・ぶれ等の鉛直方向以外の振動を極力防止できた。

自励振動方式の振動系は、磁石・駆動コイルの間に生じた力とコイルばね自体の復元力により振動する系である。

この振動系では、磁石の変位速度を検出コイルで電圧に変換し、振幅と振動数を観測すると共に、増幅して駆動コイルに供給する。振動系が動的に安定になる範囲に振幅を限定し⁵⁾、安定した振動数を固有振動数として、検出コイルに生じた誘導電圧の振動数を測定した。

温度環境の設定には大型の温槽を使用し、試料と支持部を温槽内へ設置して実験した。温槽内空気の温度が設定値に達した後、設定温度で2時間以上経過後に測定した。試料自体の温度は、温度センサと試料の接触により、振動を乱さないように試料近傍の空気中及び支持部表面の温度をサーミスタ温度計で約0.1°Cの精密さで測定した。実験時の試料周辺は約0.5°C以内の温度分布であり、その変動は約0.1°C以内であった。

3. 装置の特性評価

自励振動方式における振動では式(1)に表される要素のみではなく、おもりの速度を電磁的に検出し、観測すると共に駆動力として供給する。このため、これらを含めた振動系全体の固有振動数はばねとおもりのモデルから得られる固有振動数からずれることがある。そこで、実際の振幅(単位: mm)と電磁コイルから得られた電圧の関係、及び振幅と振動数の関係などから、ばねとおもり以外の要素が及ぼす影響の温度特性を検討する。

この振動系の振幅は長さで得られるものであるが、便宜上振動数の測定と同時に検出コイルに誘導される電圧の振幅を測定した。但し、振幅と電圧はカセトメータにより磁石の変位を測定し(最小目盛0.1 mm)、校正した。そこで温度による影響を確認するため実測した振幅と電圧の関係を図3に示す。温度は0°Cから50°Cの範囲で約10°C間隔に設定した。電圧と振幅の関係は図3のように直線で表せ、その関係は

Fig. 3 Temperature dependence of amplitude voltage
(Sample: Elinvar spring)

Fig. 4 Temperature dependence of natural frequency
(Sample: Elinvar spring)

温度によらず一定である。

この装置の帰還増幅系を含めた系全体の振動数とばね・おもりで構成される振動モデルの振動数との関係は観測できなかった。増幅率が0の時に振動モデルの固有振動数と系全体の振動数は一致するであろうとの予測はできる。

温度が振幅と振動数の関係に与える影響を検討するため、振幅と振動数の関係を温度別に図4に示す。振幅が大きくなると振動数は小さくなる傾向（振幅依存性： α ）が得られ、式に示すと

$$f = f_0 + a\alpha \quad (4)$$

a : 振幅 (mm)

Table 1 Specifications of sample springs

Material	High carbon steel	Templess (Elinvar) (Ni-Cr-Ti-Fe)
Coil diameter	13.8 mm	19.1 mm
Coil length	28 ± 3 mm	28 ± 3 mm
Wire diameter	1.8 mm	1.3 mm
Number of roll	10 ± 1	11 ± 1
Spring weight	20 ± 2 g	12 ± 1 g
Adjust weight	10-20 g	10-20 g

となる。観測温度 48°C , 29°C 及び 1°C における α はいずれも $-1.11 \times 10^{-5}/\text{mV}$ であり、 1°C から 48°C までの全体では、 $(-1.11 \pm 0.3) \times 10^{-5}/\text{mV}$ の範囲にある。系全体の固有振動数の絶対値測定が目的であれば図4から振幅0mVの時の振動数を推定するが、今回の実験目的に対しては一定振幅での温度による振動数の変化を観測することで十分である。そのため振幅電圧を一定に調整することで α を除けるものと考えられる。

4. 温度係数の推定結果

実験対象には高炭素鋼ばねとエリンパー系恒弾性ばね各1種類ずつを試料とした。表1にそれらの主要諸元を示す。これらの試料を 0°C から 50°C までの温度範囲で約 10°C 間隔ごとに設定し、振動数と振幅電圧を測定した。振幅電圧の影響は既に述べたとおり、一定にすることで排除できると考えられるが、今回の実験ではこの確認のために振幅電圧をパラメータ（約10mV間隔になるよう増幅器で振幅を調整・設定）としてそれぞれの振動数を測定した。従って、測定値は温度別に得られた振動数と振幅電圧である。温度別に得られた振幅電圧と振動数を最小二乗法により一次式へあてはめ、この一次式で振幅を10mVと20mVとした時の振動数を求めた。振幅10mVと20mVでの固有振動数と温度を回帰分析し、振動数の温度係数を求めた。得られた振動数の温度係数 $\Delta f/f_0$ と温度の関係を図5に示す。○印は振幅10mV、△印は振幅20mVを示す。あわせて、ばね定数の温度係数 γ_{10} (10mV) 及び γ_{20} (20mV) を図中に示した。また、振幅観測方式による結果（●印）も示した。高炭素鋼ばねでは自励振動方式と振幅観測方式とも同一試料を測定した結果である。振幅観測方式における γ は $-29.3 \times 10^{-5}/\text{mV}$ となり、 γ_{10} と γ_{20} の中間になっている。振幅電圧10mVと20mVの差による γ への影響は高炭素鋼ばねで $2 \times 10^{-5}/^\circ\text{C}$ 、エリンパー恒弾性ばねで $1 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$ である。なお、同一条件において振動数を約5から8個ごとにサンプリングして測定し

Fig. 5 Regression coefficient measured by the S-E system

た結果、ばらつきは約 0.5 mHz 以下である。

5. 推定結果の評価

5.1 測定値のばらつきによる影響

γ を推定した後、測定の精密さと γ の推定値の関係について考察した。測定値のばらつきの範囲内に真値が存在すると仮定し、ばらつきの範囲を測定誤差と考えた。この測定誤差により生じる γ の推定値への影響を次のとおり見積もった。

データは $\Delta f/f_0 = Xi$ で暫定的な値とし、最小二乗法で γ を求める。

$$\gamma = \frac{\sum Xi(t_i - \bar{t})}{\sum (t_i - \bar{t})^2} \quad (5)$$

ここで Xi に oe の誤差があると $Xi = Xi + ei$ とし

て

$$\gamma^2 = \frac{\{\sum Xi(t_i - \bar{t})\}^2}{\{\sum (t_i - \bar{t})^2\}^2} = \gamma_0^2 + \frac{oe^2}{\sum (t_i - \bar{t})^2} \quad (6)$$

で γ^2 の誤差分散は $\Delta f/f_0$ の誤差分散の $1/\sum (t_i - \bar{t})^2$ となる。 γ^2 の分散は Xi の分散の $1/\sum (t_i - \bar{t})^2$ になり、観測振動数の誤差分散を σ_r^2 とすると

$$\sigma_r^2 = \frac{\Delta f^2}{f_0^2 \cdot \sum (t_i - \bar{t})^2} \quad (7)$$

となる。 t_i は約 0 から 50°C までの 10°C とびにあり、オーダとして見積もれば $\sum (t_i - \bar{t})^2 \approx 1700$ である。エリンバー恒弾性ばねの場合 f_0 が約 25 Hz、高炭素鋼ばねの場合 f_0 は約 50 Hz である。従って、式 (7) より σ_r は約 $\Delta f \approx 10$ mHz、 $f_0 \approx 25$ Hz の時、 $\sigma_r \approx 1 \times 10^{-5}$ になる。コイルばねをはかりの要素に用いることを想定すると、ばねはかりは約 10^{-3} の分解能であるから、いずれの推定値とも目的を十分に満たしていると考えられる。

5.2 測定の再現性

同じ環境下及び測定手順で、再測定した結果 (▼印) を図 6 に示す。あわせて、再実験により推定された γ を図中に示した。前の測定で用いた試料と支持部からなる振動系を解体した後、再測定にあたりその振動系を再び組み上げた。空心コイルと磁石の接触を防ぎ、安定した振動を得るために、振動系を組立てる際に駆動・検出コイルと磁石の位置関係を調整し、ばねの有効巻数等も変えた。更に試料ばねに接着した磁石を寸法及び質量の異なる磁石に交換した。これらの原因により再測定では、固有振動数が全体的に高くなったが、原理的に γ には影響しないはずである。図 6 には、前の測定結果 (○印及び△印) をあわせて示した。図 5 と図 6 からは再現性の実験で、 γ の推定値間に高炭素鋼ばねで $2.3 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}$ 、エリンバー恒弾性ばねでは $1 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}$ 未満の差が生じたことが分かるが、振幅依存性などを考えると、この試験の精度はこの程度ではないと思われる。

5.3 振幅依存性

自励振動方式の振動数測定値には振幅依存性があった。更に、再現性の実験でも、振幅依存性自身の変化はわずかに生じた。コイルばねの素線のピッチ角度を考慮すると、ひずみが大きくなるにつれてばね定数は大きくなる⁹⁾。言いかえると、振幅が大きくなると振動数が高くなることを意味する。今後本方式を発展、高精度化するためには、振幅依存性の解明と定量的解析及び駆動部を含めた振動系の解析が必要であろう。

5.4 従来の測定結果との比較

今回の実験結果と過去に測定された値を表 2 に示

 $\gamma_r: -28.0 \times 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$

(a) High carbon steel spring

 $\gamma_r: -3.9 \times 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$
(b) γ of elinvar spring obtained

▼: Reconstruction ○: 10 mV △: 20 mV

Fig. 6 Reconstructed regression coefficient by the S-E system

Table 2 Comparison of γ obtained by different methods

γ		Steel spring	Elinvar spring
Data	Sample		
	by S-E	-30.3×10^{-5}	-3.9×10^{-5}
	by F-V	-31.4×10^{-5} -29.3×10^{-5}	-0.6×10^{-5} -1.4×10^{-5}
Reference (Other data)		◎ $(24-28) \times 10^{-5}$	○ -2.7×10^{-5} ○ -0.9×10^{-5} ◎ $(1 \pm 1) \times 10^{-5}$ ◎ $(0 \pm 1) \times 10^{-5}$

○: by Imai group

◎: by Takahashi group

す。過去の参照データの◎印⁷⁾は伸びを直尺と光学てこ又は差動トランスで測定されたものである。同じく○印⁸⁾は伸びをレーザ干渉測定した、いずれも静

的測定の結果である。エリンバー恒弾性ばねは同一材質であるが、異なるロットの試料であるため、若干異なった γ 推定値が得られた。しかし、他の報告⁷⁾⁸⁾にもあるとおり、同一種類でかつ同一ロットでも γ が大きくばらつく例もあり、その範囲内である。

なお、以上のような固有振動数から γ を推定する方式は、試料ばねへの負荷質量を小さくできるため、静的測定よりも、クリープやヒステリシス等が小さく、いくつかの誤差要因が除去されていると考えられる。

6. 結 論

コイルばねのばね定数の温度係数を自動振動方式により測定する装置を製作して実験を行い、従来の結果と比較し、次のような結論を得た。

- (1) 室温付近におけるコイルばねのばね定数の温度係数を約 $2 \times 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$ 以下のばらつきで測定できた。
- (2) 振幅依存性は、温度との相関が無いことを確認した。このため、振幅を一定にすることで、振幅依存性の影響を除去できる。
- (3) 振幅観測方式と比較すると精度は同等で、時間、労力の点で断然有利なことがわかった。

なお本研究で試作した装置は簡易な構成であるが、はかり用ばね程度の精度が要求される温度係数であれば十分な精度で得ることができ、実用的であると言える。

おわりに、本研究の実験にあたりジェコー株式会社から試料が提供されたことを記し、感謝する。また、本研究に対して助言と協力を頂いた関係者の方々に感謝致します。

参 考 文 献

- 1) 例えば、ばね技術研究会編：ばね，丸善，(1970) 71-74.
- 2) 笠原 剛，才野武彦，仙田 修：コイルばねの温度特性試験データの解析，計量研究所報告，35-1 (1986) 64.
- 3) 笠原 剛，仙田 修：コイルばねの共振周波数測定による温度特性試験，計量研究所報告，36-1 (1987) 6.
- 4) 例えば，谷口 修：振動工学，コロナ社，(1980) 119-122.
- 5) 例えば，同上，pp. 123-129.
- 6) 仙田 修，笠原 剛：はかり用ばねの特性試験のための共振周波数の測定，計量研究所報告，35-3 (1986) 16.
- 7) 庄司行義，高橋照二，柴田庄司：ばねはかり用ばねの温度特性について，中央計量検定所報告，8-1 (1959) 42.
- 8) 今井秀孝，飯塚幸三：精密はかり用恒弾性コイルばねの弾性特性，計量研究所報告，33-1 (1984) 1.