研究論文

はかり用の平行ばね機構の変位特性 (第6報)*

——真直板ばねの寸法誤差にもとづく変位誤差比の修正方法——

吉村靖夫** 楠田昌之** 天田勝正*** 赤坂 隆†

Displacement Characteristics of Parallel Spring Movement
for Balance (6th Report)—Correction of the Error Rate of Displacement
due to Dimensional Errors of the Leaf Springs—

Yasuo YOSHIMURA, Masayuki KUSUDA, Katsumasa AMADA and Takashi AKASAKA

In the previous papers, authors have clarified the effects of dimensional errors of the parallel movement for balance on the error rate of displacement. Although the correction of the dimensional errors of the springs in length and thickness is necessary for accurate measurement, it is, however, difficult to eliminate the dimensional errors by machining. The authors propose to put a groove on the springs, which modifies the error rate of displacement without eliminating the dimensional errors. Following is concluded through theoretical, experimental and FEM analyses. (1) The groove at the ends of the spring is most effective for modification, while the one at the center of the spring does not contribute to the modification. (2) The modification effect is in proportion to the width and thickness of the groove. (3) In case of the parallel spring movement with four leaf springs, the reinforcing plate reduces the modification effect due to the groove.

Key words: parallel spring movement, balance, error rate of displacement, modification factor

1. はじめに

筆者らは既報¹⁾で平行ばね機構を構成する板ばね(以下、ばねと呼ぶ)の寸法誤差が変位誤差比に及ぼす影響を報告した。

ばねの加工時の寸法誤差として主に板厚と長さの誤差がある。平行ばね機構をはかりに応用する場合、この寸法誤差が変位誤差比に及ぼす影響を修正し質量測定誤差をあらかじめ少なくしておくことが望ましい。

同じ精密切削加工でも、ばね全体の寸法修正よりも、局所的な切り溝による修正の方が作業として簡単であるばかりでなく微細な調整が可能である。そこで本報では局所的な切り溝による変位誤差比の修正方法

を提唱する。

切り溝自体にも寸法誤差が生ずる。しかし、変位誤差比に及ぼす影響の大きい位置に、まず大まかな切り溝を入れて変位誤差比の粗修正を行い、次に影響の小さい位置に切り溝を少しずつ入れながら微修正を行うことによって、切り溝自体の寸法誤差の影響も抑えることができる。

本報では切り溝の深さ、幅及びその位置が変位誤差比の修正効果に及ぼす影響について報告する。2個及び4個のばねからなる平行ばね機構に関し理論、実験(2個の場合のみ)及びFEMにより検討する。

2. 2個のばねの場合

2.1 理論解析

図1は上下ばね s_1, s_2 からなる平行ばね機構を示す。ばねの右端は移動台Mに結合されている。移動台には変位測定平板 D_1 と荷重用平板 D_2 が固定されている。下ばねは基準長さ l_0 、板厚 l_0 、幅 b_0 を持つ。

一方上ばねには例えば一樣な板厚の寸法誤差 Δl と、その両端において長さの寸法誤差 Δl がある。荷重用平板上で荷重が下ばねの中心に対応する原点 C_2

* 原稿受付 平成2年9月4日。1989年度精密工学会春季大会学術講演会(平成元年3月23日)および1990年度精密工学会春季大会学術講演会(平成2年3月30日)にて発表

** 正会員 東京工業高等専門学校(八王子市桐田町1220-2)

*** 正会員 機械振興協会技術研究所(東久留米市八幡町1-1-2)

† 正会員 中央大学理工学部(東京都文京区春日1-13-27)

Fig. 1 Fundamental structure of the parallel movement with a groove

に作用する時、これらの寸法誤差は移動台に次式で表される変位誤差比をもたらし²⁾。

$$\frac{\delta y_0' - \delta y_0}{\delta y_0} \approx 3 \frac{\Delta l}{l_0} - \frac{3}{2} \frac{\Delta t}{t_0} \quad (1)$$

ここで、 $\delta y_0'$ 、 δy_0 はそれぞれ、寸法誤差がある場合とない場合の変位測定平板 D_1 上の中心点 C_1 の垂直変位である。そこで、この変位誤差比を修正してゼロとするため、上ばねに切り溝を設ける。図1で α 、 γ は切り溝のそれぞれ左右端からの距離のパラメータ、また、 β 、 ϵ はそれぞれ、切り溝の幅とばねの全長との比、深さと板厚との比である。

2.1.1 コンプライアンス計算

移動台の変位を求めるために上下ばねのそれぞれの結合点 a, b での各コンプライアンスを求める。

a) 下ばねのコンプライアンス

単位軸力による x 方向変位を C_{pb} 、単位曲げモーメントによる傾きと y 方向変位を $C_{M\theta b}$ 、 C_{Myb} 、単位横荷重によるせん断変位、傾き及び y 方向変位を C_{sb} 、 $C_{Q\theta b}$ 、 C_{Qyb} で表せば、これらは結合点 b におけるコンプライアンスとなる³⁾。

$$\left. \begin{aligned} C_{pb} &\equiv C_{p0} = \frac{l_0}{EA_0}, & C_{sb} &\equiv C_{s0} = \frac{1.5l_0}{GA_0} \\ C_{M\theta b} &\equiv C_{M\theta 0} = \frac{l_0}{EI_0} \\ C_{Myb} &= C_{Q\theta b} = \frac{1}{2} l_0 C_{M\theta b}, & C_{Qyb} &= \frac{1}{3} l_0^2 C_{M\theta b} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここで、 $A_0 = b_0 t_0$ 、 $I_0 = b_0 t_0^3 / 12$ は下ばねの断面積と断面二次モーメント、 E 、 G はそれぞれ縦、横弾性係数である。

b) 上ばねの等価コンプライアンス

上ばねは切り溝の隅で応力集中が起こるが、ばねのたわみ変形が小さいとすれば、3個のばね①、②、③の単純直列結合とみることができるであろう（図2(a)）。各ばねを片持ちはりとする時、それぞれの

(a) Upper spring in series

(b) Equivalent movement

Fig. 2 Modeling of the springs

自由端でのコンプライアンスは、

$$\left. \begin{aligned} \text{①: } C_{p1} &= \alpha C_{p0}, & C_{s1} &= \alpha C_{s0} \\ C_{M\theta 1} &= \alpha C_{M\theta 0}, & C_{My1} &= C_{Q\theta 1} = \frac{1}{2} \alpha^2 l_0 C_{M\theta 0} \\ C_{Qy1} &= \frac{1}{3} \alpha^3 l_0^2 C_{M\theta 0} \\ \text{②: } C_{p2} &= \frac{\beta}{1-\epsilon} C_{p0}, & C_{s2} &= \frac{\beta}{1-\epsilon} C_{s0} \\ C_{M\theta 2} &= \frac{\beta}{(1-\epsilon)^3} C_{M\theta 0} \\ C_{My2} &= C_{Q\theta 2} = \frac{1}{2} \frac{\beta^2}{(1-\epsilon)^3} l_0 C_{M\theta 0} \\ C_{Qy2} &= \frac{1}{3} \frac{\beta^3}{(1-\epsilon)^3} l_0^2 C_{M\theta 0} \\ \text{③: } C_{p3} &= \gamma C_{p0}, & C_{s3} &= \gamma C_{s0} \\ C_{M\theta 3} &= \gamma C_{M\theta 0}, & C_{My3} &= C_{Q\theta 3} = \frac{1}{2} \gamma^2 l_0 C_{M\theta 0} \\ C_{Qy3} &= \frac{1}{3} \gamma^3 l_0^2 C_{M\theta 0} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

したがって、3個の直列ばねと等価なばねの結合点 a での等価コンプライアンスは式(3)より、

$$\left. \begin{aligned} C_{pa} &= \left(\alpha + \gamma + \frac{\beta}{1-\epsilon} \right) C_{p0} \\ C_{sa} &= \left(1 + \frac{\beta\epsilon}{1-\epsilon} \right) C_{s0} \\ C_{M\theta a} &= \left\{ \alpha + \gamma + \frac{\beta}{(1-\epsilon)^3} \right\} C_{M\theta 0} \\ C_{Mya} &= C_{Q\theta a} = \frac{1}{2} \left\{ (\alpha + \gamma)^2 + 2\alpha\beta + \frac{\beta(\beta + 2\gamma)}{(1-\epsilon)^3} \right\} l_0 C_{M\theta 0} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$C_{Qya} = \frac{1}{3} \left\{ \alpha^3 + \gamma^3 + 3\alpha^2(\beta + \gamma) + \frac{\beta^2(\beta + 3\gamma) + 3\beta\gamma^2}{(1-\epsilon)^3} \right\} l_0^2 C_{M\theta 0}$$

2.1.2 釣合式と条件式

図2(b)で荷重 F を原点 C_2 にかける。結合点 a, b に軸力 P , 曲げモーメント M_a, M_b , 横荷重 Q_a, Q_b が働くとして仮定する。移動台に関する力の釣合式は,

$$Q_a + Q_b - F = 0 \quad (5)$$

また、移動台の結合点 b に関するモーメントの釣合式は,

$$M_a + M_b - L_0 P - \frac{1}{2} l_0 F = 0 \quad (6)$$

点 a, b で x, y 方向変位と傾きに関し不静定条件として,

$$\begin{aligned} \delta y_a &= C_{sa} Q_a + C_{Qya} Q_a - C_{Mya} M_a \\ &\doteq C_{sb} Q_b + C_{Qyb} Q_b - C_{Myb} M_b = \delta y_b \end{aligned} \quad (7)$$

$$\theta_a = C_{Q\theta a} Q_a - C_{M\theta a} M_a = C_{Q\theta b} Q_b - C_{M\theta b} M_b = \theta_b \quad (8)$$

$$\theta_a = C_{Q\theta a} Q_a - C_{M\theta a} M_a = (C_{pa} + C_{pb}) P / L_0 \quad (9)$$

この連立方程式を解き M_a, Q_a を得れば $\delta y_a, \theta_a$ が式(7), (8)より求まる。切り溝がある時の変位測定平板上の原点 C_1 ($x=0$) での変位 $\delta y_0''$ は,

$$\delta y_0'' = \delta y_a - (l_0/2) \theta_a \quad (10)$$

両ばねに寸法誤差がない時の変位測定平板上の原点 C_1 での変位 δy_0 は真の質量測定値に相当し,

$$\delta y_0 = \frac{F l_0^3}{24 E I_0} \quad (11)$$

切り溝による変位誤差比 $(\delta y_0'' - \delta y_0) / \delta y_0$ が寸法誤差による変位誤差比 $(\delta y_0' - \delta y_0) / \delta y_0$ を相殺すればよい。そこで、前者を改めて修正効果と呼ぶと、修正効果の近似式は式(10), (11)より次式となる。

$$\frac{\delta y_0'' - \delta y_0}{\delta y_0} \doteq \frac{C_{Mya}^2 - C_{M\theta a} C_{Qya} + (1/12) l_0^2 C_{M\theta 0} C_{M\theta a}}{C_{Mya}^2 - C_{M\theta a} C_{Qya} - (1/12) l_0^2 C_{M\theta 0} C_{M\theta a}} \quad (12)$$

式(2)と(4)を式(12)に代入し、さらに近似すれば,

$$\begin{aligned} \frac{\delta y_0'' - \delta y_0}{\delta y_0} &\doteq 18\epsilon\beta \left\{ \left(\gamma - \frac{1}{2} \right)^2 + \beta \left(\gamma - \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{3} \beta^2 \right\} \\ &\doteq 18\epsilon\beta \left(\gamma - \frac{1}{2} \right)^2 \end{aligned} \quad (13)$$

式(13)の修正効果と式(1)の変位誤差比の和がゼロとなるように切り溝の寸法と位置を定めればよい。式(13)は次のことを示している。

- (1) 修正効果は切り溝の深さと幅にほぼ正比例する。
- (2) 修正効果が最大となる切り溝の位置は上ばねの両端 ($\gamma=0, 1$) である。また、修正効果が最小となる位置は上ばねの中央 ($\gamma=1/2$) である。

(1) Displacements due to location of the groove ($\beta=0.05, \epsilon=0.1$)

(2) Displacements due to the depth of the groove ($\beta=0.05, \gamma=0.95$)

(3) Displacements due to the width of the groove ($\epsilon=0.1, \gamma=0.95$)

Fig. 3 Displacements of the movable stage caused by notches (FEM)

これはばねの中心がたわみ曲線の変曲点に当たり、曲げモーメントがゼロとなるためである。

変位誤差比の修正の際は、まず大まかな切り溝を右(左)端に入れて粗修正を行い、次に中央付近に切り溝を少しずつ入れながら微修正を行えばよい。

2.2 FEM 解析

FEM 解析により理論結果の裏付けを行った。構成要素は四辺形平板要素で、総節点数 479、総要素数 354 とした (各諸元は 2.3 節参照)。変位の読取り点は常に変位測定平板上の原点 C_1 である。

図3(1)は切り溝の位置による移動台の変位を示す。(a)~(i)の順に切り溝がない時、以下切り溝が左端から右端に移って行く場合の移動台の変位である。切り溝が両端にある場合と中央にある場合とでは

Fig. 4 Dimensions of upper springs with groove

Fig. 5 Appearance of the experimental apparatus

最大 $\Delta \delta y_m = 0.036 \text{ mm}$ の変位差があることが分かる。すなわち、切り溝が両端にある時修正効果が最大となり、逆に中央にある時修正効果が最少となることが分かる。

図3(2)は切り溝の深さによる移動台の変位を示す。(a)は切り溝がない場合で、(b)以下は切り溝の位置をばねの左端に固定し、深さを順次大きくした場合である。深さの増加と共に修正効果が大きくなる。

図3(3)は切り溝の幅による移動台の変位を示す。(a)は切り溝がない場合で、(b)以下は切り溝の位置をばねの左端に固定し、幅を順次大きくした場合である。幅の増加と共に修正効果が大きくなる。

2.3 実験装置と実験方法

図4は実験に用いた上ばねの寸法を示す。また、図5は実験装置の外観である。試料交換のため、ばねと移動台はクランプ結合とした。非一体構造ではあるが、ばねのたわみ変形が小さければ両者間でのすべりも少なく、移動台の変位への影響も小さいであろう。下ばねを変えないまま、切り溝の寸法と位置の異なる上ばねを順次取り替えてその都度移動台の変位を測定する。

図6は実験装置のブロックダイアグラムである。渦電流型無接触変位センサを変位測定用平板上の原点 C_1 に対向させ、その出力電圧をマルチメータを通してマイクロコンピュータへ入力する。

修正効果は切り溝がある場合とない場合の原点 C_1 での変位の割合から求めた。変位と出力電圧の校正は校正用精密マイクロメータを用いて前もって求めておく。

2.4 結果と考察

Fig. 6 Block diagram of the experimental apparatus

Fig. 7 Relation between the location of the groove and the modification factor

Fig. 8 Relation between the depth of the groove and the modification factor

図7は切り溝の位置と修正効果との関係で、実験、理論及びFEM数値解析値を比較した。3者がほぼ一致している。この結果から、修正効果の最も大きい切り溝の位置はばねの両端であり、逆に最も小さい位置はばねの中心であることが解明された。

図8は切り溝の深さと修正効果との関係の比較である。修正効果は切り溝の深さにほぼ比例する。

図9は切り溝の幅と修正効果との関係で、理論とFEM数値解析値の比較である。修正効果は切り溝の

Fig. 9 Relation between the width of the groove and the modification factor

Fig. 10 Parallel movement with four springs

幅が小さい時は幅にほぼ正比例して大きくなる。

式 (13) により切り溝の寸法決定の例を示す。いま、変位誤差比が -2% あるものとすれば、修正効果を $+2\%$ と設定すればよい。この条件を満たすためには例えば、 $\gamma=0$ の時、約 $\beta=0.05$ 、 $\varepsilon=0.1$ と取ればよい。すなわち、ばねの長さの 5% 幅、板厚の 10% の深さの切り溝をばねの右端に入ればよい。

3. 4個のばねの場合

3.1 理論解析

図 10 は 2 個の強化平板 B_1, B_2 (長さ L_{s0}) とばね ①～④ からなる平行ばね機構においてはばね ② に三角切り溝を設けた場合を示す。対称性により、切り溝の修正効果はばね 1 個につき解析すれば十分である⁴⁾。荷重は常に原点 C_2 に作用する。ばね ② が一樣な板厚誤差 Δt と、一端で長さの誤差 Δl を持つ時、この寸法誤差が移動台の変位誤差比に及ぼす影響は文献 1) により近似的に次式で表される。

$$\frac{\delta y_0' - \delta y_0}{\delta y_0} = \frac{3}{4} \left(\frac{\Delta l}{l_0} - \frac{\Delta t}{t_0} \right) \quad (14)$$

この変位誤差比を切り溝により修正したい。いま、深さ εt_0 、幅 $2\gamma l_0$ の切り溝をばね ② の右端から γl_0 の位置に設けた時の変位測定平板上の原点 C_1 での変位 $\delta y_0''$ を前章と同様にして調べる。

3.1.1 コンプライアンスの計算

前章と同様にして上ばねを 1 個の等価ばねと見なし、結合点 a, b でのコンプライアンスを求める。

(a) 下ばねのコンプライアンス

下ばねは切り溝の無いばね ③, ④ が強化平板 B_2 を

挟んで 2 個直列に並んだものである。 $\dot{L}_{s0} = L_{s0}/l_0$ と置けば結合点 b でのコンプライアンスは、

$$C_{pb} = 2C_{p0}, \quad C_{sb} = 2C_{s0}, \quad C_{M\theta b} = 2C_{M\theta 0}$$

$$C_{Myb} = C_{Q\theta b} = 2l_0 C_{M\theta 0} (1 + \dot{L}_{s0})$$

$$C_{Qyb} = \frac{8}{3} l_0^2 C_{M\theta 0} \left(1 + \frac{9}{4} \dot{L}_{s0} + \frac{3}{2} \dot{L}_{s0}^2 \right) \quad (15)$$

(b) 上ばねのコンプライアンス

上ばねは切り溝の無いばね ① と切り溝のあるばね ② が強化平板 B_1 を挟んで 2 個直列に並んだものである。結合点 a の各コンプライアンスを計算すると、

$$C_{pa} = \left\{ 1 + \alpha + \gamma - 2 \frac{\eta}{\varepsilon} \log_e (1 - \varepsilon) \right\} C_{p0}$$

$$C_{M\theta a} = \left\{ 1 + \alpha + \gamma + \frac{\eta(2 - \varepsilon)}{(1 - \varepsilon)^2} \right\} C_{M\theta 0}$$

$$\begin{aligned} C_{Mya} = C_{Q\theta a} = & 2 \left\{ \frac{3}{4} + \frac{1}{4} (\alpha + \gamma)^2 + \alpha \eta \right. \\ & \left. + \frac{\eta(2 - \varepsilon)(\gamma + \eta)}{2(1 - \varepsilon)^2} + \dot{L}_{s0} \right\} l_0 C_{M\theta 0} \\ C_{Qya} = & \frac{8}{3} \left[\frac{7}{8} + \frac{(\alpha + \gamma)^3 + 6\alpha\eta(1 + \gamma)}{8} \right. \\ & - \frac{3}{8} \left(\frac{\eta}{\varepsilon} \right)^3 \left\{ 2 \log_e (1 - \varepsilon) + \frac{\varepsilon^2(\varepsilon^3 - 6\varepsilon + 4)}{2(1 - \varepsilon)^2} \right\} \\ & + \frac{\eta(12\eta^2 - 9\eta^2\varepsilon - 12\gamma\varepsilon\eta + 24\gamma\eta + 12\gamma^2 - 6\gamma^2\varepsilon)}{16(1 - \varepsilon)^2} \\ & \left. + \frac{9}{4} \dot{L}_{s0} + \frac{3}{2} \dot{L}_{s0}^2 \right] l_0^2 C_{M\theta 0} + 2 \left(1 + \frac{\beta\varepsilon}{1 - \varepsilon} \right) C_{s0} \end{aligned} \quad (16)$$

前章と同様、移動台とばねに関する釣合い式と条件式が得られるので、それらの方程式を解けば変位測定平板上の原点 C_1 での変位 $\delta y_0''$ が求まる。

$$\delta y_0'' = \delta y_a - l_0 (1 + \dot{L}_{s0}) \theta_a \quad (17)$$

また全ばねに寸法誤差が無い時の点 C_1 で変位 δy_0 は、

$$\delta y_0 = \frac{F l_0^2}{3} (1 + 3\dot{L}_{s0} + 3\dot{L}_{s0}^2) C_{M\theta 0} \quad (18)$$

δy_0 は測定したい質量の真値に相当する。

したがって、修正効果は式 (17), (18) より近似的に、

$$\frac{\delta y_0'' - \delta y_0}{\delta y_0} = \left(\frac{9}{4} \right) \frac{\varepsilon \eta (\gamma - 1)^2}{1 + 6\dot{L}_{s0} + 15\dot{L}_{s0}^2} \quad (19)$$

式 (19) は次のことを示している。

- (1) 修正効果は切欠き深さと幅にほぼ正比例する。
- (2) 分母が 1 より大きいから強化平板は切り溝による修正効果を鈍らせる役目をする。
- (3) $\gamma=0$ 、すなわち、ばね ② の右端に切り溝を入れる時修正効果が最も大きい。
- (4) $\gamma=1$ 、すなわち、強化平板近傍に切り溝を入

Fig. 11 Dimensions of the parallel spring movement for FEM analysis

Fig. 12 Displacements of the movable stage due to the location of the groove (FEM)
 $2L_{so}=1/22$, $\epsilon=1/4$, $\eta=1/20$

Fig. 13 Relation between the location of the groove and the modification factor

れても修正効果がない。これは強化平板の近傍がたわみ曲線の変曲点に当たるためである。

3.2 FEM 数値解析と結果

図 11 は FEM 数値解析のための分割図である。要素として四角形平板要素を用い、総節点数 585、総要素数 512 に自動分割を行った。

図 12 は切り溝の位置による移動台の変位を示す。切り溝がばね ② の右端に近い程、修正効果が大きく、逆に左端に近い程、修正効果は小さい。ばね ① に切り溝を入れた場合はばね ② の時と対称となる。

図 13 は切り溝の位置と修正効果との関係を理論と FEM 数値解析とで比較したもので、ほぼ結果が一致する。切り溝をばねの内側、すなわち、切り溝が強化平板に近い程修正効果が小さくなる。

図 14, 15 はそれぞれ切り溝の深さ、幅と修正効果との関係で、両者に大差が認められない。修正効果は切り溝の深さと幅にそれぞれ比例する。

Fig. 14 Relation between the depth of the groove and the modification factor

Fig. 15 Relation between the width of the groove and the modification factor

4. 結 論

- (1) 2 個のばねからなる平行ばね機構の場合
 - 1) 切り溝をばねの両端のいずれかに入れると修正効果が最大となる。
 - 2) ばねの中央付近の切り溝の修正効果はほとんどない。
 - 3) 修正効果は切り溝の幅と深さに正比例する。
- (2) 4 個のばねからなる平行ばね機構の場合
 - 1) 切り溝をばねの外側の端に入れると修正効果が最大となる。
 - 2) 強化平板近傍に切り溝を入れても修正効果はほとんどない。
 - 3) 修正効果は切欠きの幅と深さに比例する。
 - 4) 強化平板は修正効果を低下させる。

参 考 文 献

- 1) 吉村靖夫, 天田勝正, 赤坂 隆: はかり用の一体型平行ばね機構の変位特性 (第 2 報), 精密工学会誌, **54**, 7 (1988) 1328.
- 2) 吉村靖夫, 天田勝正, 赤坂 隆: はかり用の一体型平行ばね機構の変位特性 (第 4 報), 精密工学会誌, **55**, 4 (1989) 748.
- 3) 吉村靖夫, 楠田昌之, 天田勝正, 赤坂 隆: はかり用の一体型平行ばね機構の変位特性 (第 8 報), 1989 年度精密工学会春季大会学術講演会講演論文集, (1989) 663.
- 4) 吉村靖夫, 楠田昌之, 赤坂 隆: はかり用の一体型平行ばね機構の変位特性 (第 10 報), 1990 年度精密工学会春季大会学術講演会講演論文集, (1990) 807.