オフセット曲面を含む統一の交線計算手法*

青 村 茂** 上 原 敏 之***

Intersection of Arbitrary Surfaces

Shigeru AOMURA and Toshiyuki UEHARA

A method is described for calculating intersections between two arbitrary surfaces. This method can be applied not only to every type of surface, but also to offset surface or envelope which is not representable in terms of a basic functional forms. In this method, all surfaces and surface data are expressed by two independent parameters. This method comprises two essential processes. The first is to detect the intersection points between two surfaces by successive unidimensional searches. The second is to trace intersection curves by solving initial value problem by using the intersection points obtained as initial points. The singular points on intersection curves can also be detected by using the same successive unidimensional searches. The algorithm presented here provides adequately accurate results.

Key words: intersection, parametric surface, singular point, successive unidimensional searches, curve tracing

1. は じ め に

近年、設計および製造の分野を中心として3次元CADおよびそれと直結したCAMの普及には目をみはるものがある。その結果、自由曲面を含む種々の曲面形状が従来に比較して頻りに設計、加工されるようになった。曲面に対する様々な処理は3次元CADおよびCAMで用いられる重要な技術のひとつであるが、その中でも曲面どうしの交線を求める問題は曲面処理の基本であり、多くの問題に応用されている。交線計算はCADにおいては曲面、立体どうしの干渉チェック、集合演算、等高線の計算やフィレット曲面の生成等に、またCAMにおいてはNCカッタパスの自動生成、工具干渉チェック、さらには工具干渉領域の自動探索や切削の処理等に必要とされる。

その場合、曲面、立体の干渉チェックおよび集合演算では曲面どうし、等高線では曲面と等間隔な水平面群、立体のフィレット面の生成では立体を形成する曲面のオフセット曲面どうしの交線等を求める必要がある。またNCカッタパスの生成では被切削面のオフセット曲面と等間隔な垂直平面群や水平面群、工具干渉チェックではオフセット曲面どうしや自己干渉、さ

らに逆向き工具の切れ刃の包絡面までを含めて交線を求める必要がある。すなわち交線計算の対象として厳密に表現された平面、2次曲面およびトーラス面、パラメトリックに表現された自由曲面や線織面、更にはオフセット面や包絡面のように厳密な意味では曲面自身の表現は求められないがもとの曲面からデータの生成は可能なものの組合せがある(厳密にはオフセット面は包絡面の一部と考えられるが、ここでは実用的な分類上両者を別々に扱う)。交線計算に関しては古くから多くの研究がなされ様々な方法が提案されている。大別すると代数的に求めるもの¹⁾、細分割を繰り返すもの²⁾³⁾、曲線追跡を行うもの⁴⁾等がある。それぞれに演算時間や精度、さらには対象となる曲面の種類等の点で一長一短がある。またCAD/CAMシステムの中の1機能として用いられる場合には、交線以外にも例えば等輝度線やパーティングラインのように曲面上で一定の幾何学的条件を満たす曲線を求めたい場合もある。以上述べたように様々な目的、状況のもとで曲面の交線計算が必要とされるが、いずれにしても曲面の種類やさらには計算の目的によって異なる方法をとることは生成データの保存や精度統一等の観点からも好ましくない。

当社では長年にわたり3次元CAD/CAMシステムの開発に取り組んできたが、上記のすべての交線計算問題に対して面の種類、組合せによらず共通に適用でき、更に他の幾何学的制約がある問題にも適用でき、

* 原稿受付 平成3年2月1日。1990年度精密工学会秋季大会学術講演会(平成2年9月28日)にて発表

** 正 会 員 東洋エンジニアリング(株)総合技術センター(習志野市茜浜2-8-1)

*** (株)小野技術研究所(東京都千代田区一番町22-1)

かつ精度及び演算時間の点でともに満足のいく交線計算手法の開発を行ってきた。その結果、扱うすべての曲面を2つのパラメータで表現し、収束計算により交点を求め、それらを初期点として交線追跡を行う方法を開発した。本方法は収束法による初期点の探索から微分方程式の解法による交線の追跡に至るまで、曲面のデータさえ作りだせば曲面自身の表現式は必要なく一貫して適用することができる。特にオフセット面や包絡面を扱う場合には近似曲面を生成する必要がなく近似による精度の低下を避けることができ⁵⁾、例えば本方法の適用によりオフセット面の自己干渉を精度よく求められるようになった。更に交線計算途中で特異点にいきあたった場合でも交点探索に用いられたと同じ収束法を用いて精度よく特異点を求めることができる。本方法を当社で開発され現在稼働中のCAD/CAMシステム‘GMS’に組み込み、上記交線計算問題に適用しよい成績を収めているのでここに報告する。

2. 曲面データの生成

本交線計算方法は曲面の種類によらず、また曲面自身の厳密な表現式が存在しない場合でもデータが生成できれば適用できる。現在、サポートしている曲面は平面、円柱面、円すい面、球面、トーラス面、線織面およびB-スプライン曲面、厳密な曲面データだけを生成するものとしてそれらのオフセット曲面データ、包絡面データがある。これらすべてを統一的に扱うために、すべての曲面データを2つのパラメータ u, v を用いてパラメトリック形式で表現する。

●平面

$$\vec{P}(u, v) = \vec{P}_0 + u\vec{e}_1 + v\vec{e}_2 \quad (1)$$

$\vec{P}_0$; 平面上の一点

$\vec{e}_1, \vec{e}_2$; 平面の法線ベクトルに垂直な単位ベクトル

●円柱面

$$\vec{P}(u, v) = \vec{P}_0 + u\vec{V} + r \cos v \cdot \vec{e}_1 + r \sin v \cdot \vec{e}_2 \quad (2)$$

$\vec{P}_0$; 円柱の中心軸上の一点

$\vec{V}$; 円柱の軸方向ベクトル

r ; 半径

$\vec{e}_1, \vec{e}_2$; 円柱の軸方向ベクトルに垂直な単位ベクトル

●円すい面

$$\vec{P}(u, v) = \vec{P}_0 + u\vec{V} \cos \theta_0 + u \sin \theta_0 \cos v \cdot \vec{e}_1 + u \sin \theta_0 \sin v \cdot \vec{e}_2 \quad (3)$$

$\vec{P}_0$; 円すいの頂点

$\vec{V}$; 円すいの軸方向ベクトル

θ_0 ; 頂角

$\vec{e}_1, \vec{e}_2$; 円すいの軸方向ベクトルに垂直な単位ベクトル

●球面

$$\vec{P}(u, v) = \vec{P}_0 + r \cos u \vec{V} + r \sin u \cos v \cdot \vec{e}_1 + r \sin u \sin v \cdot \vec{e}_2 \quad (4)$$

$\vec{P}_0$; 球の中心

$\vec{V}$; 球の軸方向ベクトル

r ; 半径

$\vec{e}_1, \vec{e}_2$; 球の軸方向ベクトルに垂直な単位ベクトル

●トーラス面

$$\vec{P}(u, v) = \vec{P}_0 + R \cos u \cdot \vec{e}_1 + R \sin u \cdot \vec{e}_2 + r \cos u \cos v \cdot \vec{e}_1 + r \sin u \cos v \cdot \vec{e}_2 + r \sin v \cdot \vec{V} \quad (5)$$

$\vec{P}_0$; トーラスの中心

$\vec{V}$; トーラスの中心軸の方向ベクトル

R ; 大半径

r ; 小半径

$\vec{e}_1, \vec{e}_2$; トーラスの軸方向ベクトルに垂直な単位ベクトル

●線織面

$$\vec{P}(u, v) = v\vec{g}(u) + (1-v)\vec{h}(u) \quad (6)$$

$\vec{g}(u), \vec{h}(u)$; 線織面の両側端の曲線

●B-スプライン曲面

$$\vec{P}(u, v) = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n \vec{P}_{ij} B_{ik1}(u) B_{jk2}(v) \quad (7)$$

$$[u_0 \leq u \leq u_m, v_0 \leq v \leq v_n]$$

$\vec{P}_{ij}$; 制御点ベクトル

$B_{ik1}(u), B_{jk2}(v)$; B-スプライン関数

●オフセット曲面データ

$$\vec{P}_{\text{off}}(u, v) = \vec{P}(u, v) + \frac{\partial \vec{P}}{\partial u} \times \frac{\partial \vec{P}}{\partial v} \left/ \left| \frac{\partial \vec{P}}{\partial u} \times \frac{\partial \vec{P}}{\partial v} \right| \right. r \quad (8)$$

$\vec{P}(u, v)$; 原曲面

r ; オフセット量

●包絡面データ (オフセット曲面周囲におけるボールエンドミルの逆向き工具形状による)⁶⁾

$$\begin{aligned} \vec{P}_{\text{env}}(u, v) = & \vec{P}(u_m, v) \\ & + \left(\frac{\vec{N}}{|\vec{N}|} \cos |u - u_m| + \frac{\partial \vec{P} / \partial v}{|\partial \vec{P} / \partial v|} \right. \\ & \times \left. \frac{\vec{N}}{|\vec{N}|} \sin |u - u_m| \right) r \quad (9) \\ & [u_m < u, v_0 \leq v \leq v_n] \end{aligned}$$

$\vec{P}(u, v)$; 原曲面

$\vec{N}$; 原曲面周囲の法線ベクトル

r ; オフセット量 (ボールエンドミル半径)

u_m, v_n, v_0 , 原曲面のパラメータの定義領域

3. 交線アルゴリズム

曲面の交線を求めるに当たっては、対象となるパラメトリック表現された2曲面の交点を求め、得られた交点を初期点とする初期値問題として交線を表す連立1次微分方程式を解くことにより交線追跡を行う。追跡計算終了後、得られた交点列から曲線補間を行って交線を生成する。

3.1 交点収束計算

交点は次の過程で用いられる交線追跡の初期点として、交線の計算精度に大きな影響を与えるので高い精度が要求される。ここで用いるPowell-Zangwillの方法(以下P-Z法)⁷⁾は多変数関数の極値を求める際に有効な方法であり、与えられた目的関数に対し、適当な出発点を選び数回の収束計算を繰り返すことにより目的関数の極値に到達する。本方法の大きな特長は、代数的に目的関数さえ導出すれば他の幾何的な補助手段等を講ずることなく安定して収束計算を行うことができ、また微分計算を必要としないので効率よく安定した計算を行える。そのために厳密にはデータの生成だけが可能なオフセント曲面や包絡面等のほか、交線計算以外の様々な局面でも容易に本方法の適用が可能である。この方法を2曲面の交点計算に応用することにより、精度の高い交点を安定して求めることが出来る。ここでは以下の形式の4パラメータの目的関数を定義することにより交点を求める。

$$F(\vec{R}, u, v, s, t) = |\vec{P}(u, v) - \vec{Q}(s, t)| \quad (10)$$

ここで $\vec{R} = [u, v, s, t]^T$ はコンポーネント u, v, s, t を有する4次元ユークリッド空間、 E^4 内で定義される列ベクトルとする。いま、 $\vec{\sigma}_1^{(k)}, \vec{\sigma}_2^{(k)}, \vec{\sigma}_3^{(k)}, \vec{\sigma}_4^{(k)}$ ($k=1, 2, \dots$)を E^4 内の独立した極値探索の方向を示す単位ベクトルとし、 k は探索の段階を示す。まず探索の第1段階 $k=1$ では探索のそれぞれの独立した4方向 $\vec{\sigma}_1^{(1)}, \vec{\sigma}_2^{(1)}, \vec{\sigma}_3^{(1)}, \vec{\sigma}_4^{(1)}$ を E^4 内の各座標軸に平行に、すなわち各パラメータ方向にとる。 E^4 内の出発点 $\vec{R}_0^{(1)}$ において探索の第1方向を $\vec{\sigma}_1^{(1)}$ の方向 $[1000]^T$ にとり、単一方向の探索により $F(\vec{R}_0^{(1)} + \lambda_1^{(1)} \vec{\sigma}_1^{(1)})$ が最小になるようにスカラー $\lambda_1^{(1)}$ を決め、 $\vec{R}_1^{(1)} = \vec{R}_0^{(1)} + \lambda_1^{(1)} \vec{\sigma}_1^{(1)}$ とする。次に探索の第2方向 $[0100]^T$ を $\vec{\sigma}_2^{(1)}$ の方向にとり、 $\vec{R}_1^{(1)}$ において $F(\vec{R}_1^{(1)} + \lambda_2^{(1)} \vec{\sigma}_2^{(1)})$ が最小になるように $\lambda_2^{(1)}$ を決め $\vec{R}_2^{(1)} = \vec{R}_1^{(1)} + \lambda_2^{(1)} \vec{\sigma}_2^{(1)}$ とする。

このようにしてすべての λ_i ($i=1, 2, 3, 4$)が決定するまで、常に前回の位置からスタートしながら各パラメータ方向における探索を繰り返す。上記のごとく

連続的に4パラメータのすべての方向に対し $F(\vec{R})$ を最小にしたのち、最終位置 $\vec{R}_4^{(1)}$ においてさらに全体の進行方向にあたる $\vec{R}_4^{(1)} - \vec{R}_0^{(1)}$ の方向にもう一度極値探索を行い、 $F(\vec{R}_4^{(1)} + \lambda_5^{(1)}(\vec{R}_4^{(1)} - \vec{R}_0^{(1)}) / |\vec{R}_4^{(1)} - \vec{R}_0^{(1)}|)$ が最小になるように $\lambda_5^{(1)}$ を決定し、 $\vec{R}_5^{(1)} = \vec{R}_4^{(1)} + \lambda_5^{(1)}(\vec{R}_4^{(1)} - \vec{R}_0^{(1)}) / |\vec{R}_4^{(1)} - \vec{R}_0^{(1)}|$ とする。ここで探索の第1段階の終了である。ここでは探索の第1段階に5方向に対して探索を行ったか、次の段階の探索において、以下に示される前回一番変動の大きかった方向、

$$\max_{i=1,2,3,4,5} \{|\vec{R}_i - \vec{R}_{i-1}|\}$$

には探索を行わない。このように常に探索の1方向を入れ替えながら目的関数 $F(\vec{R})$ が最小値または許容誤差範囲内に収束するまで探索を繰り返す。1枚の曲面の自己干渉点を求める場合には、2個の自己干渉点在同一点に収束しないために目的関数を以下の形に定義することにより自明の解に収束することを避けることかてきる。

$$F(u, v, s, t) = \begin{cases} \frac{|\vec{P}(u, v) - \vec{P}(s, t)|}{[(u-s)^2 + (v-t)^2]^{1/2}} \\ \{[(u-s)^2 + (v-t)^2]^{1/2} > \epsilon\} \\ \text{const} \\ \{[(u-s)^2 + (v-t)^2]^{1/2} \leq \epsilon\} \end{cases} \quad (11)$$

以上の収束計算を繰り返した結果、次式を満足する1組のパラメータ u, v および s, t が交点あるいは自己干渉点を与える。

$$F(u, v, s, t) = 0 \quad (12)$$

求められた交点を初期点として、初期値問題を解いて交線追跡を行う。

3.2 交線の計算

両曲面の交線を表す微分方程式は以下のように表される。

$$\overrightarrow{DP}(u, v) = \overrightarrow{DQ}(s, t) \quad (13)$$

式(13)を任意定数 c を用いて du, dv, ds, dt について解き、以下のように表す。

$$du = c \cdot \det \left| \begin{pmatrix} \frac{\partial \vec{P}}{\partial v} & -\left(\frac{\partial \vec{Q}}{\partial s}\right) & -\left(\frac{\partial \vec{Q}}{\partial t}\right) \end{pmatrix} \right| = cD_1$$

$$dv = c \cdot \det \left| \begin{pmatrix} \frac{\partial \vec{P}}{\partial u} & -\left(\frac{\partial \vec{Q}}{\partial s}\right) & -\left(\frac{\partial \vec{Q}}{\partial t}\right) \end{pmatrix} \right| = -cD_2$$

$$ds = c \cdot \det \left| \begin{pmatrix} \frac{\partial \vec{P}}{\partial u} & \frac{\partial \vec{P}}{\partial v} & -\left(\frac{\partial \vec{Q}}{\partial t}\right) \end{pmatrix} \right| = cD_3$$

$$dt = c \cdot \det \left| \begin{pmatrix} \frac{\partial \vec{P}}{\partial u} & \frac{\partial \vec{P}}{\partial v} & -\left(\frac{\partial \vec{Q}}{\partial s}\right) \end{pmatrix} \right| = -cD_4$$

(14)

ここで独立変数として1階線形微分要素 $dl=(du^2+dv^2)^{1/2}$ を用いて式(14)を書き換えて式(15)を得る。この場合独立変数としてパラメータ u, v, s, t のいずれをとってもよいが、単独のパラメータを独立変数とした場合、そのパラメータに関しては数値積分の進行が0になることもあり、また表記上すっきりして扱いやすいので以下の形式をとる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{du}{dl} &= \frac{D_1}{(D_1^2+D_2^2)^{1/2}}, \quad \frac{dv}{dl} = \frac{-D_2}{(D_1^2+D_2^2)^{1/2}} \\ \frac{ds}{dl} &= \frac{D_3}{(D_1^2+D_2^2)^{1/2}}, \quad \frac{dt}{dl} = \frac{-D_4}{(D_1^2+D_2^2)^{1/2}} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

式(15)を数値積分により解いて交線追跡を行う。

3.3 特異点の処理

交線計算を行う際に解決すべき大きな問題のひとつに特異点の存在がある。特異点の近傍では幾何的には両曲面の法線が一致しつつあり、数式上では式(14)の $D_1 \sim D_4$ の値が限りなく0に近づき、式(15)の連立微分方程式が成立しない。数値積分の途中で特異点の近傍にさしかかると、数値積分が進まなくなったり近傍の交線に飛び移ったりすることがある。積分が進まないと交線追跡ができないし、特異点の存在に気がつかずに飛び移りが起きると、得られた結果によってはCADのデータとして後々位相的に不整合を起こすことがある。従って交線計算の最中に特異点の存在を認識した場合には、特異点の所在を的確に把握し対処することが必要である。具体的には計算中に特異点の近傍にさしかかると $D_1 \sim D_4$ の値が極端に減少することでその存在を知ることができる。この場合式(15)はもはや成立しないので、別の方法で位置が同じでかつ法線方向が一致する点の探索を行う。この場合も以下に示される4パラメータの目的関数を定義し、再びP-Z法を適用して特異点を発見することが出来る。

$$F(u, v, s, t) = (D_1^2 + D_2^2 + D_3^2 + D_4^2)^{1/2} + |\vec{P}(u, v) - \vec{Q}(s, t)| \quad (16)$$

ここで式(16)の右辺の左の項 $(D_1^2 + D_2^2 + D_3^2 + D_4^2)^{1/2}$ が0に近づくに従って両曲面の2法線間の角度も限りなく0に近づく。しかしこの項だけを目的関数としたのでは、法線方向が一致する全く別の離れた2点も探索の対象となるので、右の項 $|\vec{P}(u, v) - \vec{Q}(s, t)|$ を目的関数に追加することにより目的関数を特異点、すなわち位置が等しくかつ法線方向が等しい点に収束させることができる。この場合、初期点として特異点の近傍の交線上の点より探索を開始する必要がある。特異点の位置が特定できれば、特異点に近づくに従って一定の上限を設けて数値積分のステップを

細かくすることにより特異点まわりの交線を精度よく求めることができる。曲面の交線計算の特異点に関する研究は東その他⁸⁾により詳しく行われている。

4. 数値計算結果と考察

2章で定義された種々の曲面(データ)に対して、上記の理論を適用し、交線計算を行う。本方法では、初期点探索の際に出発点の選び方によっては目的関数の局所的な極値に収束することもあり得るので、出発点として曲面全体に分布する適当な複数の点を選び全体の極値を求める。原曲面を定義するパラメータ領域を以下に示されるように等間隔 $(N \times N)$ に分割し、

$$\left. \begin{aligned} u_i, s_i &= u_{\min} + \left(\frac{u_{\max} - u_{\min}}{N} \right) \left(i + \frac{1}{2} \right) \\ v_j, t_j &= v_{\min} + \left(\frac{v_{\max} - v_{\min}}{N} \right) \left(j + \frac{1}{2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

$$(i, j = 0, 1, 2, \dots, N-1)$$

それぞれ $N \times N$ 組のパラメータ (u_i, v_j) に対してもう一方の $N \times N$ 組のパラメータの中から、式(10)または式(11)の F を最小にする1組のパラメータ (s_k, t_l) を選び出発点とする。

$$(u_i, v_j, s_k, t_l) = [u_i, v_j, s_k, t_l \mid \min F(u_i, v_j; s_k, t_l)] \quad (18)$$

$$(i, j, k, l = 0, 1, \dots, N-1)$$

曲線追跡の初期点としては、1本の交線に対してただか1つの交点が求めれば充分である。交線が複数に及ぶ場合には、それぞれの交線に対し最低1つの交点が必要である。いろいろの曲面の組合せに対して数値実験を行った結果、 5×5 程度の分割数で交線が複数の場合でももれなくそれぞれの交線上の点に収束することを確認した。図1に2枚の自由曲面の交線と、P-Z法を用いて交点を求める際の収束計算の過程を示す。このモデルでは、2段階の収束計算で曲面周囲のサイズに比較して 1×10^{-7} の範囲で交線上の点に収束した。交点の探索が終了したのち、得られた交点を初期点としてRunge-Kutta-Gill法を用いて式(15)を解いて交線の追跡を行う。

数値積分の途中で、既に求められた他の交点が近傍に存在するときには、その点は追跡中の交線に属するものとして捨てる。2枚の曲面のパラメータ (u, v) と (s, t) のうち、どちらかが面の境界に達した時には初期点に戻り再度逆方向に積分を行う。さらにどちらかのパラメータが再び面の境界に達したとき、追跡は終了する。また追跡が一周して再びもとの初期点に戻った場合にも追跡を終了する。交線は数値積分の結果得られた交点列から有限個の点を抽出して3次のB-スプライン曲線で表現している。図2には球と円柱

Fig. 1 Converging process of successive unidimensional searches and an intersection of two B-spline surfaces

Fig. 2 An intersection of a cylinder and a sphere

Fig. 4 Intersection of two cylinders and singular points

Fig. 3 An intersection of a cylinder and a B-spline surface

の、図3には円柱と自由曲面の交線を求めた例を示す。いずれの計算例でも交線の見やすい表示のために立体と曲面を含めたブーリアンオーバーレイを実行

している。従って切断された図形の切口が交線に相当している。図4には同じ大きさの半径を有する円柱を90°回転し、中心軸が交差している場合の交線計算および特異点を求めた例を示し、表1には特異点への収束計算過程を示す。 $[u, v, s, t]^T = [0.5, 0.5, 0.5, 0.5]^T$ が特異点である。この場合P-Z法の収束過程を観察するために比較的離れた点から探索をスタートさせたが4段階の計算で収束した。探索の第2段階では $\vec{S}$ 、第4段階では $\vec{V}$ 方向が新しい探索方向にとって替わられているのがわかる。得られた交線は収束計算により求められた特異点により分割され4本となる。図5にはオフセット曲面および包絡面の交線、さらにオフセット曲面の自己干渉線を求めた例を示す。図(a)が原曲面となる一边を共有する2枚のB-スプライン曲面であり、図(c)が図(a)を原曲面とする周囲を包絡面で囲まれたオフセット曲面である。図(b)の

Table 1 A convergence on a singular point

Stage	Direction	u	v	s	t	F
0		0.400 000 00	0.400 000 00	0.400 000 00	0.600 000 00	0.174 39D+08
1	$\vec{U}$	0.499 999 74	0.400 000 00	0.400 000 00	0.600 000 00	0.126 51D+08
1	$\vec{V}$	0.499 999 74	0.396 994 34	0.400 000 00	0.600 000 00	0.126 51D+08
1	$\vec{S}$	0.499 999 74	0.396 994 34	0.500 000 00	0.600 000 00	0.769 26D+02
1	$\vec{T}$	0.499 999 74	0.396 994 34	0.500 000 00	0.500 000 38	0.647 59D+02
1	$\vec{R}_4^{(1)} - \vec{R}_0^{(1)}$	0.499 999 87	0.396 994 33	0.500 000 13	0.500 000 25	0.548 42D+02
2	$\vec{U}$	0.500 000 00	0.396 994 33	0.500 000 13	0.500 000 25	0.478 19D+02
2	$\vec{V}$	0.500 000 00	0.500 000 33	0.500 000 13	0.500 000 25	0.169 17D+02
2	$\vec{R}_4^{(1)} - \vec{R}_0^{(1)}$	0.499 999 93	0.500 000 33	0.500 000 07	0.500 000 31	0.119 62D+02
2	$\vec{T}$	0.499 999 93	0.500 000 33	0.500 000 07	0.500 000 17	0.119 62D+02
2	$\vec{R}_4^{(2)} - \vec{R}_0^{(2)}$	0.499 999 93	0.499 999 96	0.500 000 07	0.500 000 17	0.119 62D+02
3	$\vec{U}$	0.500 000 00	0.499 999 96	0.500 000 07	0.500 000 17	0.845 85D+01
3	$\vec{V}$	0.500 000 00	0.500 000 07	0.500 000 07	0.500 000 17	0.845 85D+01
3	$\vec{R}_4^{(1)} - \vec{R}_0^{(1)}$	0.499 999 97	0.500 000 07	0.500 000 03	0.500 000 20	0.598 10D+01
3	$\vec{T}$	0.499 999 97	0.500 000 07	0.500 000 03	0.500 000 14	0.598 10D+01
3	$\vec{R}_4^{(3)} - \vec{R}_0^{(3)}$	0.500 000 00	0.500 000 18	0.500 000 00	0.500 000 10	0.126 28D-02
4	$\vec{U}$	0.500 000 00	0.500 000 18	0.500 000 00	0.500 000 10	0.914 16D-03
4	$\vec{R}_4^{(3)} - \vec{R}_0^{(3)}$	0.500 000 00	0.500 000 18	0.500 000 00	0.500 000 10	0.667 08D-03
4	$\vec{R}_4^{(1)} - \vec{R}_0^{(1)}$	0.500 000 00	0.500 000 18	0.500 000 00	0.500 000 10	0.650 53D-04
4	$\vec{T}$	0.500 000 00	0.500 000 18	0.500 000 00	0.500 000 10	0.650 53D-04

$$\vec{U}=[1\ 0\ 0\ 0], \vec{V}=[0\ 1\ 0\ 0], \vec{S}=[0\ 0\ 1\ 0], \vec{T}=[0\ 0\ 0\ 1]$$

Fig. 5 Intersection and self-intersection of offset surfaces and envelopes. (a) original B-spline surfaces, (b) intersection and self-intersections, (c) offset surfaces with envelopes

左右に延びる1本の曲線の中央部は、図(c)に示されるようにオフセット曲面どうしの交線であり、その次に包絡面とオフセット曲面、そして両端が包絡面どうしの交線である。その手前の2本の短い交線は下側の

オフセット曲面の自己干渉線である。これらの計算モデルは本計算手法を応用して自由曲面形状を切削する際の工具干渉領域の自動探索を行った例であり、干渉領域は図(b)の原曲面上に閉領域として示されている。

る。ここで用いられている包絡面は、NC 切削を行う際のボールエンドミルの逆向き工具形状により定義されている。本報で実行したいいずれの数値計算例においても、交線および自己干渉線の精度は曲面の周囲のサイズに比較し 1×10^{-7} 以下の範囲に収束しており、精度上充分であると考えられる。

5. 結 論

平面、2 次曲面から自由曲面、さらにはオフセット曲面および包絡面までを統一的に扱う交線計算法を提案した。本手法では Powell-Zangwill 法を用いて初期点となる交点を求め、それらの交点を初期点として Runge-Kutta-Gill 法により交線の追跡を行う。本方法はすべての種類の曲面の交線計算に等しく適用可能なばかりでなく、オフセット面や包絡面のように厳密な意味では曲面のデータだけが存在するものに対しては曲面の近似生成をすることなく適用できるので、自己干渉のような複雑な形状の交線計算も容易に実行できる。さらに交点を求めたと同じ収束法を用いて特異点を求める方法を示した。いずれの手法も当社で開発され稼働中の 3 次元 CAD/CAM システム 'GMS' に

組み込まれ数年間順調に稼働しているので、その有用性を報告した。

なお、本報で報告されたすべての数値計算は μ VAX 3900 を使用して行われた。

参 考 文 献

- 1) J Z Levin Mathematical Models for Determining the Intersections of Quadric Surfaces, Computer Graphics and Image Processing, 11, (1979) 73
- 2) S L Hanna et al Intersection of Parametric Surfaces by Means of Look Up Tables, IEEE Computer Graphics and Applications, Oct (1983) 39
- 3) E G Houghton et al Implementation of a Divide and Conquer Method for Intersection of Parametric Surfaces, Computer Aided Geometric Design, 2, (1985) 173
- 4) R E Barnhill et al Surface/Surface Intersection, Computer Aided Geometric Design, 4, (1987) 3
- 5) S Aomura and T Uehara Self Intersection of an Offset Surface, Computer Aided Design, 22, 7, (1990) 417
- 6) 青村 茂 自由曲面形状切削における工具干渉領域探索法, 日本機械学会論文集, C 編, 56 (1990) 270
- 7) D M Himmelblau Applied Nonlinear Programming, McGraw Hill, New York, N Y, (1972) 167
- 8) 東 正毅ほか 幾何学的交線追跡法による高品質曲面交線計算, 精密工学会誌, 56, 1 (1990) 92

編集後記

これまで 3 年間、本誌編集委員を担当させていただき、今回、委員として最後の企画である小特集「真空技術」を実現できました。これまで電子デバイス関連、荷電ビーム応用加工関連の小特集、グラビア取材を主担当させていただき、貴重な経験をさせていただきましたことを深く感謝申し上げます。これらの実行にあたりましては、委員の皆様のご協力は言うに及ばず、執筆いただきました著者の方々の献身的協力に助けられましたこと重ねて感謝申し上げます。特に、本号小特集企画にあたっては委員退任時期とも重なり、編集委員である青山藤詞郎委員（慶應義塾大

学）の絶大なる協力を得ましたことを申し添えます。

さて、ご存じのとおり、精密工学会は分野として制御、評価、加工、ソフトウェアと多岐にわたり、また構成会員も研究者、技術者と色彩豊かな、極めて貴重な学会であります。これらの個別分野をみれば、それを専門とする学協会があるにもかかわらず、あえて本会に参集させる魅力は何なのでしょう。それはこれら分野の境界領域に大きな魅力を感じるからでしょう。境界領域にこそ解決されるべき命題が凝縮されており、かつ洗練された解決策が求められています。本学会が境界領域開拓の尊い使命を全うし、今後とも大きく発展いたしますよう、微力ながらご協力させていただければと考えています。

（小野 俊郎）