塑性域締結におけるねじ締結体の挙動*

——降伏軸力の推定の際のねじ部の仮想直径——

辻 裕 一** 丸 山 一 男**

Behavior of Bolted Joints Tightened in Plastic Region
—Equivalent Diameter of Threaded Portion to Estimate Yield Clamping Force—

Hirokazu TSUJI and Kazuo MARUYAMA

The yield clamping force of the bolt in plastic region tightening depends on the yield condition at the threaded portion under combined load consisted of axial tension and thread torque induced by tightening, namely the interaction curve for the yield. A new estimation method for the interaction curve at the threaded portion based on the flow theory, proposed in the previous report, is superior to the traditional one based on the local yield condition; however the proposed method has a some estimation error in comparison with the experiment. Experimental results obtained for the combined load on cylindrical test-pieces show that the estimation error is caused by idealizing the thread portion as a smooth cylinder having stress area. For the exact estimation of the interaction curve, it is recommended to idealize the thread portion as a smooth cylinder of minor diameter of thread.

Key words: fastener, screw thread, bolt, bolted joint, interaction curve, yield clamping force, plastic region tightening, flow theory of plasticity

1. 緒 言

塑性域締付けにより期待される締付け力は、締付け中にボルトに生じる軸力およびねじ部トルクの組合せ荷重による最小断面積を持つ軸部の降伏荷重により決定される。このため締付け力はボルトの機械的性質である降伏応力に依存し、トルク法による弾性域締結の場合と比較して摩擦係数の影響が少ないため、締付け力のばらつきが少ない。

呼び径ボルトにおける最小断面積部は遊びねじ部である。この場合には従来より、ねじ部を円柱にモデル化して、その外周部における相当応力が単軸引張りの降伏点に達した点において、締付け時のボルトの降伏軸力、すなわち締付け力を推定している^{1)~3)}。しかし、その推定値は実際の値より過小評価されており、推定方法に問題が残されている。

前報⁴⁾では、ひずみ増分理論に基づくねじ部の降伏軸力(締付け力)の推定方法を提案した。提案した推定方法によれば、ねじの単軸引張試験で得られる材料定数からねじ部の相互作用曲線、あるいは塑性域締付

けにおける締付け力を推定することが可能である。同時に、組合せ荷重を受けるねじ部の降伏条件を表す軸力とトルクの相互作用曲線を実験的に求め、提案した推定方法と従来の推定方法を比較検討した。その結果ねじ部の降伏条件の推定に対し、全断面の降伏を考慮するひずみ増分理論に基づく推定方法の有用性を明らかにした。

しかし提案した方法による推定値を実験結果と比較したところ、トルクの割合の増大にともない、若干の推定誤差を生じた。提案した推定方法では、ねじ部を直径が有効断面の直径に等しい円柱にモデル化しているが、この円柱の仮想直径に推定誤差の主な原因があると考えられる。そこで本研究ではボルトから採取した平滑試験片の相互作用曲線を求め、推定方法の問題点について検討したので報告する。

2. ねじ部の降伏軸力の推定方法

2.1 従来の推定方法

引張りとねじりが負荷されるねじ部の降伏軸力、すなわち、塑性域締付けにおける締付け力を見積るのに用いられている従来の推定方法について説明する^{1)~3)}。

ねじ部を直径が有効断面の直径 d_s に等しい円柱に

* 原稿受付 平成3年8月1日

** 正 会 員 東京工業大学精密工学研究所(横浜市緑区長津田町 4259)

モデル化すれば、ねじ部に生じる引張応力 σ および最大せん断応力 $\tau_{\max}$ が得られる。ねじ部の外周部において生じる相当応力の最大値 $\bar{\sigma}_{\max}$ は次式で与えられる。

$$\bar{\sigma}_{\max} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau_{\max}^2} \quad (1)$$

Mises の降伏条件に従い、 $\bar{\sigma}_{\max}$ が単軸引張りの降伏応力 σ_{ys} と等しくなる点をねじ部の降伏としている。仮定の円柱の降伏は外周部より開始し内部に進展するが、上記の条件は外周部における局所的な降伏の開始によりねじ部の降伏条件を決定することを意味する。

ISO メートルねじの締付けの場合、ねじ部摩擦係数 μ_s が与えられると、締付け中のボルトの軸力 F_b とねじ部トルク T_s の関係は次式で表される。

$$T_s = F_b \frac{d_2}{2} \left(\frac{P}{\pi d_2} + 1.155\mu_s \right) \quad (2)$$

ここで、 d_2 はねじの有効径、 P はピッチである。式 (1) および式 (2) より、塑性域締付けにおける締付け力であるボルトの降伏軸力 F_{by} は次式で推定される。

$$F_{by} = \frac{\pi d_s^2 \sigma_{ys}}{4 \sqrt{1 + 3 \left\{ \frac{2d_2}{d_s} \left(\frac{P}{\pi d_2} + 1.155\mu_s \right) \right\}^2}} \quad (3)$$

本方法に必要なねじ材料の機械的性質は σ_{ys} である。

2.2 ひずみ増分理論に基づく推定方法

前報で提案したねじ部の全断面の降伏を考慮できるひずみ増分理論による推定方法の概略について説明する⁴⁾⁵⁾。

応力-ひずみ方程式として拡張された Reuss の方程式⁶⁾を用い、ねじ部の弾塑性増分解析を行う。ねじ部を直径が有効断面の直径に等しい円柱にモデル化し、さらに円柱を薄肉円筒の集合と仮定する。この薄肉円筒に z 軸方向の引張りおよび z 軸回りのねじりが負荷される場合、Reuss の方程式は各薄肉円筒について式 (4) で表される。座標および応力を図 1 に示す。

$$\begin{pmatrix} d\epsilon_z \\ d\gamma_{z\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{E} + A \frac{\sigma_z^2}{H' \bar{\sigma}^2} & A \frac{3\sigma_z \tau_{z\theta}}{H' \bar{\sigma}^2} \\ A \frac{3\sigma_z \tau_{z\theta}}{H' \bar{\sigma}^2} & \frac{1}{G} + A \frac{9\tau_{z\theta}^2}{H' \bar{\sigma}^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d\sigma_z \\ d\tau_{z\theta} \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\sigma_z^2 + 3\tau_{z\theta}^2} \quad (5)$$

ここで、 $\bar{\sigma}$ は相当応力、 E は縦弾性係数、 G は横弾性係数、 H' はひずみ硬化を表す係数である。降伏条件 $\bar{\sigma} \geq \sigma_{ys}$ が満たされ、かつ $d\bar{\sigma} > 0$ の場合は $A=1$ とおき、その他の場合は $A=0$ とする。

薄肉円筒の軸方向ひずみおよびねじれひずみが与えられれば、式 (4) より σ_z および $\tau_{z\theta}$ が得られ、さらに、薄肉円筒の集合体である円柱、すなわちねじ部に

Fig. 1 Stresses and coordinate in a cylinder

Fig. 2 Estimated interaction curves for M10 bolts

作用する軸力とトルクが得られる。ねじ部に作用する負荷経路 (式 (2)) に従い繰返し計算を行えば、ねじ部の全断面が降伏する条件が得られるので、これをねじ部の降伏と定義して相互作用曲線を推定する。

本方法ではねじの材料は弾線形硬化塑性体としているため、推定に必要な材料の機械的性質は σ_{ys} および H' であり、これらはねじの単軸引張試験より求める。

2.3 推定結果

図 2 に、ボルト (ねじの呼び M10、強度区分 8.8, 10.9, 12.9) のねじ部の降伏に対する相互作用曲線の推定を、従来の推定方法 (図中、破線) およびひずみ増分理論に基づく推定方法 (実線) により行った結果を比較して示す。推定に必要なねじ部の機械的性質は、後述の実験に用いたボルトの単軸引張試験結果による。図中の直線は式 (2) の関係を表す。いずれの推

Fig. 3 Specimen

定方法の場合も μ_s の増加に従い F_{by} は減少する。ひずみ増分理論による推定値と比較して従来の方法による推定値は小さい。この傾向は μ_s の大きい範囲で顕著である。

3. 実験

3.1 実験方法

M10の六角ボルト（強度区分8.8, 10.9, 12.9）を用いて、組合せ負荷を与えることによりねじ部の降伏に対する軸力とトルクの相互作用曲線を求める。試験に用いたボルトの形状を図3(a)に示す。呼び径ボルトを用いるので、ボルトの降伏は遊びねじ部でのみ生ずる。六角ボルトは首下長さ65 mm、ねじ部長さ35 mmである。つかみ部間の長さ（締付長さに相当）は45 mm、遊びねじ部長さは15 mmである。

また、ボルトから採取した平滑試験片（丸棒）に対し、降伏に対する軸力とトルクの相互作用曲線を求める。実験に用いた平滑試験片を図3(b)に示す。試験片は図3(a)に示すM10、強度区分10.9の六角ボルトより採取し、平行部は直径7.8 mm、長さ20 mmである。

図4に試験片に組合せ負荷を与えるためのジグを示す。試験片を六角頭押さえとねじ部チャックで固定し、ジグの両端をロードセルを介し組合せ負荷試験機⁴⁾の油圧シリンダ軸および油圧モータ軸に各々固定し、引張り力とトルクを負荷する。また試験片の伸びおよびねじれ角は、試験片の両端部に設けたセンタ穴を利用して取り付けた変位計により測定する。

試験片の負荷経路は、締付け中にねじ部に作用する

Fig. 4 Details of setup for testing bolt subjected to combined tensile and torsional load

Fig. 5 Loading path for threaded portion

荷重を想定し、次式のように与える。

$$T_s = x F_b d \quad (6)$$

ここで、 F_b はねじ部の軸力、 T_s はねじ部に作用するトルク、 x は比例定数、 d はねじの呼び径である。通常のボルトの締付けを考えれば、 F_b はボルト軸力（締付け力）、 T_s はねじ部トルクに相当する。締付け中の μ_s が与えられれば、式(2)より次式が得られる。

$$x = \frac{d^2}{2d} \left(\frac{P}{\pi d_2} + 1.155 \mu_s \right) \quad (7)$$

また、締付け時のねじ部トルクが締付けトルクの50%とすればトルク係数 $K=2x$ となる。

3.2 実験結果

F_b と T_s の比、 x を0~0.3まで9段階に変化させ、組合せ負荷試験を行った。実験例として、図5にねじ

Fig. 6 Comparison of interaction curve for threaded portion

Fig. 7 Comparison of interaction curve for cylinder

部に対する負荷経路を示す。降伏は永久ひずみが0.2%の点とする。ひずみの計算に用いる基準長さは遊びねじ部長さあるいは試験片の平行部長さとする。

図6にボルトの強度区分が8.8, 10.9, 12.9の場合のねじ部の降伏時の軸力 F_{by} とトルク T_{sy} の関係、すなわち相互作用曲線を示す。図7に平滑試験片の相互作用曲線を示す。なお $\kappa=0$ は単軸引張りであり、各強度区分のボルトおよび平滑試験片ごとに3回の繰返しの結果を示しているが、ばらつきは小さく、機械的性質は安定している。

4. 考 察

全断面降伏を考慮し推定した相互作用曲線としてひずみ増分理論による推定値を、実験結果と比較するため図6中に破線で示す。前報でも報告したが、推定値と実験結果はほぼ一致する。しかし、 κ の増大にともない推定誤差が生じる。これは推定におけるねじ部の円柱へのモデル化に原因があると考えられる。そこで円柱へのモデル化の必要がない平滑試験片について推定値と実験値の比較を行い、推定方法の問題点について検討する。

平滑試験片の平行部の引張応力 σ およびその外周部の最大せん断応力 τ_{max} より得られる相当応力 $\bar{\sigma} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau_{max}^2}$ が σ_{ys} と一致する点を降伏とする相互作用曲線を図7に破線で示す。ひずみ増分理論を用いた数値解析により推定した相互作用曲線を実線で示す。実験による相互作用曲線は永久伸びが0.2%の点において定義しているから、外周部の局所的な降伏より、全断面の降伏を考慮したひずみ増分理論による推定の方が実験値と良く一致する。全断面降伏を考慮した推定結果では κ の増大にともない若干の誤差を生じるが、平滑試験片の推定誤差はねじ部の場合の半分程度である。これは平滑試験片ではねじ部を円柱にモデル化する必要がないためであり、ねじ部を円柱と仮定する際の誤差が解決できれば、ねじ部に対し平滑試験片と同程度の正確さの推定が可能である。

ひずみ増分理論による相互作用曲線の推定では、塑性変形の生じるねじ部を円柱と仮定し、円柱の径は公称有効断面の直径 $d_s = 8.593$ mm を用いた。一方、単軸引張試験により、M10、強度区分10.9のボルトに対し平滑試験片の降伏応力を基準としてねじ部を円柱とした場合の等価直径を求めたところ、 $d_s' = 8.242$ mm となり、 d_s よりかなり小さい。 d_s は引張強度を基準にしているため、降伏強度に対する適用は必ずしも有効でない。ねじ部の弾性変形量に対する等価直径の場合にも同様の結果が示されている⁷⁾。

表1に、単軸引張試験から求めた d_s' 、およびM10並目ねじの基準寸法である d_2 , d_s 、おねじの谷の径 d_3 の直径比および各々の直径に対応する面積比を d_s の場合を基準として示す。また d_2 , d_3 の寸法測定値から計算される有効断面の直径の実測値 $d_s^* = (d_2 + d_3)/2$ について同様に示す。図8にM10並目ねじの基準山形に対する各々の直径の位置を示す。M10ねじの基準寸法では、 $d_3 = 8.159$ mm が d_s' に最も近く、ねじ部の降伏強度の計算には d_s より d_3 が適する。

Table 1 Diameters and their areas of M 10 external thread

	Diameter mm	Diameter ratio %	Area ratio %
d_3	8.159	94.9	90.2
d_s'	8.242	95.9	92.0
d_s^*	8.44	98.2	96.5
d_s	8.593	100.0	100.0
d_2	9.026	105.0	110.3

Fig. 8 Diameters and basic profile of M 10 external thread

Fig. 9 Effect of stress area at threaded portion on interaction curve

ひずみ増分理論による解析においてねじ部をモデル化した円柱の径を d_s , d_s' , d_3 と変化させた場合の相互

作用曲線を求め、実験結果と比較して図 9 に示す。 d_s' , d_3 を用いた解析では、実験結果をかなり正確に推定できる。ここで d_s' は実験的に求める必要があることを考慮すれば、相互作用曲線の推定のための直径としては d_3 が適する。図 6 に、各強度区分における d_3 を用いた相互作用曲線の推定結果を実線で示す。いずれの強度区分においても d_3 を用いれば、 d_s を用いる場合より正確な推定が可能であり、図 2 に示す μ_s の範囲で推定誤差は 1~2% である。なお x の大きい場合に推定誤差が若干残るのは、式 (4) の H' が実際の材料において塑性ひずみの増大に従い減少するのに対し、解析では材料を弾線形硬化塑性体と仮定し H' を一定としたためと考えられる。

5. 結 言

本研究の主な結果をまとめると次のようになる

- (1) 組合せ応力を受ける平滑試験片の相互作用曲線に対しひずみ増分理論による解析結果が実験結果と良く一致することを確認した。
 - (2) ねじ部の降伏強度の計算には有効断面の直径 d_s よりおねじの谷の径 d_3 が適する。
 - (3) ねじ部を直径 d_3 の円柱にモデル化すれば、相互作用曲線の推定が 1~2% の誤差で可能である。
- 最後に、本研究に対しご協力いただいた東京工業大学精密工学研究所機械工場の職員各位に感謝の意を表する。

参 考 文 献

- 1) E. A. Cornelius & F. O. Kwami : Die Steigerung der Sicherheit von Schraubenverbindungen durch überelastisches Anziehen, Konstruktion, 18, 4, (1966) 142.
- 2) VDI 2230 Blatt 1, Systematische Berechnung hochbeanspruchter Schraubenverbindungen - Zylindrische Einschraubenverbindungen, VDI-Verlag, (1986).
- 3) JIS B 1083, ねじの締付け通則, (1990).
- 4) 辻 裕一, 丸山一男 : 塑性域締結におけるねじ締結体の挙動——ねじ部の降伏軸力の推定方法, 精密工学会誌, 57, 9 (1991) 1627.
- 5) 辻 裕一, 吉田総仁, 丸山一男 : 塑性域締結におけるねじ締結体の挙動——ひずみ増分理論による解析, 精密工学会誌, 54, 1 (1988) 189.
- 6) 山田嘉昭 : 塑性力学, 日刊工業新聞社, (1965) 73.
- 7) 細川修二, 佐藤 進, 津村利光 : ねじの変形計算の断面積について (引張りの場合), 神奈川大学工学部研究報告, 18 (1980) 43.