ロボット逆機構学問題に関する研究 (第1報)*

——逆解の分類指標と逆解数の解明——

金 嘯 海** 古 屋 信 幸*** 遠 山 茂 樹†

Study on the Inverse Kinematics Problem of Robot (1st Report)
— Classification and Analysis of the Number of Inverse Kinematics Solutions —

Xiaohai JIN, Nobuyuki FURUYA and Shigeki TOYAMA

The inverse kinematics is a fundamental robotics. In order to control the position and orientation of the end-effector of a robot, the inverse kinematics solution is necessary. In this paper, work-space is used as the set of reachable positions and orientation of the robot's end-effector, and joint-space is used as the set of reachable configurations of the robot's joint limits. The position and the orientation of a robot's end-effector is defined by a set of the robot's joints angles, that is to say the position and orientation of a robot's end-effect is defined by the mapping from joint space to work-space. A robot is assured to be non-redundant and the new method is proposed to classify the inverse kinematics solution, by resolving the Jacobian of robot. So the dimension of work-space is equal to the dimension of joint-space. First the method of manifold is used to make the character of joint-space clear. And then, the method of mapping is used to define shape-space that is the base-space in joint-space. And then, the method of mapping is used to make clear the number of inverse kinematics solution. In the last the method above is used to analyse the 2-joint (RR) SCARA type robot and the 3-joint (RRR) PUMA type robot.

Key words. inverse kinematics problem, inverse kinematics solution, work-space, joint-space, shape-space, manifold, mapping, SCARA type robot, PUMA type robot

1. は じ め に

ロボットの逆機構学問題はロボットの機構学において、解かなければならない問題の1つである。順運動学問題は、与えられた関節角からロボットの一意的な位置と姿勢を求める問題で、それは直接に求められる。しかし、逆機構学問題は、与えられたロボットの先端の位置と姿勢からロボットの各関節変数の値を求める問題で、それは簡単に解けない。ここで、ロボットが作業を行う3次元空間で、位置、姿勢を与える3次元空間のことを作業空間、作業空間の位置、姿勢を与えるパラメータで構成する空間のことを関節空間と呼ぶことにすれば、作業空間内の点から関節空間内の点への対応を与える逆機構問題には一般的に複数の逆解が存在し、その逆解はロボットの構造に依存する。あるロボットの設計ではその逆解が全く解けない場合もある。一方、ロボットが実際の作業を実行するには、作業空間に置いて目的にかなう動作を実行しなければならない。また、ロボット機構は得られた逆解を前提条件としてロボットの制御を行う。そのために、ロボットの逆解を解かなければならない。今まで、ロボットの逆機構学問題の解法は基本的には2つあり、1つは機構ごとの特徴を使って解析解を求める方法で、もう1つはあらゆる型のロボットに適用できる数値的な反復法である。しかし、一般的に前者は汎用性が無く、後者には収束した解が希望した解であるという保証が無く、また、特異点付近では精度が著しく悪い場合もある。ここで作業空間内でロボットが特異姿勢をとる部分空間のことを特異空間と呼ぶことにすれば、特異空間が作業空間の周辺部にある場合は、比較

的問題が少ない。しかし、自由度が5あるいは6となる通常の産業用ロボットでは、特異空間はロボットが作業を行う作業空間内に多数存在する。従って、今まで、有効な多自由度ロボットの一般逆解の解法はない。

本研究では、多自由度ロボットの一般逆解を求める方法と関連することから、ロボットの関節空間の構造と性質を解明することにし、まず、多様体の理論を利用して、関節空間の構造と性質を解明する。そして、ロボットの逆解と1対1に対応すると考えられるロボットの姿勢を定義する数値的な形態指標を定義する。最後に、写像の原理を利用して、ロボットの逆解の数と形態指標の関係を明らかにし、実際のロボットの解析に応用する。

2. 作業空間への写像とヤコビ行列

本研究ではロボットのアームを構成するリンクは剛体と仮定する。ロボットのアーム先端の位置と姿勢は各関節の角度の関数である。つまり、関節空間から作業空間への写像により位置と姿勢が決まる。一般に多自由度ロボットにおいては、関節空間から作業空間への写像も、その逆写像も高次元空間の間の写像となる。また、冗長自由度を持たない場合は、2つの空間の次元は等しくなる。ここでは冗長自由度を持たないと仮定する。

$$\theta^n \rightarrow R^n \quad (1)$$

 θ^n . 関節空間 R^n . 作業空間 n . 自由度

多変数関数の写像の性質を調べる問題は、写像の微分可能性が保証されている場合、ヤコビ行列の性質を調べる問題に帰着される。

* 原稿受付 平成6年4月28日

** 学生会員 山梨大学大学院 (甲府市武田4-3-11)

*** 正 会 員 山梨大学工学部

† 正 会 員 東京農工大学工学部 (小金井市中町2-24-16)

Fig. 1 Real number mapping from joint-space

$$P = \begin{bmatrix} P' \\ \phi \end{bmatrix} = P(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n) \quad (2)$$

$$P' = [x \ y \ z]^T$$

$$\phi = [\alpha \ \beta \ \gamma]^T$$

θ_i は関節 i の角度

P' は座標を表すベクトル

ϕ は姿勢を表すオイラ角

P の微分をとると：

$$dP = \sum_{i=1}^n \frac{\partial P}{\partial \theta_i} d\theta_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P}{\partial \theta_2} & \dots & \frac{\partial P}{\partial \theta_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\theta_1 \\ d\theta_2 \\ \vdots \\ d\theta_n \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$dP = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \theta_1} & \frac{\partial x}{\partial \theta_2} & \dots & \frac{\partial x}{\partial \theta_n} \\ \frac{\partial y}{\partial \theta_1} & \frac{\partial y}{\partial \theta_2} & \dots & \frac{\partial y}{\partial \theta_n} \\ \frac{\partial z}{\partial \theta_1} & \frac{\partial z}{\partial \theta_2} & \dots & \frac{\partial z}{\partial \theta_n} \\ \frac{\partial \alpha}{\partial \theta_1} & \frac{\partial \alpha}{\partial \theta_2} & \dots & \frac{\partial \alpha}{\partial \theta_n} \\ \frac{\partial \beta}{\partial \theta_1} & \frac{\partial \beta}{\partial \theta_2} & \dots & \frac{\partial \beta}{\partial \theta_n} \\ \frac{\partial \gamma}{\partial \theta_1} & \frac{\partial \gamma}{\partial \theta_2} & \dots & \frac{\partial \gamma}{\partial \theta_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\theta_1 \\ d\theta_2 \\ \vdots \\ d\theta_n \end{bmatrix} = J d\phi \quad (4)$$

J はヤコビ行列である。式 (4) より、ヤコビ行列は関節動作の微分空間とハンド動作の微分空間との間の線形写像であることが分かった。

もしヤコビ行列 J が正則ならば、 $\det(J) \neq 0$ であり、逆行列が存在する。式 (4) より、

$$d\phi = J^{-1} dP \quad (5)$$

ロボットの逆機構学問題においては、特異姿勢をとらない場合には、関節空間から作業空間への写像に関するヤコビ行列の逆行列によって逆解を求めることができる。しかし、一般的に、すべてのロボットはその作業空間の境界に特異点を持っており、多自由度ロボットの場合には作業空間の内部にも特異点が存在することが知られている。そのために、特異点でのロボットの逆解をどう求めるかが、ロボットの制御にとっては大きな問題である。

ヤコビ行列式 (determinant) は関節空間から実数への写像となっている。

$$\det(J) : \theta^n \rightarrow R^1$$

特異空間においては $\det(J) = 0$ であるから、図 1 のような関係となる。

Fig. 2 Dimension of i th singularity-space

Fig. 3 One-to-one mapping in work-space from joint-space

特異空間ではロボットのアーム先端の運動できる方向が減るので、特異空間の次元は作業空間の次元より減る。つまり、ロボットの自由度が減ることになる。

$$\Omega_s \in R^{n-i} \quad (6)$$

$$\dim \Omega_s = n - i \quad (7)$$

Ω_s は特異空間

i は 1 から $(n-1)$ までの整数

本論文では、次元が i 個減る特異空間のことを i 次特異空間と定義する。式 (7) により i 次特異空間ではロボットの自由度も i 個減る (図 2)。

3. 逆解の個数

関節空間と作業空間の定義により、関節空間から作業空間への写像は全射である。また、多自由度ロボットでは、作業空間内において様々な姿勢を取れることから、関節空間から作業空間への写像は単射ではないことがわかる。そのため、二つの空間の間の写像が単射となるように、関節空間と作業空間を幾つかの部分空間に分割することを考えることにする。まず、式 (4) より、ヤコビ行列は関節空間内の点の近傍から対応する作業空間の点の近傍への線形写像となっている。ヤコビ行列が正則である場合、その近傍の間には 1 対 1 の対応関係が成立していることになる。したがって、その近傍の領域を接続してゆくことによって関節空間と作業空間が 1 対 1 写像となるような部分空間を定義することが可能となる。このような関節空間の部分空間のことを本論文では形態空間と定義する。この部分空間の間ではヤコビ行列は形態空間から作業空間への同相写像となっている。

上で述べたように作業空間との間で 1 対 1 写像が成立するように、関節空間を部分空間に分割した場合、分割された関節空間の部分空間は図 3 に示すように、作業空間と対応するものが複数存在することになり、これらの部分空間のことをここでは形態空間と定義した。したがって逆解の数は形態空間の数と等しいことになる。

$$\text{逆解の数} = \text{形態空間数} \quad (8)$$

4. 関節空間の性質

本研究では多様体の理論を利用し、関節空間に関する次の3つの性質を解明した。

〔性質1〕 関節空間は自由空間と特異空間に分類される。

証明. 自由空間と特異空間の定義により, 自由空間 $\Omega_F = \{x \in \Omega \mid \det(J) \neq 0\}$ は関節空間 Ω の開集合. 特異空間 $\Omega_S = \{x \in \Omega \mid \det(J) = 0\}$ は関節空間 Ω の閉集合. 明らかに $\Omega_F \cap \Omega_S = \emptyset$ で, $\Omega_F \cup \Omega_S = \Omega$ である。

〔性質2〕 特異空間は形態空間の境界を構成する。

証明. 関節空間 Ω はユークリッド空間 R^n の部分集合である. したがって Ω を R^n に対する相対位相により位相空間と考えて良い. また, 2節に述べたように, ヤコビ行列 J は関節空間から作業空間への微分写像であるため, Ω の開集合自由空間 Ω_F と Ω_F から H^n の開集合の上への C^∞ 級微分同相写像 J の組 (Ω_F, J) は Ω の座標近傍である. Ω の座標近傍の族 $(U_\lambda, \varphi_\lambda)_{\lambda \in A}$ は $\bigcup_{\lambda \in A} U_\lambda = \Omega$ であるため, つまり Ω の座標近傍系である. ただし n はロボットの自由度 (一定の自然数) である. 多様体定義から, Ω は R^n における多様体である. また, 特異空間内の一点 a ($a \in \Omega$), a の Ω における座標近傍 (Ω_F, φ) は, 2節で述べたように, 空間の次元が減る式 (4), つまり $J(a) \in R^{n-1} \times 0$ の条件を満たす. 多様体の境界点の定義により, a は多様体 Ω の境界点となる. 境界の定義によると特異空間 Ω_S は多様体 Ω の境界となる。

〔性質3〕 i 次特異空間は $(i-1)$ 次特異空間の境界を構成する. 性質2の証明と同様にして証明される。

5. 関節空間の構造

5.1 ロボットの形態指標の定義

3節で多自由度ロボットの逆解の数は形態空間数と等しくなることを解明した. 一般的に, 多自由度ロボットはロボット工具先端の位置姿勢が同一でも作業空間内において様々な姿勢を取ることができる. この姿勢のことをロボットの形態と定義した. 形態の分類はロボットの逆解問題と密接に関連することになる. 先に解明した関節空間の性質2により, 特異空間は形態空間境界を構成していることになる. また, 特異空間ではヤコビ行列式が零になる. この性質を利用してロボットの形態を分類することができる。

まず, ヤコビ行列式を次のように素因数式に分解する.

$$\det(J) = f_1(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n) * f_2(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n) * \dots * f_m(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n) \quad (9)$$

m は素因数式の数

n はロボットの自由度

式 (9) に示したヤコビ行列式の素因数式 $f_1(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$, $f_2(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$, $\dots$, $f_m(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$ が零になる空間は特異空間である. すなわち, 関節空間は, 形態空間の境界を構成するこれらの部分特異空間によって分割される. また, 形態空間では逆解は2つ以上存在しない. つまり, 式 (9) の素因数分解式の符号によってロボットの形態を分類することができる. つまり,

$$\text{ロボットの形態数} = 2^m \quad (10)$$

m はヤコビ行列式の素因数数の数

以上とはなり得ない。

5.2 関節空間の構造

上で述べたように, 関節空間は, 作業空間上への1対1写像である形態空間に分割できる. また, 解明した関節空間の性質

Fig. 4 Structure of joint-space

1と性質2により, 関節空間は自由空間と特異空間に分類される. 特異空間は形態空間の境界であり, 自由空間は形態空間の内部である. すなわち,

形態空間は関節空間のベース空間である。

$$\begin{cases} \Omega_k^1(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n) \mid (f_1 \geq 0) \cap (f_2 \geq 0) \cap \dots \cap (f_m \geq 0) \\ \Omega_k^2(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n) \mid (f_1 \leq 0) \cap (f_2 \geq 0) \cap \dots \cap (f_m \geq 0) \\ \vdots \\ \Omega_k^m(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n) \mid (f_1 \leq 0) \cap (f_2 \leq 0) \cap \dots \cap (f_m \leq 0) \end{cases} \quad (11)$$

図4のように関節空間は 2^m 個形態空間に分割できる. また, 関節空間の性質2と性質3により, 形態空間は特異空間で互いに接触している. 式 (9) により, i 個形態空間が接触している部分空間でヤコビ行列式の素因数式は i 個零になる. また, 零になるヤコビ行列式の素因数式の数 i はヤコビ行列の減るランク数と等しい. つまり, ロボットの減る自由度数である. 前で定義した i 次特異空間の定義による, i 個形態空間が接触している部分空間は i 次特異空間である。

$$\begin{cases} \Omega_S^i \mid \{(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n) \mid (f_j = 0) \cap (f_m = 0)\} \\ \Omega_S^{i-1} \mid \{(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n) \mid (f_j = 0) \cup (f_m = 0) \cap (\Omega_S^i)^c\} \end{cases} \quad (12)$$

6. ロボットの逆解について

すでに述べたように多自由度ロボットの逆解の数は形態空間数と等しくなる. ただし, 形態空間の境界である特異空間の場合は少し複雑である. 特異空間でロボットの自由度数は減る. また, ロボットの逆解数も減るようである. 前で述べたように形態空間は閉空間であるため, 特異空間によって分割した関節空間のベース空間である形態空間は, 特異空間で接触している. つまり, 特異空間は隣接する形態空間の共通部分である. したがって, 特異空間の場合, ロボットの逆解は共通している形態空間の数だけの重解があることになる. 式 (8) により,

$$\text{逆解の数} = n \quad (13)$$

$$n = \begin{cases} 2^m & (\text{逆解が自由空間内の場合}) \\ 2^{m-i} & (\text{逆解が } i \text{ 次特異空間内の場合}) \end{cases}$$

7. ロボットの解析アルゴリズムの応用

先に紹介した関節空間の分類法の具体的な解析のアルゴリズムを2自由度 (RR) SCARA ロボットと3自由度 (RRR) PUMA ロボットを例として, 紹介する.

注: $S_i = \sin(\theta_i)$; $C_i = \cos(\theta_i)$;

$S_{ij} = \sin(\theta_i + \theta_j)$; $C_{ij} = \cos(\theta_i + \theta_j)$;

$i, j = 1, 2, \dots, n$

7.1 2自由度 (RR) SCARA ロボット

$${}^0A_1 = \begin{bmatrix} C_1 & -S_1 & 0 & a_1 C_1 \\ S_1 & C_1 & 0 & a_1 S_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Fig. 5 SCARA type robot

Table 1 SCARA robot arm link coordinate parameters

Joint i	θ_i	α_i	a_i	d_i	Joint range
1	0	0	400	0	-180 - 180
2	0	0	200	0	-180 - 180

$${}^1A_2 = \begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & 0 & a_2C_2 \\ S_2 & C_2 & 0 & a_2S_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

同次座標変換行列は

$${}^0T_2 = {}^0A_1 {}^1A_2 = \begin{bmatrix} C_{12} & -S_{12} & 0 & a_1C_1 + a_2C_{12} \\ S_{12} & C_{12} & 0 & a_1S_1 + a_2S_{12} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

この2自由度 SCARA ロボットのベース座標系におけるヤコビ行列は以下のである。

$$J = \begin{bmatrix} -a_1S_1 - a_2S_{12} & -a_2S_{12} \\ a_1C_1 + a_2C_{12} & a_2C_{12} \end{bmatrix} \quad (14)$$

行列式は以下になる。

$$\det(J) = a_1a_2 \sin \theta_2 \quad (15)$$

特異点で $\det(J)=0$,

$$a_1a_2 \sin \theta_2 = 0$$

$$\therefore \sin \theta_2 = 0 \rightarrow \theta_2 = 0^\circ, 180^\circ$$

(1) 2自由度 (RR) SCARA ロボットの形態数

この2自由度 SCARA ロボットのヤコビ行列式を素因数式に分解すると、素因数式は1個だけ。式(15)、式(10)より、

$$\text{この2自由度 SCARA ロボットの形態数} = 2^1 = 2 \quad (16)$$

(2) 関節空間の構造

前で提案した関節空間の分類法により、関節空間のベース空間は形態空間である。また、特異空間は形態空間の境界となっている。自由空間は形態空間の内部である。図7は分割した関節空間を示している。

$$\begin{cases} \Omega_k^1(\theta_1, \theta_2) | \sin \theta_2 \geq 0 \\ \Omega_k^2(\theta_1, \theta_2) | \sin \theta_2 \leq 0 \end{cases} \quad (17)$$

また、ヤコビ行列式の素因数式によると、この2自由度 SCARA ロボットの特異空間は1次特異空間しかない。

$$\Omega_s^1(\theta_1, \theta_2) | \sin \theta_2 = 0 \quad (18)$$

(3) 2自由度 (RR) SCARA ロボットの逆解数

式(13)により、この2自由度 SCARA ロボットの逆解の数は、

$$\text{逆解数} = \begin{cases} 2 & (\text{自由空間内の場合}) \\ 1 & (\text{特異空間内の場合}) \end{cases} \quad (19)$$

Fig. 6 Shape of SCARA type robot

Fig. 7 Joint-space of SCARA type robot

7.2 3自由度 (RRR) PUMA ロボット

$${}^0A_1 = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & -S_1 & 0 \\ S_1 & 0 & C_1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^1A_2 = \begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & 0 & a_2C_2 \\ S_2 & C_2 & 0 & a_2S_2 \\ 0 & 0 & 1 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^2A_3 = \begin{bmatrix} C_3 & -S_3 & 0 & a_3C_3 \\ S_3 & C_3 & 0 & a_3S_3 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

同次座標変換行列は

$${}^1T_3 = {}^1A_2 {}^2A_3 = \begin{bmatrix} C_{23} & -S_{23} & 0 & a_2C_2 + a_3C_{23} \\ S_{23} & C_{23} & 0 & a_2S_2 + a_3S_{23} \\ 0 & 0 & 1 & d_2 + d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^0T_3 = {}^0A_1 {}^1T_3$$

$$= \begin{bmatrix} C_1C_{23} - C_1S_{23} - S_1 & C_1(a_2C_2 + a_3C_{23}) - S_1(d_2 + d_3) \\ S_1C_{23} - S_1S_{23} & C_1 & S_1(a_2S_2 + a_3S_{23}) + C_1(d_2 + d_3) \\ -S_{23} & -C_{23} & 0 & -a_2S_2 - a_3S_{23} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

この3自由度 PUMA ロボットのベース座標系におけるヤコビ行列は以下のである。

$$J = \begin{bmatrix} -S_1(a_2C_2 + a_3C_{23}) - C_1(d_2 + d_3) & -a_2C_1S_2 - a_3C_1S_{23} & -a_3C_1S_{23} \\ C_1(a_2C_2 + a_3C_{23}) - S_1(d_2 + d_3) & -a_2S_1S_2 - a_3S_1S_{23} & -a_3S_1S_{23} \\ 0 & -a_2C_2 - a_3C_{23} & -a_3C_{23} \end{bmatrix} \quad (20)$$

この3自由度 PUMA ロボットの行列式を素因数式に分解すると、以下になる。

$$\det(J) = a_2a_3S_3(a_2C_2 + a_3C_{23}) \quad (21)$$

Fig. 8 PUMA type robot

Fig. 9 Shape of PUMA type robot

Table 2 PUMA robot arm link coordinate parameters

Joint i	θ_i	α_i	a_i	d_i	Joint range
1	0	-90	400	0	-180 - 180
2	0	0	200	0	-180 - 180
3	0	0	200	0	-180 - 180

特異点で $\det(J)=0$

$$\therefore \begin{cases} S_3=0 \\ a_2C_2+a_3C_{23}=0 \end{cases}$$

(1) 3自由度 (RRR) PUMA ロボットの形態数

この3自由度 PUMA ロボットのヤコビ行列式は素因数式が2個ある。式(10)より、

$$\text{この3自由度 PUMA ロボットの形態数} = 2^2 = 4 \quad (22)$$

(2) 関節空間の構造

前で提案した関節空間の分類法により、関節空間のベース空間は形態空間である。また、特異空間は形態空間の境界となっている。自由空間は関節空間の内部である。図10は分割した関節空間を示している。

$$\begin{cases} \Omega_k^1\{(\theta_1, \theta_2, \theta_3) | S_3 \geq 0 \cap (a_2C_2 + a_3C_{23}) \geq 0\} \\ \Omega_k^2\{(\theta_1, \theta_2, \theta_3) | S_3 \leq 0 \cap (a_2C_2 + a_3C_{23}) \geq 0\} \\ \Omega_k^3\{(\theta_1, \theta_2, \theta_3) | S_3 \geq 0 \cap (a_2C_2 + a_3C_{23}) \leq 0\} \\ \Omega_k^4\{(\theta_1, \theta_2, \theta_3) | S_3 \leq 0 \cap (a_2C_2 + a_3C_{23}) \leq 0\} \end{cases} \quad (23)$$

また、この3自由度 PUMA ロボットのヤコビ行列式の素因数式を分析すると、同時に零になるヤコビ行列式の素因数式の数最高2になる。すなわち、この3自由度 PUMA ロボットの特異空間は1次特異空間と2次特異空間とがある。

$$\begin{cases} \Omega_s^2\{(\theta_1, \theta_2, \theta_3) | S_3 \geq 0 \cap (a_2C_2 + a_3C_{23}) = 0\} \\ \Omega_s^1\{(\theta_1, \theta_2, \theta_3) | S_3 \geq 0 \cup (a_2C_2 + a_3C_{23}) = 0 \cap (\Omega_s^2)^c\} \end{cases} \quad (24)$$

(3) 3自由度 PUMA ロボットの逆解数

式(13)により、この3自由度 PUMA ロボットの逆解の数は、以下のようである。

$$\text{逆解数} = \begin{cases} 4 & (\text{自由空間内の場合}) \\ 2 & (1\text{次特異空間内の場合}) \\ 1 & (2\text{次特異空間内の場合}) \end{cases} \quad (25)$$

8. 多自由度ロボットについて

本論文では、2自由度 (RR) SCARA ロボットと3自由度 (RRR) PUMA ロボットを例として具体的な解析方法を示し

た。5,6自由度など多自由度ロボットにも示した解析方法を適用できる。但し、3自由度以上の場合、数式で関節空間を自由空間と特異空間に分類できるが、具体的な図で表示することができない。また、高自由度ロボットでは、ヤコビ行列式を素因数式に分解することも複雑である。しかし、本論文で示した解析方法はロボットの自由度数と関係なく、ヤコビ行列式を素因数式に分解すれば、関節空間の分類と逆解数の解明などが全部適用できる。

9. 結 論

今回、まず多様体の理論を利用して、関節空間の基本構造と3つの性質を解明した。また、数値計算上で利用可能なロボットの姿勢を分類するための数値指標を定義した。続いて、写像の原理を利用して、ロボットの逆解の数を解明した。最後に、2自由度 SCARA ロボットと3自由度 PUMA ロボットを例として、それらの結果の正確性を確かめた。今後、これらの結果を用いて、多自由度ロボットの一般逆解の解法を解明する。

参 考 文 献

- 1) K. S. フー, R. C. ゴンザレス, C. S. G. リー (本多庸悟ほか訳): ロボティクス, 日刊工業新聞社, (1989) 251.
- 2) R. P. Paul (吉川恒夫訳): Robot Manipulators, The MIT Press, (1982) 82.
- 3) 遠山茂樹: 機械系のためのロボティクス, 総合電子出版社, (1980) 24.
- 4) J. J. Craig (三浦宏文, 下山 勲訳): ロボティクス, 共立出版社, (1991) 92.
- 5) 古川恒夫: ロボット制御基礎論, コロナ社, (1988) 58.
- 6) 牧野 洋ほか: ロボット機構学, 日刊工業新聞社, (1988) 209.
- 7) 広瀬茂男: ロボット工学, 裳華房, (1987) 98.
- 8) 中岡 稔: 位相数学入門, 朝倉書店, (1971) 135.