振動減衰のマイクロダイナミクス*

保 坂 寛** 板 生 清***

Microdynamics of Vibrational Damping

Hiroshi HOSAKA and Kiyoshi ITO

Damping characteristics of beam-shaped microactuators are studied analytically to get basic formulas used for their dynamic design. First, air flow damping is calculated by a bead model, where the beam is modeled by a line of spheres, and its accuracy is verified by comparing it with experimental results. Next, squeeze damping is calculated by the narrow bearing theory, and internal friction is calculated by the structural damping theory. Final formulas are obtained in simple and closed forms so that they can easily be used in the actual design. Next, the results are applied to silicon cantilevers, Permalloy cantilevers, and Permalloy spiral springs, and the relationships between beam size and damping ratio are clarified. A simple method to get indicial responses is also presented and the relationship between beam size and settling time is clarified.

Key words: microactuator, vibration, air flow damping, squeeze damping, internal friction

1. は じ め に

近年、静電型、電磁型、光励起型等各種のマイクロアクチュエータが試作されている。これらアクチュエータの動力学設計においては、固有振動数と減衰特性を評価することが基礎となる。固有振動数については、すでにマイクロ領域においても、実験値と計算値が一致することが示されている¹⁾。減衰比については、通常サイズの構造に対しては、内部摩擦のみに着目した構造減衰の理論が知られている²⁾。寸法が微小化すると空気抵抗が相対的に大きくなり、その考慮が必須となる。Kokubun³⁾、Terasawa⁴⁾、Blom⁵⁾は、自由空間中の微小振動子を単一または複数の球で置き換え、空気圧力と減衰力の関係を求めている。またHirano⁶⁾、村上⁷⁾は、静電駆動アクチュエータにおける固定電極・振動子間空気層のスライズ力をレイノルズ方程式により評価している。しかし空気流の支配方程式は解析解を得ることが困難なため、これらの研究では、パラメータの一部に実験値を用いたり、あるいは振動子寸法との定性的関係のみに着目して減衰比を求めており、計算だけで減衰比を定量的に求めるには至っていない。またマイクロアクチュエータでは、内部応力を解放するためU形等の曲がりひしが多用されるが、真直はり以外の特性や、高次モードの特性、他の減衰力との関係も明らかにされていない。この結果現在では、マイクロ領域の減衰比はオーダーも見積もることが困難となっている。

本研究では、自由空間中および固定壁と近接して振動する任意形状のはり構造アクチュエータに対して、任意の振動モードにおける減衰比を簡便かつ定量的に求める計算式を導出する。まず、現在のマイクロアクチュエータは多くがはり構造であり、この場合には空気流が2次元的となることに着目して、空気抵抗およびスライズ力を近似的・解析的に求める方法を示す。また、内部摩擦と支持部減衰を既存式により計算し、これらの合計を全減衰比とする。ついで得られた式を、代表的なマイクロマシンであるシリコンおよびパーマロイ振動子に適用

し、寸法微小化と減衰比の関係を明らかにする。また空気抵抗については、既存の実験値と比較し、計算法の妥当性を確認する。最後に、マイクロリレーやバルブへの応用として、ステップ入力に対する残留振動を計算する。

2. 解 析 法

2.1 解析モデル

マイクロアクチュエータの形状を、図1に示すような幅 b と厚さ h が一定のはり構造とする。フォトリソグラフィによる製造を想定して、形状は2次元的とするが、屈曲の有無や固定方法は任意とする。また静電駆動型を想定し、はりの振動方向にすきま g を隔てて固定壁がある場合も扱う。この構造に対して、空気抵抗、スライズ力、内部摩擦、支持部損失の減衰力が働くとする。各減衰力について、以下で計算式を導く。

2.2 空気抵抗

振動子の周囲流体の流れは、ナビエ-ストークス方程式(1)により与えられる。

$$-\nabla p = -\mu \Delta \mathbf{v} + \rho_a (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} - \rho_a \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} \quad (1)$$

ここで、 ρ_a : 空気密度、 μ : 粘性係数、 p : 圧力、 $\mathbf{v}$: 速度である。式(1)は解析的に解けないため簡略化を行う。まず、はりを長さ L 、幅 $b=L/10$ 、厚さ $h=L/100$ の直方体片持ちはりとし、先端の振動振幅 $a=L/1000$ 、材料をシリコン(ヤング率 $E=155$ GPa、密度 $\rho_b=2300$ kg/m³)とすると、1次固有振動数 ω_1 における流速の最大値 v は

Fig. 1 Geometry of beam actuator

* 原稿受付 平成5年6月10日

** 正会員 日本電信電話(株)(武蔵野市緑町3-9-11)

*** 正会員 中央大学理工学部(東京都文京区春日1-13-27)

Fig. 2 Beads model

$$v = a\omega_1 \approx 8.32 \times 10^{-2} \text{ m/s} \quad (2)$$

のオーダーとなる。流れに直角に置かれた板の周囲流では、はりの厚さ・幅方向ともに、流速の空間微分は長さ b で速度が 0 から式 (2) に変化する程度のオーダーとなるから、レイノルズ数 Re は

$$Re = \frac{|\rho_a(v \cdot \nabla)v|}{|\mu \Delta v|} \approx \frac{\rho_a v b}{\mu} \approx 600 [1/\text{m}] \cdot L \quad (3)$$

となる。ここで $\rho_a = 1.3 \text{ kg/m}^3$, $\mu = 1.81 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ としている。 $L < 1.6 \text{ mm}$ のとき $Re < 1$ となり、第 2 項は通常のマイクロアクチュエータ ($10 \mu\text{m} < L < 1 \text{ mm}$) では無視できることが分かる。同様にして振動レイノルズ数 R_v を見積ると、

$$R_v = \frac{|\rho_a \frac{\partial v}{\partial t}|}{|\mu \Delta v|} \approx \frac{\rho_a \omega_1 b^2}{\mu} \approx 60\,000 [1/\text{m}] \cdot L \quad (4)$$

となる。 R_v も L に比例するが、 $L > 16 \mu\text{m}$ では $R_v > 1$ となり、第 3 項は無視できない。よって式 (1) で第 2 項のみを無視した式が空気抵抗の基礎方程式となる。

上記方程式は円柱や角柱等、はり状の構造に対しては解析解が得られていない。数值的に解くことも考えられるが、寸法効果を簡便に見積もり、かつ最終的な式をシンプルにまとめるために、既存の解析解を用いて近似的に解くことを考える。まずはりが十分に細長ければ、空気流ははりに直角な 2 次元流となり、このとき流体力は、その位置のはり速度だけで決まる。そこで、はりから長さ b の微小部分を切り取り、これを球で置き換えることを考える。球の周囲流は 3 次元的であるが、その直径とはりの幅が等しければ、流速の空間微分は球、はりともに v/b のオーダーとなる。また時間微分も、球がはりと一体で動けばともに $\omega_1 v$ のオーダーとなる。したがって、球とはりで式 (1) 右辺は同程度の大きさとなり、左辺の圧力すなわち流体力もオーダー的には等しくなる。はり全体については、本モデルは図 2 に示すように、はりを直径 b の球の集合で近似したことになり、これは Kokubun ら³⁾ のビーズモデルで直径=幅としたことに相当する。本モデルの定量的な精度は次節で確認する。

正弦振動する球に対しては基礎方程式の解析解が得られており、流体力の速度比例成分 β_1 は

$$\beta_1 = 3\pi\mu b + \frac{3}{4}\pi b^2 \sqrt{2\rho_a \mu \omega} \quad (5)$$

で与えられる⁸⁾。このとき、周波数 ω で加振される真直はりの運動方程式は式 (6) となる。

$$\rho_b b h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{\beta_1 \partial w}{b \partial t} + EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = f e^{i\omega t} \quad (6)$$

ここで、 w : はりの変位、 I : 断面 2 次モーメント、 x : 長手方向座標、 f : 外力の x 方向分布である。 $w_n(t)$ を時間関数と

して、 w を式 (7) のように無減衰のモード関数 ϕ_n で展開すると式 (8) を得る。

$$w(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} w_n(t) \cdot \phi_n(x) \quad (7)$$

$$m_n \ddot{w}_n + c_{1n} \dot{w}_n + k_n w_n = f_n e^{i\omega t} \quad (8)$$

ただし

$$m_n = \rho_b b h \int_0^L \phi_n^2 dx, \quad f_n = \int_0^L f \phi_n dx \quad (9)$$

$$c_{1n} = \frac{\beta_1 m_n}{\rho_b b^2 h}, \quad k_n = \omega_n^2 m_n$$

である。以上より、 n 次固有振動数 ω_n で加振したときの n 次の減衰比は式 (10) となる。

$$\zeta_{1n} = \frac{\bar{c}_{1n}}{2m_n \omega_n} = \frac{\bar{\beta}_1}{2\rho_b h b^2 \omega_n} \quad (10)$$

ここで $\bar{c}_{1n}$ と $\bar{\beta}_1$ は $\omega = \omega_n$ における c_{1n} と β_1 を表す。 ω_n での加振を条件とした理由は、 c_{1n} が ω の関数のためである。以下、 $\bar{\quad}$ を付したものは $\omega = \omega_n$ における値を示すものとする。

以上は真直はりに対して計算したが、これを曲がりはりに適用することを考える。はりの単位長さについて、慣性力の並進運動成分は (中立軸の加速度) $\times$ (単位長さ質量) で与えられる。またビーズモデルにおける単位長さの減衰力は (中立軸の速度) $\times$ (球の単位速度の抵抗/はりの幅) で与えられ、両者の比は振動モード形やはりの屈曲形状に依存しない。したがって並進運動に限れば、 c_{1n}/m_n ははり形状に依存せず、減衰比は式 (10) で与えられる。実際の曲がりはりではねじりが起こり、慣性力には中立軸回りの回転慣性が加わる。一方ビーズモデルは回転抵抗を考慮していないため、厳密には式 (10) が成り立たない。しかしはりが細長ければ、回転慣性は小さく、誤差は無視できる。

なお式 (5) では空気の圧縮性を無視しているが、その影響は十分に小さい。圧縮性は、音の波長が物体の長さ以下の場合に顕著となるが、例えばはり形状を式 (2) と同じとすれば、波長ははり長さより 1 けた以上大きい。

2.3 スクイズ力、内部摩擦、支持部損失

振動子と隣接して固定壁がある場合、空気層の圧力 (スクイズ力) はレイノルズ方程式により与えられる。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(g^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(g^3 \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 12\mu \frac{\partial g}{\partial t} \quad (11)$$

ここで y は幅方向の座標である。はりが細長いとすると、無限小幅軸受近似が適用でき、長手方向の圧力変化を無視できる。さらに、静止時のすきま g_0 を場所によらず均一とし、振動振幅 w はこれに比べ十分小とすると、式 (11) は次の形に簡略化される。

$$g_0^3 \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = 12\mu \frac{\partial w}{\partial t} \quad (12)$$

式 (12) から圧力 p を求め、これを幅方向に積分すると、単位長さ当たりのスクイズ力が得られる。2.2 節と同様にしてはりの方程式に代入し、 n 次モードに対して減衰比を計算すると式 (13) を得る。

$$\zeta_{2n} = \frac{\mu b^2}{2\rho_b g_0^3 h \omega_n} \quad (13)$$

曲がりはりに対しても、はりが細長ければ幅方向流れが支配的となるため、式 (13) が適用できる。

内部摩擦は構造減衰の理論²⁾により計算する。減衰力のはりの運動方程式においてヤング率 E を

Fig. 3 Damping ratio of silicon cantilever

$$E' = E \left(\frac{\eta \partial}{\omega \partial t} + 1 \right) \quad (14)$$

と置き換えることにより計算される。ここで η は材料により決まる構造減衰係数である。これを固有モード展開すると、 n 次のモーダルダンピング c_{3n} および $\omega = \omega_n$ における n 次減衰比 ζ_{3n} が得られる。

$$c_{3n} = \frac{\eta}{\omega} k_n, \quad \zeta_{3n} = \frac{\eta}{2} \quad (15)$$

式(15) ははり形状によらず成り立つ。

支持部損失は、通常の機械構造では、主としてボルト締結部等接合面での微小摩擦により発生する。これに対しマイクロアクチュエータは、エッチング等により製造されるため全体が一体であり、理想状態では微小摩擦は無視できる。支持部損失の他の要因としては、支持基板の弾性振動によるエネルギー放射があり、片持ちはりの1次共振の場合、この減衰比は式(16)で与えられる⁹⁾。

$$\zeta_{41} = \frac{0.23h^3}{l^3} \quad (16)$$

はり形状を式(2)と同じとすれば、 ζ_{41} は 10^{-7} のオーダーとなる。これは他の要因に比べ1けた以上小さく、無視できる。

3. 減衰比とはり寸法の関係

前節の結果をシリコン片持ちはりに適用した。1次および2次共振周波数における各減衰比とはり長の関係を図3に示す。はりの形状は図中に示す相似形の直方体とし、ヤング率と密度はバルク材料の値 $\rho_b = 2300 \text{ kg/m}^3$ 、 $E = 155 \text{ GPa}$ を、 η は文献5)の値 $\eta = 5 \times 10^{-6}$ を用いている。スクイズ力 ζ_{2n} が最も大きく、ついで空気抵抗 ζ_{1n} 、最後に内部摩擦 ζ_{3n} となっている。すなわち、電極を近接配置する静電駆動型振動子では、減衰比は ζ_{2n} のみ考慮すればよく、これは寸法の -1 乗に比例する。また固定壁が無い場合、例えば、ピエゾアクチュエータにより根元を加振する場合には、減衰比は ζ_{1n} のみ考慮すればよく、これは寸法の $-0.5 \sim -1$ 乗に比例する。さらに、振動子を真空中で用いる場合には、内部摩擦 ζ_{3n} のみとなり、減衰比は寸法に依存しない。またスクイズ力と空気抵抗は、モード次数 n が高いほど減衰比は小さい。

図4に、固定壁がない場合の1次共振における実験値⁵⁾と計算値を R_v とともに示す。はり長が $1.5 \sim 4.0 \text{ mm}$ あり、式(3)の $L < 1.6 \text{ mm}$ の条件に反するが、振動振幅が 80 nm 以下と小さいため、レイノルズ数はすべて 0.1 以下である。プロットは

Fig. 4 Comparison between experimental and calculated air flow damping in silicon cantilever

No.	L (mm)	b (mm)	h (μm)	R_v
1	2.8	0.4	34	430
2	1.5	0.5	9	590
3	2.0	0.5	10	360
4	4.0	0.5	15	150
5	3.0	0.5	10	170
6	4.0	0.2	11	16

Fig. 5 Damping ratio of Permalloy cantilever

傾き 45° の直線近傍にあり、両者は最大数十%の誤差で一致している。式(5)では流体力がオーダー的に一致するように球の直径を定めたが、図4ではより精度の高い一致が得られている。ビーズモデルの適用範囲は、この結果と R_v に関する相似則から見積もることができる。すなわち、 R_v が一定であれば流れは相似であるから、図4の R_v の範囲 ($16 < R_v < 590$) では式(10)の誤差は図4と同程度になると考えられる。図3のはりに適用すると、 $3 \times 10^{-4} < L < 10^{-2} \text{ m}$ に相当し、少なくともこの範囲では ζ_{11} は誤差数十%以内になっていると考えられる。

図5, 6にパーマロイ片持ちはりおよび円はりにおける減衰比の計算値を示す。パーマロイは軟磁性金属であり、電磁駆動アクチュエータの代表的材料である。電磁駆動型では近傍に固定壁がないため、 ζ_{2n} は無視している。物性値はバルク材料の値を用い、 $\rho_b = 8600 \text{ kg/m}^3$ 、 $E = 186 \text{ GPa}$ としている。また η は実測値が公表されていないため、全減衰比が文献1)の実験値とほぼ一致するように定めている。仮定した η は 3×10^{-3} であり、ジュラルミンやりん青銅等、他の金属の実測値と同程度である。はり形状は図中に示す値であり、実験サンプルと相似

Fig. 6 Damping ratio of Permalloy spiral spring

形である。円はりの固有振動数は、文献1)に示された $L=300\text{ }\mu\text{m}$ の値 $\omega_1=7.5\times 10^4\text{ rad/s}$, $\omega_2=1.3\times 10^5\text{ rad/s}$ と、これらが h/L^2 に比例することを用いて計算している。減衰比は、真直はりと同様に、式(10), (15)に ω_n を代入して求めている。シリコンに比べ η が大きいため、両図ともに L が大きい領域では内部摩擦の影響が現れ、全減衰比 $\zeta_{1n}+\zeta_{3n}$ は一定値に収束している。また図6の円はりにおいて、1次と2次の減衰比の差は、実験値 3.1×10^{-3} 、計算値 2.0×10^{-3} ($L=0.3\text{ mm}$) であり、両者は図4と同程度の精度で一致している。この値は空気抵抗だけで決定するから、円はりに対してもビーズモデルは正しい減衰比を与えうる。

4. インディシアル応答の解析

マイクロアクチュエータの代表的応用例である電磁リレー¹⁰⁾や電磁バルブ¹¹⁾では、振動子はステップ状外力で駆動され、その高速化には、立上がり時間と振動整定時間の評価が必要である。以下では、2節で導いた式を用いて、これら機器に用いられるパーマロイ振動子のインディシアル応答を解析する。電磁駆動のため固定壁はなく、 ζ_{2n} は無視する。

まず、任意外力に対する応答を固有モード展開すると、モードごとに式(17)が得られる。

$$m_n \ddot{w}_n + (c_{1n} + c_{3n}) \dot{w}_n + k_n w_n = f_n(t) \quad (17)$$

ここで $f_n(t)$ は外力をモード展開したものである。式中の c_{1n} , c_{3n} は ω を含み、これらは振動数 ω の正弦加振を仮定して得られた減衰係数である。したがってこれをそのまま時間積分しても応答は求められない。そこでフーリエ変換を用い、式(18)~(20)に示すように、外力を正弦波に展開し、各正弦波入力に対する応答の和として w_n を求める。

$$F_n(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f_n(t) e^{-i\omega t} dt \quad (18)$$

$$W_n(\omega) = \frac{F_n(\omega)}{-m_n \omega^2 + (c_{1n} + c_{3n}) i\omega + k_n} \quad (19)$$

$$w_n(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} W_n(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (20)$$

これらは厳密な式であるが、解析的に解けないため近似を行う。残留振動のスペクトルでは固有振動数成分が卓越すること

(a) Response for beam length $L=10^{-5}\text{ m}$ (b) Response for beam length $L=10^{-2}\text{ m}$

$$b=L/10, h=L/100, \rho_b=8600\text{ kg/m}^3, E=186\text{ GPa}, \eta=3\times 10^3$$

Fig. 7 Indicial response of Permalloy cantilever (Step force is applied at $t=0$)

$$b=L/10, h=L/100, \rho_b=8600\text{ kg/m}^3, E=186\text{ GPa}, \eta=3\times 10^3$$

Fig. 8 Rise and settling times of Permalloy cantilever

に着目して、式(19)の c_{1n} , c_{3n} における ω を ω_n で近似することを考える。厳密な W_n と $\bar{c}_{1n}$, $\bar{c}_{3n}$ を用いた $W_n(\equiv \bar{W}_n)$ の相対誤差をとってみると、 $\omega=0$, $\omega=\omega_n$, $\omega\rightarrow\infty$ で誤差0となり、かつ形状を図3と同じとすると、 $L>10\text{ }\mu\text{m}$ の範囲では誤差の最大値は 10^{-2} 以下となる。よって W_n は $\bar{W}_n$ で近似でき、インディシアル応答は解析的に得られ次式となる。

$$w(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{f_n}{k_n} \left\{ 1 - \frac{e^{-\zeta_n \omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta_n^2}} \cos(\sqrt{1-\zeta_n^2} \omega_n t - \theta_n) \right\} \phi_n(x) \quad (21)$$

$$\zeta_n = \zeta_{1n} + \zeta_{3n}, \tan \theta_n = \zeta_n$$

さらにマイクロバルブ¹¹⁾のように、コイルが振動子より十分大きいとき、外力は位置によらず一定となり、式(21)第2項以下は第1項の1.5%以下となり無視できる。 ζ_1 が微小なことを用いると、先端変位が目標値の10%から90%に至る立上がり時間 T_r と、振動振幅が目標変位の10%となる整定時間 T_s は式(22)となる。

$$T_r \approx \frac{1.02}{\omega_1}, T_s \approx \frac{2.30}{\omega_1 \zeta_1} \quad (22)$$

式(21)第1項を $L=10^{-2}\text{ m}$ および 10^{-5} m に対して計算した結果を図7に示す。縦軸は目標変位に対して正規化してい

る。また T_r , T_s と L の関係を図 8 に示す。これらから、寸法を微小化すると T_r , T_s とともに短くなり、 T_r は L の -1 乗に、 T_s は $-1 \sim -2$ 乗に比例して短くなることが分かる。

なお、式 (21) の導出で W_n が $\bar{W}_n$ で近似できることを用いたが、両者の比は外力 f_n によらない。よって、 c_{1n} , c_{2n} の $\bar{c}_{1n}$, $\bar{c}_{2n}$ による近似は、任意外力に対し適用でき、原子間力顕微鏡¹²⁾、超高密度ポイント磁気記録装置¹³⁾ 等、マイクロ振動子をより複雑に駆動する機器の解析にも適用できる。

5. ま と め

マイクロマシンの動力学的设计法確立のため、はり状振動子の減衰特性を解析した。空気抵抗はビーズモデルにより、スクイズ力は無限小幅軸受により、内部摩擦は構造減衰により求め、減衰係数の簡便な計算式を導出した。主な結論を以下に示す。

- (1) はり寸法が小さいとき、減衰力はスクイズ力、空気抵抗、内部摩擦の順に大きい。
- (2) はり形状を相似形とすると、空気抵抗は長さの $-0.5 \sim -1$ 乗に、スクイズ力は -1 乗に比例し、内部摩擦は寸法に依存しない。
- (3) インディシアル応答は減衰比の周波数依存性を無視して計算でき、はり寸法が小さいほど、立上がり時間、整定時間ともに短い。
- (4) シリコン片持ちはりにおける 1 次共振の空気抵抗は、 $16 < R_v < 570$ の範囲で実験値と計算値が一致する。また 1 辺 0.3 mm のパーマロイ $\bar{\mu}$ はりの 1 次と 2 次の空気抵抗の差も、実験値と計算値が一致する。

最後に、空気抵抗の計算でご協力頂いた、中央大学理工学部

大学院生・黒田進氏に感謝致します。

参 考 文 献

- 1) H. Hosaka and Y. Uenishi : Static Rigidity and Natural Frequency of Flat Permalloy Springs Used in Electromagnetic Microactuators, Int. J. Japan Soc. Prec. Eng., **27**, 3, (1993) 253.
- 2) 林 毅 (編) : 軽構造の理論とその応用, 上, 日本科学技術連盟, 東京, (1966) 460.
- 3) K. Kokubun, H. Murakami, Y. Toda and M. Ono : A Bending and Stretching Mode Crystal Oscillator as a Friction Vacuum Gauge, Vacuum, **34**, (1984) 731.
- 4) T. Terasawa, Y. Kawamura, K. Sato and S. Tanaka : Pressure Dependent Dynamic Characteristics of Miniature Silicon Oscillator, Bull. Japan Soc. Prec. Eng., **22**, 1, (1988) 49.
- 5) F. R. Blom, S. Bouwstra, M. Elwenspoek and J. H. J. Fluitman : Dependence of the Quality Factor of Micromachined Silicon Beam Resonators on Pressure and Geometry, J. Vac. Sci. Technol., **B 10**, 1, (1992) 19.
- 6) T. Hirano, T. Furuhashi, K. J. Gabriel and H. Fujita : Effect of Air Damping and Suspension Compliance on Electrostatic Comb-Drive Actuators with Sub-Micron Gaps, Proc. ISMCR, (1992) 507.
- 7) 村上安治, 諸貫信行 : マイクロマシンの設計に関する研究 (第 1 報), 1993 年度精密工学会春季大会学術講演会講演論文集, (1993) 919.
- 8) ランダウ, リフシッツ : 流体力学 1, 東京図書, 東京, (1970) 102.
- 9) 神保泰雄, 板生 清 : 片持梁振動子の支持点損失, 日本時計学会誌, **47**, (1968) 1.
- 10) H. Hosaka, H. Kuwano and K. Yanagisawa : Electromagnetic Microrelay : Concept and Fundamental Characteristics, Proc. IEEE MEMS Workshop, (1993) 12.
- 11) K. Yanagisawa, H. Kuwano and A. Tago : An Electromagnetically Driven Microvalve, Technical Digest, 7th Int. Conf. Solid-State Sensors and Actuators, (1993) 102.
- 12) R. Kaneko, S. Oguchi, T. Miyamoto, Y. Andoh and S. Miyake : Micro-tribology for Magnetic Recording, STLE SP-29, (1990) 31.
- 13) T. Ohkubo, J. Kishigami, K. Yanagisawa and R. Kaneko : Submicron Magnetizing and Its Detection Based on the Point Magnetic Recording Concept, IEEE Trans. Magn., **27**, 6, (1991) 5286.