複数の面からなる形体へ適用可能な 幾何公差方式の提案*

乾 正 知** 松 木 則 夫*** 木 村 文 彦†

A Geometric Tolerancing Method Applicable to a Feature with Multiple Faces

Masatomo Inui, Norio Matsuki and Fumihiko Kimura

For controlling geometric deviations of machine parts, the Japanese Industrial Standards define geometric tolerances. In geometric tolerancing, a feature of an actual part is acceptable if it can be contained within a spatial tolerance zone. Geometric tolerances in the standards are only defined for primitive planar and cylindrical features, therefore designers have difficulties in specifying a proper geometric tolerance to a surface feature with complex shape. An extended geometric tolerancing method is proposed in this paper which is applicable to a composite feature with several primitive faces. This method satisfies the "principle of independency" so that it can control geometric deviations of an actual surface feature regardless of its sizes. It is compatible to the current geometric tolerancing practice also. A concept of parameterized features is introduced to represent modifications of a composite surface feature according to its size variations. Features with the correct form, features in the correct orientation, and features in the correct position are defined by using a parameterized feature with variable sizes. A geometric tolerance is formalized as a spatial zone of acceptable deviations measured with respect to such a reference feature with the correct geometry.

Key words: geometric tolerance, tolerance model, form feature, product modeling, computer-aided design

1. はじめに

機械設計者は、機能的に許容できる加工誤差の範囲を、公差を用いて指定する。公差の処理が可能な CAD システムを実現するためには、公差の幾何的な意味を、計算機内にモデルとして表現する必要がある。公差のモデルは、公差の組立作業や機械の挙動に与える影響を計算機を用いて評価するための、基礎技術でもある。

1.1 幾何公差と独立の原則

規格には公差方式として、寸法公差と幾何公差の2種類が示されている。このうち幾何公差は、部品の穴や溝などの部分形状（これを形体とよぶ）の、形状、姿勢、位置の誤差（これらを幾何偏差と総称する）を規制する公差方式である¹⁾。規格に定義されている十数種類の幾何公差は、いずれも幾何的に正しい形体を用いて幾何偏差を規制する²⁾。例えば円筒度公差は、「実際の円筒面 G を、半径の差が t の二つの同軸円筒面の間の領域（これを公差域とよぶ）内に含むことができるとき、 G は円筒度公差 t を満たす」と定義されている。形体の姿勢や位置の偏差を規制する公差では、正しい姿勢や位置の基準として「デーラム」を用いる。例えば図1に示した溝の中心面の位置度公差の場合、図中 A と指示された面に対応する実部品の面に、幾何的に正確な平面（これをデーラムとよぶ）を、それらの最大間隔が最小になるように接触させることで、位置の基準を得る。

幾何公差の基本となる考え方に、「独立の原則」がある。すなわち幾何公差は、形体のサイズを表す寸法とは無関係に、その形体の幾何偏差を規制できる必要がある³⁾。例えば前述の円筒度公差では、

Fig. 1 A position tolerance t assigned to the center plane of a slot

公差域を定義する二つの同軸円筒面は、半径の差が t であれば任意の半径を持つことができる。したがって実際の円筒面の半径とは無関係に、公差域を定義できる。

1.2 本研究の目的と関連する研究

現行の幾何公差は、点、線、円弧、平面、円筒面形体について個別に定義されており、汎用的な規則にはなっていない。したがって、（1）複数の平面や円筒面からなる複雑な形体全体には幾何公差を指定できない；（2）公差処理システムを実現するためには、各定義について個別にプログラムを作成する必要があり繁雑；などの問題が指摘されている³⁾。

これらの問題を解決するために、Requicha は、機械部品のノミナルな形状のオフセット立体に基づく幾何公差方式を提案している³⁾。ただしノミナルな形状とは、図面に指示された基準寸法を満足する無誤差の形状を意味する。Requicha の研究は、汎用的な幾何公差方式の実現を目指したほとんど唯一の研究であり、その後の幾何公差の計算機処理に関する研究の基礎になっている。例えば Fleming

* 原稿受付 平成5年8月25日

** 正会員 茨城大学工学部（日立市中成沢町4-12-1）

*** 正会員 日本ユニシス(株)（東京都江東区豊洲1-1-1）

† 正会員 東京大学工学部（東京都文京区本郷7-3-1）

¹⁾ 規格には、形体の振れを規制する公差も定義されているが、本論文では扱わない。

Fig. 2 New interpretation of the position tolerance of Fig. 1

は, Requicha の方式に基づいて, 公差累積の解析手法を開発している⁴⁾. また Jayaraman らは, 公差と組立可能性の関係を表現する Virtual boundary requirements を導出している⁵⁾. さらに Boyer らは, Requicha の方式が許容する形体の満たすべき条件を, より精密に定義している⁶⁾⁷⁾.

これらの例が示すように Requicha の方式は広く認知されているが, 独立の原則を満たさないという問題を持つ⁸⁾. そのため大きなサイズの偏差を持つ形体は, たとえその形状や位置, 姿勢が正確であっても許容することができない. そこで本研究では, サイズの変化にともなう形体の変形を表現する「可変形体」を導入し, 公差域をこの可変形体に基づいて定義することで, 独立の原則を満たし, 複数の平面や円筒面からなる任意の形体に適用可能な, 新しい幾何公差方式を実現した. この方式は現行の幾何公差と互換性を持つ. また立体モデリング技術に基づいて定義されているので, CAD システムへの組込みも容易である.

2. 基本的な考え方

円筒度公差 t を例に, 本論文の提案する幾何公差方式の考え方を紹介する. まず任意の直径, 姿勢, 位置の円筒面を考え, これを「理想形状の円筒面」とよぶ. 理想形状の円筒面の一つを, 外側と内側にそれぞれ $t/2$ オフセットすることで, 厚さ t のチューブ状の公差域が得られる. 測定によって得られた実際の円筒面のモデルを, このように定義された公差域内に含むことができるとき, 実際の円筒面は円筒度公差 t を満たすと判定する. この円筒度公差と現行の円筒度公差の幾何的な意味は, 明らかに一致する.

次に図 1 に示した, 平行な 2 平面からなる溝に, その中心面をデータ A に関して正しい位置に保つように, 位置度公差 t' が指示された場合を考える. まず 2 平面間の距離を表す寸法 d を自由に変更することで, 任意のサイズ (幅) の平行溝を表す 2 平面 s_1 と s_2 を得る (図 2 参照). 次に s_1 と s_2 から等距離にある, 溝の中心面にあたる平面 (図 2 では一点鎖線で示した) が, データ A から距離 30 という正しい位置を保つように, s_1 と s_2 に適切な位置や姿勢の変換 (これを剛体変換とよぶ) を施す. このようにして得られた, 任意の幅を持ちその中心面がデータ A について正しい位置にある平行溝を, 「理想位置の平行溝」とよぶ. 理想位置の平行溝の一つを選び, それを外側と内側にそれぞれ $t'/2$ オフセットすることで, 図 2 に示すような, 厚さ t' の 2 枚の板状の公差域を得ることができる. 測定によって得られた実際の平行溝のモデルを, このように定義された公差域内に含むことができるとき, 実際の平行溝は位置度公差 t' を満たすと判定する.

以上の例が示すように, この新しい幾何公差方式は, 任意のサイ

ズを持つ理想的な形状, 姿勢, 位置の形体を基に公差域を定義することで, 形体のサイズとは無関係にその幾何偏差を規制する.

3. 基本定義

3.1 ノミナル立体, ノミナル形体, 実形体

機械部品のノミナルな形状を表すモデルとして, 境界表現の立体モデル S を考え, これをノミナル立体とよぶ. ただし S の各面分は, 平面もしくは円筒面の一部とする. 幾何公差が対象とする機能的な部品の多くが平面と円筒面だけから構成されていることを考えると, この制限は許容できるだろう. なお, この制約は後述する可変立体の実現手法によるものであり, より汎用的な手法を採用すれば, 自由曲面を含む部品の取扱いも可能である.

幾何公差は, ノミナル立体の形体に指示される. 本論文では形体 F_i を, 境界表現の立体モデル M の境界 ∂M を構成する幾つかの面分の集合として定義する. ただし $\cup F_i = \partial M$ が成り立つものとする. ノミナル立体 S の形体を, 特にノミナル形体とよぶ.

加工された部品の検証作業は, 測定データに基づいて得られた実部品の形体のモデルと公差域を比較する作業と考えられる. Requicha の定義³⁾にしたがい, 実部品のモデルとして, E^3 の部分である P を考える. そしてノミナル形体 F_i と 1 対 1 に対応する実部品モデルの形体 G_i を P の境界 ∂P の部分として定義し, これを実形体とよぶ. ただし $\cup G_i = \partial P$ が成り立つものとする.

3.2 可変立体

サイズが可変の形体を定義するための道具として, まず可変立体を定義する. 機械部品の形状は, 部品の外面や溝の中心面の間に指示された寸法により定義されている (以後このような寸法が指示された面を寸法面とよぶ). このことは, 部品の立体モデルの幾何情報が寸法から導出できること, さらに寸法を変更することで, 立体モデルをパラメトリックに変形できることを意味している. このような変形が可能な立体モデルは, 一般に可変立体とよばれる⁹⁾¹⁰⁾¹¹⁾. ここでは, 特に鈴木らの手法により実現される可変立体に対象を限定する¹¹⁾.

鈴木らの手法は, 平面と円筒面の面分からなる境界表現の立体モデルを対象とし, 寸法面の間の距離や角度, 円筒面の直径などの寸法が処理できる. これらの寸法制約は, $distance(x, y, d)$ (平行な 2 平面 x, y 間の距離は d) などの一階述語の形で記述される. 立体モデルの幾何情報は, 面固定規則と呼ばれる推論規則をこれらの制約に適用することで, 逐次的に導出される. ただし寸法制約が, 立体モデルの幾何情報を決定するために過不足なく指示されていることを仮定する¹¹⁾.

機械部品のノミナル立体 S と, それに付随する寸法面の集合 $\{s_j\}$ の組 $(S, \{s_j\})$ を考え, それらに指示されたすべての寸法をベクトル d_s と表現する. ただし d_s の各要素のインデックスは対応する寸法制約を表し, その値は寸法値を表すものとする. d_s が Δd 変更されると, 面固定規則に基づいて $\{s_j\}$ の幾何情報が修正され, 新しい寸法 $d_s + \Delta d$ を満たす寸法面付きの立体モデル $(S', \{s'_j\}) = P(\Delta d; (S, \{s_j\}))$ が生成される. ただし幾何情報の修正量は十分に微小とし, S の面分と S' の面分, および寸法面 $\{s_j\}$ と寸法面 $\{s'_j\}$ の間に, 1 対 1 の対応付けが可能であることを仮定する. 以上の手続きにより生成されるすべての $P(\Delta d; (S, \{s_j\}))$ を, ノミナル立体 S の可変立体と定義する.

Fig. 3 Reference surfaces and size dimension of a slotted hole F_2 . s_1 , s_2 , and s_3 are reference planes of F_2 . Dimensions 10 is a sole size dimension of F_2

3. 3 基準面とサイズ寸法

形体のサイズは寸法により表現されるが、寸法は形体の位置や姿勢を指示する目的でも用いられる。したがってサイズの変化にともなう形体の変形を取り扱うためには、任意の形体について、そのサイズを表す寸法と、位置・姿勢を表す寸法を区別できる必要がある。

機械図面を見れば容易に理解できるように、機械設計者は、円筒軸や平行溝形体の位置や姿勢の偏差を、その軸直線や中心面に幾何公差を指示し規制する。これは軸直線や中心面により、形体全体の位置・姿勢を代表させていると解釈できる。また軸の直径や溝幅などの形体のサイズを表す寸法は、軸直線や中心面などの位置・姿勢に基づいて、形体を構成する各面分の幾何情報を定める寸法と考えられる。

これらの考察を基に、ノミナル立体 S 上の形体 F_i について、その位置・姿勢を代表する「基準面」と、そのサイズを表す「サイズ寸法」を以下のように定義する。

- (1) S に付随する寸法面 $\{s_j\}$ の中から、 F_i の位置・姿勢を代表する幾つかの「基準面」を選ぶことができる。平行溝の中心面は基準面の一例である。複雑な形体の場合には、設計者がその形体の機能を考慮して基準面を定義する。図3には、溝穴 F_2 の位置・姿勢を表す3枚の基準面 s_1 , s_2 , s_3 を示す。この例のように複数の基準面が指示されたときには、それら相互の幾何的な関係は固定されていると考える。基準面 $\{r_{ij}\}$ をともなう形体 F_i を、以後 $(F_i, \{r_{ij}\})$ と参照する。
- (2) 寸法面 $\{s_j\}$ に指示された寸法のうち、形体 F_i の基準面の幾何情報に基づいて F_i を構成する幾つかの面分の幾何情報を決定する寸法を、 F_i のサイズを表す「サイズ寸法」と定義することができる。図3に示した溝穴の幅を表す寸法は、基準面（図3では s_3 ）の幾何情報に基づいて面分（図3では溝穴の側面）の幾何情報を決定するので、サイズ寸法と見なすことができる。上述の条件を満たす寸法のいずれをサイズ寸法と見なすかは、設計者に任されている。

3. 4 可変形体

寸法面付きのノミナル立体 $(S, \{s_j\})$ 上に、基準面付きのノミナル形体 $(F_i, \{r_{ij}\})$ が定義されているとき、 $(S, \{s_j\})$ に指示された寸法のうち、 $(F_i, \{r_{ij}\})$ のサイズ寸法だけを任意の量変更し、 S の可変立体 $(S', \{s'_j\}) = P(\Delta d_{F_i}; (S, \{s_j\}))$ (Δd_{F_i} は F_i のサイズ寸法以外の要素はすべて0の任意のベクトル) を生成する。このとき、 F_i に対応する S' の面分の集合と、 $\{r_{ij}\}$ に対応する $(S', \{s'_j\})$ の寸法面の集合の組として、 S' 上の基準面付きの形体 $(F'_i, \{r'_{ij}\}) = P(\Delta d_{F_i}; (F_i, \{r_{ij}\}))$ を定義することができる。以上の手続きにより生成されるす

Fig. 4 A nominal feature F_1 and its parameterized feature $P(\Delta d_{F_1}; (F_1, \{s_1\}))$. Dimension d_6 is the size dimension of F_1

べての $P(\Delta d_{F_i}; (F_i, \{r_{ij}\}))$ を、ノミナル形体 F_i の可変形体とよぶ。

図4には、平行溝形体を例に、 S とその可変立体 $P(\Delta d_{F_1}; (S, \{s_1\}))$ 、および S 上のノミナル形体 F_1 とその可変形体 $P(\Delta d_{F_1}; (F_1, \{s_1\}))$ の関係を示す。

3. 5 拡張形体

円筒度公差では、実際の円筒面の偏差を、無限の長さを持つ円筒面を用いて規制する。幾何公差のこのような特徴を扱うために、Requicha の定義した拡張形体 (Extended feature) を用いる³⁾。ある基準面付きの形体 $(F_i, \{r_{ij}\})$ が与えられたとき、その拡張形体 $E((F_i, \{r_{ij}\}))$ は、 F_i に関する幾つかの半空間 H_{ik} の集合和や積として、以下の性質を満たすように定義される。

- (1) $E((F_i, \{r_{ij}\}))$ の境界 $\partial E((F_i, \{r_{ij}\}))$ は F_i を含む。
- (2) 半空間 H_{ik} の境界 ∂H_{ik} が $E((F_i, \{r_{ij}\}))$ の境界 $\partial E((F_i, \{r_{ij}\}))$ の一部を構成するときには、 ∂H_{ik} は F_i の一部を必ず含む。
- (3) $E((F_i, \{r_{ij}\}))$ の実体側と F_i の実体側は一致する。

基準面付きの溝穴形体 $(F_2, \{s_1, s_2, s_3\})$ の拡張形体の定義を、図5に示す。

3. 6 オフセット立体

本論文では、オフセット立体を用いて公差域を定義する。立体 S をある正の量 d オフセットすることで得られるオフセット立体 $O(d; S)$ とは、次に示す E^3 の点 p の集合である³⁾。

$$O(d; S) = \{p : \text{Dist}(p, S) \leq d\} \quad (1)$$

ただし $\text{Dist}(p, S)$ は、 E^3 の点 p と立体 S のユークリッド距離を表す。

4. 理想形体に基づく幾何公差

規格では、各形体について公差域のモデルを示すことで、幾何公差方式を定義している。本論文でもこの手法にしたがい、複数の面からなる形体にも適用可能な公差域のモデルを示すことで、新し

Fig. 5 Extended feature of a slotted hole F_2

い幾何公差方式を定義する。

4. 1 理想形体¹²⁾

実形体の偏差を管理する基準として、まず「理想形体」とよばれる幾何的に理想的な形体を定義する。幾何公差は、実形体の形状偏差のみを規制する形状公差、姿勢偏差も規制する姿勢公差、さらに位置偏差も規制する位置公差、の3種類に分類できる。そこでノミナル形体 F_i に幾何公差 t （姿勢公差や位置公差の場合には、さらに正しい姿勢や位置の基準となるデータム）が指示されたとき、 t の種類に応じて、以下に示す理想形状の形体、理想姿勢の形体、理想位置の形体のいずれかを理想形体として生成する。

(1) 理想形状の形体 理想形状の形体とは、形状偏差のみを規制するための基準となる形体、言い換えれば任意の位置・姿勢にある任意のサイズの形体である。そこで本手法では、理想形状の形体 F_G を、基準面付きのノミナル形体 $(F_i, \{r_{ij}\})$ の任意の可変形体 $P(\Delta d_{Fi}; (F_i, \{r_{ij}\}))$ の拡張形体に、さらに任意の剛体変換 T_f を施したものの、すなわち

$$F_G = T_f(E(P(\Delta d_{Fi}; (F_i, \{r_{ij}\})))) \quad (2)$$

と定義する。図6(1)には、四角穴形体 F_3 に形状公差 t が指示された場合を例に、ある理想形状の四角穴形体 F_{C3} の断面の様子を示す。

(2) 理想姿勢の形体、理想位置の形体 理想姿勢の形体とは、形状偏差と姿勢偏差を規制するための基準となる形体、言い換えれば、データムについて正しい姿勢にある任意のサイズの形体である。そこで本研究では、理想姿勢の形体 F_G を、その位置・姿勢を代表する基準面がデータムについて正しい姿勢にある理想形状の形体、すなわち

$$F_G = T_o(E(P(\Delta d_{Fi}; (F_i, \{r_{ij}\})))) \quad (3)$$

と定義する。ただし T_o は、可変形体 $P(\Delta d_{Fi}; (F_i, \{r_{ij}\}))$ の基準面を、データムについて正しい姿勢に保つ任意の剛体変換である。同様に理想位置の形体 F_G を、その基準面がデータムについて正しい位置にある理想形状の形体と定義する。

4. 2 公差域モデル

本論文の提案する幾何公差方式では、ノミナル形体 F_i に対応する実形体 G_i を、ある理想形体 F_G の境界を芯とする厚み t の領域内に含むことができるとき、言い換えれば、 F_G の境界から距離 $t/2$ 以下の領域内に含むことができるとき、 G_i は幾何公差 t を満たすと判定する。すなわち幾何公差 t の許容する形体とは、以下の条件

(1) Sections of a nominal square hole F_3 and a correct form feature F_{C3} . Size dimension d is variable

(2) Sections of a form tolerance zone $Z(t; F_3)$ based on F_{C3} and an acceptable actual feature G_3

Fig. 6 A tolerance zone of a square hole

を満たす形体 G_i である。

$$G_i \subset Z(t; F_i) = O(t/2; F_{Ci}) \cap O(t/2; c^*(F_{Ci})) \quad (4)$$

このとき領域 $Z(t; F_i)$ を公差域とよぶ。ただし $c^*(F_{Ci})$ は、理想形体 F_{Ci} の正規化された補集合を得る演算、また $S_1 \cap S_2$ は、2立体 S_1 と S_2 の正規化された積集合を得る演算を意味する¹³⁾。 F_G は可変形体に基づいて定義されており任意のサイズを持つ。したがって式(4)により定義された公差域も任意のサイズを持つので、許容する実形体のサイズに制約を与えない。図6(2)に、理想形状の四角穴形体 F_{C3} に基づいて定義された公差域 $Z(t; F_3)$ と、この形状公差域が許容する実形体 G_3 の断面を示す。

5. 幾何公差方式の性質

本論文の提案する幾何公差方式の妥当性と、現行の幾何公差との互換性について簡単に議論する。

5. 1 公差方式の妥当性

Requicha は、公差方式が妥当であるための条件として、以下の三つを挙げている³⁾。

- (1) ノミナル形体はいかなる公差指定も満足する。
- (2) 公差が許容する実形体は、そのいかなる部分も完全な形状(例えば完全な平面や完全な円筒面)であることを必要としない。
- (3) 複数の公差(例えば形状公差と位置公差)が同じノミナル形体に指示されたときには、それらは相互に矛盾しない。

本論文の提案した幾何公差方式は、これらの妥当性の条件を満たす。ノミナル形体は、明らかに理想形状、理想姿勢、理想位置の形体なので、ノミナル形体はいかなる幾何公差も満足する。本方式の定義する公差域は、どの部分も公差値に等しい厚みを持つので、理想形体に十分に近い形状の実形体であれば、完全な形状でなくとも必ず許容される。条件(3)だが、例として形状公差 t_f と位置公差 t_p が同一の形体に指示された場合を考える。本論文の提案する幾何

Fig. 7 Geometric meaning of a position tolerance assigned to the center axis of a cylindrical pin

Fig. 8 Geometric meaning of a position tolerance assigned to the cylindrical shaft

公差方式では、もしも $l_f \geq l_p$ であれば、位置公差を満たす形体は必ず形状公差も満足するので、形状公差は冗長である。逆に $l_f < l_p$ であれば、それぞれの公差は独立して実形体の偏差を規制する。したがっていずれの場合も矛盾を生じることはない。

5. 2 現行の幾何公差との互換性

本論文の幾何公差方式は、点や線、円弧形体には適用できない。式(4)を平面と円筒面形体に適用したときに得られる公差域は、現行の幾何公差の定義と一致する。したがって本方式は、面形体に関する現行の幾何公差と互換性を持つ。

前述のように、設計者は円筒軸や平行溝の姿勢や位置の偏差を規制する目的で、その軸直線や中心面に公差域を指示する。一方、本論文の方式では、円筒軸や平行溝そのものに公差域を指示する。そこで次に両者の関係を考察する。円筒軸に位置度公差が指示された場合を例に検討するが、円筒穴や平行溝に関して同様の性質を導出することは容易である。

円筒軸 F_i の軸直線に位置度公差 t が指示されたとき、実際の円筒軸を許容するためには、その軸線 g_i を、データムについて正しい位置にある直線 l を軸とする、直径 t の円筒面で包含できる必要がある。ただし軸線 g_i は、図7に示すように、 l に垂直な十分な数の平面で実際の円筒軸を切断し、各切断面上の図形に外接する最小半径の円の連続体として実円筒軸モデル G_i を定義したときの、 G_i の中心を通過する曲線と考える。なお実円筒軸モデルの定義はこれ以外にも幾つか考えられるが¹⁴⁾、以下の議論はそのどの定義にも適用できる。

一方、円筒軸 F_i 本体に本論文の定義する位置公差 t が指示され

たとき、実際の円筒軸を許容するためには、図8に示すように、実円筒軸モデル G_i を、 l を軸とする半径が $r-t/2$ と $r+t/2$ の二つの円筒面の間に包含できる必要がある。このとき G_i の任意の断面に相当する円 c_{G_i} は、公差域の内外の境界の断面にあたる半径が $r-t/2$ と $r+t/2$ の二つの円の間に存在する。したがって c_{G_i} の中心は、常に直線 l を軸とする直径 t の円筒面内に存在する。

以上の議論から、本論文の定義する位置公差を満足する実際の円筒軸は、軸直線に指示された位置度公差も満たすことがわかる。しかしこの逆は成り立たない。軸直線に指示された位置度公差は、軸線が公差域内であれば、 t よりも大きな形状偏差を持つ円筒軸も許容するが、本論文の定義する公差域は、このような形体を包含できない。

6. 結論と展望

本論文では、サイズの変化にともなう形体の変形を表現する可変形体を用いて、独立の原則を満たし、従来よりも複雑な形体へ適用可能な新しい幾何公差方式を定義した。またこの方式が、現行の幾何公差と互換性を持つことを示した。今後、加工や組立、測定などの機能的な要求を取り込むために、この方式の改良や精密化を進める予定である。現行の規格の「包絡の条件」や「最大実体原理」は機能的な要求によく応える理論なので、これらをわれわれの幾何公差方式に取り込むことを検討している。本研究は、カシオ科学振興財団の奨励研究助成を受けて行われた。ここに深く感謝する。

参考文献

- 1) 日本規格協会: 幾何公差の図示方法 B 0021, (1984).
- 2) 日本規格協会: 製図 - 公差方式の基本原則 B 0024, (1988).
- 3) A.A.G. Requicha: Toward a Theory of Geometric Tolerancing, Int. J. Robot. Res., 2, 4, (1983) 45.
- 4) A.D. Fleming: Analysis of Uncertainties and Geometric Tolerances in Assemblies of Parts, Ph.D. Thesis, University of Edinburgh, (1987).
- 5) R. Jayaraman and V. Srinivasan: Geometrical Tolerancing I: Virtual Boundary Requirements, IBM J. Res. & Develop., 33, 2, (1989) 90.
- 6) M. Boyer and N.F. Stewart: Modeling Spaces for Toleranced Objects, Int. J. Robot. Res., 10, 5, (1991) 570.
- 7) Boyer, M. and Stewart, N.F., Imperfect-Form Tolerancing on Manifold Objects: A Metric Approach, Int. J. Robot. Res., 11, 5, (1992) 482.
- 8) 乾 正知: ソリッドモデリングに基づく公差の表現と解析, 日本設計学会誌, 28, 11, (1993) 451.
- 9) R.C. Hillyard and I.C. Braid: Analysis of Dimensions and Tolerances in Computer-Aided Mechanical Design, CAD, 10, 3, (1978) 161.
- 10) R.A. Light and D.C. Gossard: Modification of Geometric Models Through Variational Geometry, CAD, 4, 4, (1982) 209.
- 11) 鈴木宏正ほか: プロダクトモデルに基づく幾何学的拘束関係の記述と寸法処理への応用, 精密工学会誌, 52, 6, (1986) 266.
- 12) M. Inui et al: Algebraic Interpretation of Geometric Tolerances for Evaluating Geometric Uncertainties in Solid Modeling, Proc. ACM Symp. on Solid Modeling Foundations and Applications, (1993) 377.
- 13) A.A.G. Requicha: Representation for Rigid Solids: Theory, Methods and Systems, ACM Comput. Surv., 12, 4, (1980) 437.
- 14) 佐藤 豪 (編): 製図マニュアル精度編, 改訂 2 版, 日本規格協会, (1989).