工作機械の CAD/CAE のためのモデリング システムの開発 (第 2 報)*

—— 相対運動を伴う機械要素の熱解析への応用 ——

森 脇 俊 道** 杉 村 延 広** 王 力 暉***

Development of Modeling System for CAD/CAE of Machine Tools (2nd Report)

— Application of Thermal Analysis for Moving Parts —

Toshimichi MORIWAKI, Nobuhiro SUGIMURA and Lihui WANG

The thermal behavior of a machine tool is more influential on the machining accuracy than most of the other factors, especially when the machine tool is put under actual operating states. This paper deals with a new practical scheme which is applicable to Finite Element Method(FEM) for dynamic thermal analysis of machine tools having parts with relative motions. A case of fixed base and moving table is taken into consideration for a case study. A heat source is fixed on the upper surface of the table which moves over the base. During the finite element analysis, interpolations are introduced to match the mid-results of the nodal temperature values between the calculating steps. From the results of the case studies carried out under several moving conditions, it is proved that the scheme is effective for the dynamic thermal analysis of machine tools.

Key words: CAD/CAE, FEM, machine tool, dynamic mesh generation, thermal analysis, interpolation

1. 緒 言

近年、機械工業の分野では、多品種中小量生産の比率が高まり、設計および生産の自動化、省力化に対する要求が強くなりつつある。このため、設計・解析を効率的に行うための高度な支援技術が要求されている。特に、工作機械やロボットのように複数の構成要素が相互に運動することにより機能を発揮する機械製品については、運動状態を表現することができる形状モデル、ならびに運動状態における解析を行うことができる解析モデルとこれらの間のインタフェースが必要になる。

従来、構成要素が相互に運動する場合については、解析用の有限要素メッシュを自動的に生成することが困難であるため¹⁾²⁾、運転状態における工作機械の挙動を有限要素法で解析することはあまり行われていない。そこで本研究では、有限要素解析を行うための有限要素モデルを動的に生成する手法³⁾を提案し、CAE における工作機械の寸法と運動機能を表現する形状モデリングシステム⁴⁾、およびこの形状モデルに基づいて有限要素モデルを自動的に生成する解析用インタフェースシステムの開発⁵⁾を試みる。

前報⁶⁾では、工作機械の構造及び形状のモデリングシステムと有限要素解析システムを組み合わせた CAD/CAE システムの基本構成を検討し、工作機械の形状モデルのデータに基づいて、有限要素モデルを自動的に生成する手法を提案した。

本報では、提案した有限要素モデルの動的生成法をいかに有限要素解析へ応用するかについて検討する。前報との連結を考慮した上で、ここでは、まず開発中の CAD/CAE 統合化システムの全体構成およびその中核となる CBC 置換法⁷⁾の概略について述べる。次に、提案した CBC 置換法を工作機械の有限要素解析に導入することにより、相対運動を伴う機械要素の連続熱解析手法を提案する。特に、ここでは、運転中に相対運動を行う工作機械のベースとテーブルを想定し、相対運動に伴う有限要素モデルの自動修正を CBC 置換法で行うと同時に、各節点の温度データに対して補間処理を行い、有限要素解析を連続的に実行させる手法を検討する。

2. システムの全体構成

本研究で開発している工作機械の CAD/CAE のための統合化システムの全体構成を図 1 に示す。このシステムは、ソリッドモデリングシステム、FEM モデリングシステムおよび FEM 解析システムの三つの部分から構成されている。本システムでは、ユーザの要求機能を満足する工作機械を設計するために、次の手順を取る。

最初に、工作機械の構成要素の形状・寸法および構成要素間の相対運動を表現する形状モデルをソリッドモデリングシステムで作成する。この形状モデルは CSG 表現⁸⁾をとっており、各構成要素をプリミティブの組合せで表現している。

次に、有限要素解析用の有限要素モデルを、提案した CBC 置換法を用いて、上記の工作機械の形状モデルから直接的に求め、FEM モデリングシステムを用いて動的に生成する。有限要素と

* 原稿受付 平成5年8月16日

** 正 会 員 神戸大学工学部 (神戸市灘区六甲台町1-1)

*** 正 会 員 神戸大学自然科学研究科

Fig. 1 Fundamental configuration of system

して、本システムでは、20 節点 6 面体要素を採用している。

最後に、有限要素解析システムに CBC 置換法を導入することにより、運転状態における工作機械の動的解析を連続的に行う。その際、相対運動に伴う有限要素節点の調整は CBC 置換法および節点情報の統合管理手法を用いて行う。

以上のことより、本システムは、工作機械の形状モデルと有限要素モデル間のインタフェース機能を有する統合化 CAD/CAE システムであるといえる。

3. CBC 置換法

運転中の工作機械においては、構成部品間の相対位置が変化する。そのため、構成部品ごとの有限要素モデルの節点を固定しておく、部品間の相対運動により接合面における節点の位置にずれが生じるため、運転中の工作機械の挙動を有限要素法で解析することは困難となる。

本研究では、有限要素メッシュの分割をプリミティブの初期生成段階で行い、メッシュ情報を持つプリミティブを適当に組み合わせることで工作機械の形状モデルと有限要素モデルを同時に作成することができる。その際、隣接する二つのプリミティブの間において、節点の位置にずれが生じる場合、接合面近傍における要素節点を局所的に調整し、細分割が必要となる要素を抽出する。さらに、あらかじめ内部分割された 6 面体要素 (CBC と呼ぶ) を適当に選択し、細分割が必要となる要素と置き換えることで局所的に細分割を行う。この手法を、本研究では CBC 置換法と名付けている。

図 2 は、CBC 置換法による有限要素モデルを作成するための流れを示す。まず、各プリミティブを生成すると同時に、有限要素メッシュの分割数を指定し、各プリミティブについて初期メッシュを生成する。次に、プリミティブの組合せで全体の形状モデルを作成すると同時に、CBC 置換法を用いて接合面におけるメッシュの節点位置を調整し、全体の有限要素モデルを作成する。さらに、構成部品間の相対運動によりずれた節点を同手法を用いて調整し、解析を行うための有限要素モデルを動的に再構築する。

Fig. 2 Process of model generation

4. 相対運動に伴う FEM 熱解析

4.1 有限要素モデルの動的更新

工作機械の構成部品間に相対運動を与えた場合に、有限要素モデルで変更される節点データは、ごく一部に限られる。したがって、相対運動を行うたびにすべての節点の幾何データを再計算すると、無駄が多く、特に、工作機械のモデルが複雑で細かく分割された場合には、有限要素の節点数が多いので、無駄な重複計算が問題となる。そのため本研究では、部品の接合部において節点を調整する際の節点情報を統合的に管理し、工作機械の有限要素モデルを効率よく更新する手法を提案する。

上述のような膨大な節点データを管理するために、本システムでは、工作機械の全体モデルを図 3 に示す階層型データ構造を

Fig. 3 Hierarchical data structure of machine tools

Fig. 4 Data attributes of entities

用いて表現し、CBC 置換法による有限要素モデルの動的更新を容易にしている。

工作機械の全体モデルは、MT (Machine Tool)、PART および PRIM (PRIMitive) の三つの階層で表現する。1 台の工作機械は複数の部品から構成され、一つの部品はさらに複数のプリミティブから構成される。ここでいう部品は、内部に相対運動がないプリミティブの集合とする。相対運動は部品と部品の間しか存在しない。階層の間にはポインタで相互関係を表す。必要な情報を検索する場合は、ポインタの順で検索していく。

各階層におけるデータの詳細およびデータの連結方法を図 4 に示す。

CBC 置換法で有限要素メッシュを接合面近傍で動的に調整する際、各接合面につき LINKER というレコードがメモリー上に新たに生成され、節点調整を効率よく行うための情報を提供する。LINKER に必要な情報は PART から抽出され、さらに CBC 置換法の実行結果である ID_{CBC} と連結して構成される。

運転中の工作機械においては、まず、相対運動が生じたすべての接合面において CBC 置換法を用いてそれぞれの ID_{CBC} を更新

し、フラグ MF に 1 を立てる。ここで、フラグ MF が 1 である場合は該当接合面において節点の調整を行ったことを表す。次に、MF が 1 である接合面に限って、変更のある節点の幾何データを計算する。最後に、その下位にある構成要素の全節点データを相対移動量だけを加算させれば、新たな有限要素モデルを構築することができる。

本手法を導入することにより、相対運動が発生するたびに解析用の有限要素モデルを更新する場合、実際に変更すべきデータは ID_{CBC} と MF に限られる。したがって、有限要素モデルが複雑で細かく

分割されても、節点の情報は統合的に管理されるため、無駄な重複計算を防ぐことが可能となる。

4.2 相対運動を伴う機械要素の熱解析手法

解析対象である工作機械の熱問題解析を行うには、まず、工作機械の温度分布を求め、それをもとにしてその熱変形を求めるという手順を取る。ここでは、移動熱源を有する工作機械の 3 次元非定常熱伝導問題を例題にとり、有限要素法を用いた動的な温度分布解析法について述べる。

3 次元非定常熱伝導問題は、以下に示す熱伝導方程式で表すことができる。

$$\rho c \frac{\partial \theta}{\partial t} = \lambda \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right) + \dot{Q} \quad (1)$$

ただし、式 (1) において、 ρ は密度、 c は比熱、 θ は物体の温度、 t は時間、 λ は熱伝導率、 $\dot{Q}$ は単位時間・単位体積当たりの物体内部での発熱量である。また、ふく射による熱伝達を無視すると、工作機械の温度分布解析における境界条件は次のように表される。

$$\left. \begin{aligned} \theta &= \bar{\theta} & (\text{on surface } S_1) \\ q &= -\lambda \frac{\partial \theta}{\partial n} = q_0 & (\text{on surface } S_2) \\ q &= \alpha_c (\theta - \theta_c) & (\text{on surface } S_3) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここで、 $\bar{\theta}$ は指定温度、 n は境界の外向き法線、 q_0 は指定熱流束、 α_c は熱伝達係数、 θ_c は周囲温度である。

上述の熱伝導方程式 (1) 及び境界条件式 (2) に対する有限要素式をリッツ法⁹⁾により導入すると、次式のように求めることができる。

$$[K]\{\theta\}_t + [C]\left\{\frac{\partial \theta}{\partial t}\right\}_t = \{F\}_t \quad (3)$$

ここで、 $[K]$ は熱伝導マトリクス、 $[C]$ は熱容量マトリクス、 $\{F\}$ は節点温度ベクトルである。また、添字 t は時刻 t における値を示す。

非定常な温度分布を計算するため、さらに式 (3) を漸化式にする必要がある。Wilson と Clough の方法⁹⁾によると、

$$\left\{ \frac{\partial \theta}{\partial t} \right\}_t = - \left\{ \frac{\partial \theta}{\partial t} \right\}_{t-\Delta t} + (\{\theta\}_t - \{\theta\}_{t-\Delta t}) \frac{2}{\Delta t} \quad (4)$$

で表現することができる。式(4)を式(3)に代入して整理すると、目的とする漸化型の有限要素式が以下のように得られる。

$$\begin{aligned} & ([K] + \frac{2}{\Delta t} [C]) \{\theta\}_t \\ & = [C] \left(\frac{2}{\Delta t} \{\theta\}_{t-\Delta t} + \left\{ \frac{\partial \theta}{\partial t} \right\}_{t-\Delta t} \right) + \{F\}_t \end{aligned} \quad (5)$$

従って、式(4)と式(5)を用いて工作機械の非定常温度分布解析を行うことができる。すなわち、 $t = 0 \sim \Delta t$ 間の温度変化を求めるため、式(5)の漸化式を初期条件（例えば、 $\{\theta\}_{t=0} = 0$ 、 $\{\partial \theta / \partial t\}_{t=0} = 0$ ）のもとで解くと、 $\{\theta\}_{t=\Delta t}$ を求めることができる。次の時間間隔 $t = \Delta t \sim 2\Delta t$ における温度変化を求めるには、既に求めた $\{\theta\}_{t=\Delta t}$ ならびに $\{\partial \theta / \partial t\}_{t=\Delta t}$ （式(4)を用いて決定する）を上述の漸化式(5)に適用する。その結果、温度分布 $\{\theta\}_{t=2\Delta t}$ が求められる。以上の計算を繰り返し適用することにより、初期温度分布から定常状態に至るまでの非定常温度変化を解析することができる。

さらに、時刻 t において、構成部品間に相対運動が生じた場合、ずれた節点を CBC 置換法を用いて自動的に調整する。一方、新たに得られた工作機械の有限要素モデルの各節点において、現時点での節点温度値を対応させるため、ずれた節点の時刻 t における温度データに対して補間処理を行う。補間処理が行われた節点の温度データを次回計算 ($t \sim t + \Delta t$) のための初期温度値とする。

5. ケース・スタディ

提案した FEM 熱解析手法を用いて、相対運動を伴う工作機械の非定常熱伝導問題のケース・スタディを行った。解析対象としては、工作機械のベース上をテーブルが相対運動する場合を想定し、図 5 に示す簡略化されたモデルを用いた。図中の ● 印は、解析モデルにおける温度上昇を検討するための解析温度記録点を示す。テーブルが固定ベース上を端から端まで繰り返し往復移動するものとし、テーブル上面にある発熱源によってテーブル及びベース各部の温度がどう変化するかを計算する。

解析では、テーブルとベースの相対運動によりずれた節点を、

Fig. 5 Analytical model and specific points

Table 1 Analytical conditions

Material	Meehanite cast iron
Specific heat	548.372 J/(kg·K)
Specific gravity	7500 kg/m ³
Heat conductivity	46.047 J/(m·K·s)
Heat transfer coefficient	13.952 J/(m ² ·K·s)
Surrounding temperature	273.15 K
Heat flux	8.372 × 10 ³ J/(m ² ·s)
Heat radiation	Non
Initial temperature	$\{\theta\}_{t=0} = 273.15$ K

Fig. 6 Temperature rises when table is fixed

CBC 置換法を用いて自動的に調整すると同時に、節点の温度データに対する補間処理を行い、解析を連続的に実行させる。ここで、節点調整及び補間処理はテーブルとベースの接合面近傍に存在する節点に限って行う。解析に用いる初期条件及びモデルの物性値を表 1 に示す。

この非定常熱伝導解析を、テーブルが固定された場合とテーブルが移動する場合の 2 通りについて行い、それぞれ初期状態から 30 分経過までの温度上昇を計算した。図 6 はテーブルがベースの中央におよびベースの右端に固定された場合の各記録点の温度上昇を示す。

さらに、テーブルを異なる速度で移動させ、熱源移動による熱伝導解析を行った。図 7 には、テーブ

Fig. 7 Temperature rises when table is moved

ルがそれぞれ 30 分に 1 往復、3 往復及び 9 往復する場合の各記録点の温度上昇を示す。

解析結果から、モデル各記録点の温度上昇パターンは発熱源を持つテーブルの移動速度により大きく異なることが明らかとなった。発熱源が固定された場合は、モデル各部の温度は同一パターンで上昇していく。一方、発熱源が移動する場合は、テーブルか

らベースへの熱伝導経路が常に変化するため、モデル各部の温度は、この移動発熱源の影響を受けて、位相が異なる波状で上昇していく。発熱源を持つテーブルの移動速度が速くなればなるほど、温度上昇の変動が小さくなり、特にベース全体の温度はほぼ均一に上昇する。

6. 結 言

本研究では、提案した CBC 置換法を、有限要素法による 3 次元非定常熱伝導解析に適用することにより、運転状態において相對運動を伴う工作機械の構成要素の熱挙動を動的に解析することが可能となることを示した。本報で得られた結果をまとめると、以下ようになる。

- (1) 相對運動を行う工作機械の有限要素モデルを効率よく作成するために、要素の節点情報を統合的に管理する手法を提案し、変更すべき節点データを最小限に抑えることが可能となった。
- (2) 相對運動を伴う機械要素の熱解析手法を提案し、運動によってずれる節点を自動的に調整すると同時に、節点の温度データに対して補間処理を行い、解析を連続的に行うことが可能となった。
- (3) ケース・スタディを行った結果から、移動する発熱源を有する機械要素各部の温度上昇パターンは、発熱源の移動速度により大きく異なることが明らかとなった。

参 考 文 献

- 1) K.Ho-Le: Finite Element Mesh Generation Methods — A Review and Classification, Computer-aided Design, **20**, 1, (1988) 27.
- 2) 横山正明: 有限要素解析のための自動要素分割技法, 精密工学会誌, **48**, 12, (1982) 1664.
- 3) T. Moriwaki, N. Sugimura and L. H. Wang: A Modeling System for Finite Element Analysis of Machine Products, Trans. NAMRI/SME, **XXI**, (1993) 383.
- 4) T. Moriwaki, N. Sugimura and L. H. Wang: Development of Solid Modeling System for Machines with Moving Parts, Memoirs of the Graduate School of Science & Technology, Kobe Univ., **9-A**, (1991) 193.
- 5) 森脇俊道, 杉村延広, 王 力 華: 工作機械の CAD/CAE のためのモデリングシステムの開発 (第 1 報) — 相對運動する機械要素の FEM 自動メッシュ調整, 精密工学会誌, **59**, 2, (1993) 233.
- 6) A. A. Requicha and H. B. Voelcker: Solid Modeling — A Historical Summary and Contemporary Assessment, IEEE Computer Graphics & App., **3**, (1982) 9.
- 7) H. S. Carslaw and J. C. Jaeger: Conduction of Heat in Solids, 2nd Ed., Clarendon Press, Oxford, (1959).
- 8) O. Axelsson and V. A. Barker: Finite Element Solution of Boundary Value Problems, Academic Press, Inc., Florida, U.S.A., (1984).
- 9) O.C. ツイエンキービッツ: マトリックス有限要素法, 培風館, (1971) 183.