生産ラインの稼働率ばらつき推定法*

——シミュレーションによる稼働率ばらつきに関する実験式——

本 間 義 彦**

On a Simple Method to Calculate the Variance of Operational Ratio in Automatic Production Lines

Yoshihiko HONMA

It is very important in design problems of automatic production or assembly lines to estimate the fluctuation of daily output which results from the irregular occurrence of trouble and the variance of operational ratio of lines. An analytical method for the variance of operational ratio as the application of analysis for the operational ratio has been presented by previous papers. However, the method needs troublesome computations into practice. In compositions of lines, assembly stations are aligned in various ways, such as series, branched or parallel. Therefore, the method must be simple in calculation. In this report, a simple experimental equation which is given through simulations for production lines with various factors (trouble occurrence ratio, recovery times and buffer capacities) by a digital computer is presented. The presented equation gives appropriate results of variances of operational ratio in automatic production lines. Furthermore, a method to estimate fluctuations of daily products by the presented equation is shown with a numerical example.

Key words: automation, production system, assembling, operational ratio, variance, daily output

1. は じ め に

生産ラインの稼働率が、各ステーションのトラブル発生率、回復時間および中間バッファの容量によって近似的、解析的に求められることはすでに示した¹⁾²⁾。また、この稼働率は、主として、トラブル発生状況および回復時間のばらつきによって変動するが、回復時間の長短による影響は、トラブル発生の不規則性によるものに比してきわめて小さいことも知られた³⁾⁴⁾。生産ラインの稼働率のばらつきは日産量の変動をもたらす、この変動量は日産量の少ない、すなわちサイクルタイムが大きい場合ほど大きくなると推定され、このため、短時日において生産量が予定値から大きくずれる場合が起こると考えられる。したがって、このような稼働率あるいは日産量のばらつきの度合、すなわち平均生産数に対する過不足を起こす確率を予測できれば、生産計画をスムーズに遂行する上にきわめて有効である。このような観点から、前報³⁾において、平均稼働率を求める方法を基に、ばらつきの標準偏差を求める解析的方法を示したが、解析的方法では、計算がやや煩雑であり、一般のラインに適用するには困難を伴うと考えられる。

本報は、多数の稼働率に関するシミュレーションによる結果を整理し、稼働率のばらつきは、平均稼働率、ラインのステーション数およびバッファ容量と平均回復時間の比 $\alpha (=b/R)$ から近似的にかなりの精度で与えられることを示し、稼働率あるいは非稼働率のばらつきに関する実験式を提示し、さらに、それらを用いて日産量のばらつきを推定する方法を示す。

2. 使用する主な記号

- x : トラブル発生率 (トラブル回数/ワーク数)
- b : バッファ容量 (個)
- n : 生産速度 (個/min)
- t_R : 回復時間 (min)

R : 回復時間率, 回復時間をサイクルタイムの倍数で示す
($=t_R \cdot n$)

α : b/R

β : $R \cdot x$

D : 非稼働率

$\bar{D}$: 平均非稼働率

M : ラインのステーション数

σ_D : 非稼働率の標準偏差

N_a : 処理可能数

t_a : ラインの総運転時間 (min)

t_s : ラインの基準時間 (min)

s : 基準時間数 (t_a/t_s)

3. シミュレーションとその結果

分岐、合流部など複雑な構成をもつラインでも、直列のラインに帰することができる⁵⁾。したがって、図1に示すような、中間バッファを介してステーションが直列に並ぶラインを計算機によるシミュレーションの対象とする。シミュレーションは、ステーション数 M について、簡単のため、また、各ステーションのトラブル発生率 x 、バッファ容量 b および回復時間率 R が異なっても、特に大きな差がないとき、ライン全体の平均として扱えることから、これらを一定として与えて行う。また、稼働率を解析的に求めるとき、トラブルが1回起こる確率が最大となる時間を当該ラインの基準時間 t_s とし、この時間における稼働状態を考察した¹⁾²⁾。したがって、シミュレーションでは、総運転時間を基準時間で分割したときの分割数 (基準時間数) s を標本数と考え、1試行における処理可能ワーク数 N_a を基準時間数 s が5~400となるように設定した。

Fig. 1 The production line for simulations

* 原稿受付 平成7年1月30日

** 正 会 員 秋田大学教育学部 (秋田市手形学園町1-1)

Fig. 2 Relative dispersions ($\sigma_0/\bar{D}$) for number of reference hours (s)

処理可能数 N_a と基準時間数 s の関係は

$$\left. \begin{aligned} t_s &= \frac{1-x(1-R)}{nx} \\ s &= \frac{t_a}{t_s} = \frac{xN_a}{1-x(1-R)} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

である。任意の N_a (300~20 000) を与え、各々 200 回の試行を行い、得られた非稼働率の平均 $\bar{D}$ および標準偏差 σ_0 を求めた。得られた結果の代表的な一部を図 2 に示す。図 2 は、横軸に基準時間数 s を、縦軸に標準偏差 σ_0 と平均非稼働率 $\bar{D}$ の比を、各々対数目盛で、ステーション数 M が 2 および 20 の場合についての結果を示す。シミュレーションは、 $x=0.002\sim0.020$ 、 $R=1.0\sim10.0$ 、 $b=1\sim20$ の範囲で各々変えて行い、非稼働率 $\bar{D}$ が、これらの比 $\alpha (=b/R)$ および $\beta (=R_x)$ によって定まる⁶⁾ ことから、 α および β についてまとめ、その値を図中に $\circ, \bullet$ 印などを用いて示した。図から、 $\log s$ と $\log(\sigma_0/\bar{D})$ は直線関係にあること、その勾配は、 α, M によらず一定であること、ステーション数が同じならば α の値が大きいほど $\sigma_0/\bar{D}$ が大きくなること、さらに、 β の値には無関係であることが知られる。したがって、

$$\log\left(\frac{\sigma_0}{\bar{D}}\right) = \log K_1 - C_1 \log s \quad (2)$$

の関係が成り立ち、各々の場合について K_1 および C_1 を求めることができる。シミュレーションの結果から K_1 および C_1 を最小自乗法によって求めた。 C_1 は、いずれの場合も 0.5 付近にあり、最大 0.521 2、最小 0.475 1 で平均値が 0.499 5 である。標準偏差は 0.010 2 ときわめて小さく、 $C_1=0.5$ としてよい。 K_1 は、 α および M によって異なるので、図 3 のように、横軸に α をとって K_1 の値を縦軸に示した。ステーション数 M は図中に示すように 2, 3, 5, ~20 について示しているが、 $M=10$ および 12 についてはシミュレーションによる点を省略し、最小自乗法によって得た直線のみを示した。図示のように β の値によって、 $\circ, \bullet, +$ 印などを用いてシミュレーションの結果を示している。ばらつきが多少あるが、 β による差は見られず、ステーション数 M ごとに一群となり、さらに、 α が 1.3 付近までは、 α の増加につれて K_1 は直線的に増加するこ

Fig. 3 Relative dispersions ($\sigma_0/\bar{D}$) at $s=1$

Table 1 Results by least-square

M	C_2	K_0
2	0.100	0.625
3	0.108	0.502
5	0.102	0.375
10	0.109	0.261
12	0.107	0.249
20	0.106	0.186

とがわかる。図には、 α が 1.5 までを示しているが、実用上、バッファ容量 b が回復時間率に比して大きく、 α が 1.0 を超えることはきわめてまれであると考えられるから、 α が 1.3 以下について考えれば、多くの場合に適用できる。 $\alpha < 1.3$ では K_1 は、

$$K_1 = K_0 + C_2 \alpha \quad (3)$$

となる。図中の直線は、式 (3) の関係になるとして、最小自乗法によって得られた線である。また、得られた K_0 および C_2 を表 1 に示す。直線の勾配 C_2 はステーション数 M によらず、ほぼ一定値を示し、平均は 0.105 である。さらに、 K_0 の値は M の増加につれて減少し、図 4 のように、 $\log K_0$ および $\log M$ の間には直線関係が得られる。すなわち、

$$\log K_0 = \log K'_0 - C_3 \log M \quad (4)$$

の関係が成り立ち、 K'_0 は 0.89、 $C_3=0.52$ である。

式 (2)、式 (3) および式 (4) および得られた各定数から、非稼働率のばらつきに関する実験式は、

$$\frac{\sigma_0}{\bar{D}} = \frac{1}{\sqrt{s}} \left(0.105 \alpha + \frac{0.89}{M^{0.52}} \right) \quad (5)$$

となる。ラインのステーション数 M 、トラブル発生率 x 、処理可能数 N_a 、バッファ容量 b および回復時間率 R が与えられれば、式 (1) および式 (5) により $\sigma_0/\bar{D}$ が求められる。式 (5) によって得られた結果とシミュレーションの結果を比較し、図 3 において比較的ばらつきの大きい $M=5$ の場合で、両者の相対誤差は最大 4.2%、平均 1.7% であり、 $M=20$ の場合では、最大で 4.5%、平均 2.09% である。なお、平均稼働率 $\bar{D}$ は、参考文献 1), 2) あるいは 5) などによって求められる。

4. 解析的方法による結果との比較

本方法による式 (5) の結果と解析的方法¹⁾ による結果とを比較して、本方法の適用限界を明らかにする。解析的方法におい

Fig. 4 The relation in K_e and M

Fig. 5 Results of equation (5) and reference 3)

ては、停止時間率 T_x (基準時間内の停止時間 t_i とし $T_x = t_i/t_s$) が任意の幅の中に入る確率を、当該ステーションが自己要因あるいは隣接ステーションによる干渉を受ける回数の期待値から計算した。解析的方法による結果は、式 (5) による計算結果に比して、 $\sigma_0/\bar{D}$ の値がやや大きめではあるが、ほぼ一致した。一例として、ステーション数 $M=5$ 、トラブル発生率 $x=0.01$ の場合を図 5 に示す。図は、横軸に基準時間数 s をとり、縦軸に $\sigma_0/\bar{D}$ を示し、 $s=5, 10$ および 20 の場合について、バッファ容量 b と回復時間率 R との比 α (副軸) による $\sigma_0/\bar{D}$ を示している。図中、破線および $\circ, \bullet, \times$ 印は前報の結果を示し、実線は式 (5) による結果を示している。本方法による結果は前報の結果に比し多少小さいが、実用上さしつかえない範囲であり、 $\alpha < 1.3$ では、前報の結果でも α の増加につれて、ほぼ直線的に $\sigma_0/\bar{D}$ が増加しているとみることができ、その増加率も両者は一致している。計算がきわめて簡単であることを考慮すれば、式 (5) は、ラインの非稼働率、したがって稼働率を推定するのに、有効な式であると言える。

5. 日産数の予測に関する考察

式 (5) によって得られる非稼働率の標準偏差 σ_0 と生産数 N の関係について考察し、生産数のばらつきに関する推定法を述べる。いま、非稼働率が D_i となる確率を p_i とし、非稼働率 D_i は平均値 $\bar{D}$ を中心にガウス分布すると考えてよいから、 D_i を標準偏差 σ_0 を単位として表せば、 p_i は正規分布となり、多数の試行において非稼働率が D_i を中心とした幅 ΔD の中の度数 f_i は、

$$\frac{\sigma_0}{\bar{D}} = \delta, \quad \frac{\Delta D}{\bar{D}} = \lambda$$

において、

$$f_i = p_i \left(\frac{\lambda}{\delta} \right) \sum f_i \quad (6)$$

となる。ここに p_i は、

$$p_i = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{D_i - \bar{D}}{\sigma_0} \right)^2 \right\} \quad (7)$$

となるから、中心 D_i 、幅 ΔD の中に入る分布密度 $f_i/\sum f_i$ は、

$$\frac{f_i}{\sum f_i} = \frac{\lambda}{\delta} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{D_i - \bar{D}}{\sigma_0} \right)^2 \right\} \quad (8)$$

与えられる。この場合、平均非稼働率からの変動が重要であるから、 $\bar{D}$ を中心に、非稼働率が $\pm a$ の範囲に入る確率について考え、 $\Delta D = 2a$ 、 $D_i = \bar{D}$ とすれば、

$$\left(\frac{f_i}{\sum f_i} \right)_{(\Delta D=2a, D_i=\bar{D})} = \frac{2a}{\delta \bar{D}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}$$

となり、非稼働率 D_i が、 $\bar{D} + a$ を超え、あるいは $\bar{D} - a$ 未満となる確率 P_a を知れば、日産量の平均値に対する過不足の割合を推定する上で有利である。一方、上式は、中心が非稼働率の平均であるから、 $\bar{D} \pm a$ における最大値を与え、 a が大きくなったとき誤差が大きい。したがって、この範囲における平均を近似的に求める。

$$D_i = \bar{D} \pm a$$

とおけば、式 (8) の e の項は

$$\exp \left\{ -\frac{1}{2\delta^2} \left(\frac{D_i}{\bar{D}} - 1 \right)^2 \right\} = 1 - \frac{1}{2\delta^2} \left(\frac{a}{\bar{D}} \right)^2 + \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{2\delta^2} \left(\frac{a}{\bar{D}} \right)^2 \right\}^2 - \dots$$

となり、 $a/\bar{D} = \delta$ のとき、すなわち $a = \sigma_0$ のとき、 $\bar{D} \pm a$ に入る確率は、標準正規分布するものと考えれば、0.66 であり、 $a/\bar{D}$ は 1 より小さく、さらに δ より小さい範囲について考えてよい。したがって、第 4 項以降は小さいとして、第 3 項までをとり、この区間における平均値 h は、

$$h = 1 - \frac{1}{6\delta^2} \left(\frac{a}{\bar{D}} \right)^2 + \frac{1}{40\delta^4} \left(\frac{a}{\bar{D}} \right)^4$$

となるから、

$$\left(\frac{f_i}{\sum f_i} \right)_{(\Delta D=2a, D_i=\bar{D})} = \frac{2a}{\delta \bar{D}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left\{ 1 - \frac{1}{6\delta^2} \left(\frac{a}{\bar{D}} \right)^2 + \frac{1}{40\delta^4} \left(\frac{a}{\bar{D}} \right)^4 \right\} \quad (9)$$

となり、 δ は式 (5) によって与えられ、任意の a について、

$$z = \frac{a}{\delta \bar{D}}$$

とおけば、非稼働率が $\bar{D} + a$ を超え、あるいは $\bar{D} - a$ 以下となる確率 P_a は

Fig. 6 Frequencies of non-operational ratio by the equation (8) and simulations

 Fig. 7 An example of relations for P_a and s

$$P_a = \frac{1}{2} \left\{ 1 - \frac{2}{\sqrt{2\pi}} z \left(1 - \frac{1}{6} z^2 + \frac{1}{40} z^4 \right) \right\} \quad (10)$$

となる。平均生産数は $N_a(1 - \bar{D})$ であるが、実生産数が $N_a(1 - \bar{D} - a)$ となり、平均数より $N_a \cdot a$ だけ不足する確率が P_a だけあることを示す。図6は、式(8)による結果とシミュレーションの結果を比較した例を示している。例では、 $M=10$ 、 $R=5$ 、 $b=2$ 、 $x=0.005$ であり、基準時間数 s は、図中に示したように、 $s=147.0$ 、 19.6 および 9.80 の場合について、 λ は各々について 0.0143 、 0.0287 、 0.0434 とし、各々、●、○ および × 印でシミュレーションによる結果を示した。実線は、式(5)によって計算される $\sigma_0/\bar{D}$ を用い、式(8)によって得た計算結果を示す。非稼働率の平均 $\bar{D}$ は 13.95% である。図から、式(8)によって与えられる分布は、基準時間数 s がきわめて大きいとき、度数分布がシミュレーションの結果よりやや平均値付近に集まる傾向はあるが、両者の結果は、ほぼ一致している。さらに、 $\sigma_0/\bar{D}$ を与える式(5)による相対誤差が大きくて 5% 程度であるから式(10)の誤差は 2% 以下と推定できる。したがって、式(9)および式(10)は日産数のばらつきを充分信頼できる予測確率を与えると考えられる。

6. 具体例

具体例として、 $\alpha=0.5$ 、 $M=10$ 、 $n=4$ の場合について計算例を示す。このとき式(5)から、

$$\frac{\sigma_0}{\bar{D}} = \frac{0.321}{\sqrt{s}}$$

となり、非稼働率が平均 $\bar{D}$ の $\pm a$ 以下、あるいは以上になる確率 P_a は式(10)より求められ、ここに、 $z = a/\sigma_0$ より

$$z = \frac{\sqrt{s}}{0.321} \left(\frac{a}{\bar{D}} \right)$$

となる。 z は、非稼働率の平均値からの偏差を標準偏差を基準に表している。したがって、日常的なばらつきを対象に考えれば、 $z < 1$ としてよく、また、稼働率のばらつきの度合を、平

均値を中心に考えることが日産数を予測する上で便利である。

図7は、この場合の計算結果である。第1象現には s と z の各々の $a/\bar{D}$ における関係を、第2象現には、 z と P_a の関係を示している。例えば、 $s=16$ 、 $a/\bar{D}=0.03$ とすれば、 $z=0.374$ となり、 $P_a=0.352$ となる。すなわち、この場合、非稼働率が平均値の 3% 大きくなる確率が 35.2% あることを示す。

7. 結 言

日産数のばらつきを予測する簡単な方法を得るため、生産ラインに関する計算機による各種のシミュレーションを行い、考察を行った。その結果、次の結論を得た。

- (1) ばらつきの度合、 $\delta = \sigma_0/\bar{D}$ は、 α 、 M および s によって定まり、 $b/R < 1.3$ では式(5)によって表すことができる。
- (2) 非稼働率の平均値からのばらつき、すなわち、非稼働率が $\bar{D} + a$ を超える確率、あるいは $\bar{D} - a$ より小さくなる確率 P_a は、式(10)によって求められる。
- (3) これらの式によって、1日生産数のばらつく確率を近似的に予測することができる。

参 考 文 献

- 1) 本間義彦：組立ラインにおけるバッファストックの容量と稼働率，精密工学会誌，52, 9 (1986) 1547.
- 2) 本間義彦：自動組立ラインの稼働率（分岐をもつラインの解析方法），日本機械学会論文集C，54, 507 (1988) 2802.
- 3) 本間義彦：組立ラインにおける稼働率のばらつき，精密工学会誌，54, 9 (1988) 1794.
- 4) 本間義彦：自動組立ラインにおける稼働率のばらつき（トラブル回復時間のゆらぎによる影響），日本機械学会論文集C，59, 558 (1993) 606.
- 5) 本間義彦：分岐や並列部を含む複合組立ラインの稼働率の解法，精密工学会誌，57, 1 (1991) 116.
- 6) 本間義彦：組立ラインの稼働率を与える要因の無次元表示，精密工学会誌，56, 5 (1990) 897.