平滑化逐次3点法による形状測定*

鴻 巢 健 治** 岸 智 章***

Measurement of Surface Profile Using Smoothed Serial Three Point Method

Kenji Kounosu and Tomoaki Kishi

It is known to measure precision profile with three or more displacement sensors. Serial three point method is very simple particularly but it has some disadvantages that it is difficult to modify the intervals of displacement sensors and the accidental errors accumulate. This paper presents a new measuring method using smoothed serial three point method. This method is improved on serial three point method using smoothing and weighted least square method. In the present paper the influence of smoothing is theoretically clarified in relation to the error with the real profile and the feasibility of this method is verified theoretically and experimentally.

Key words: precision profile measurement, serial three point method, smoothing, weighted least square method

1. ま え が き

機械加工において機上（オンマシン）にて形状測定を行うことは、能率上からまた補正加工における精度維持の点からも好ましい。この測定法として、複数の変位計を配置した検出ヘッドを用いて、測定時の走査誤差を取り除きながら形状を測定する方法が知られている^{1)~5)}。これらの方法は特別なデータムを必要とせず、変位計の零点を基準としてソフトウェアデータムを構成するため、オンマシン測定に適している。これらの方法のうち逐次3点法は測定方法が非常に単純であるが、測定間隔が容易に変更できないことや、偶然誤差が蓄積する⁴⁾などの欠点がある。特にオンマシン測定は測定環境が良好とは言えず、これらの欠点を克服する必要がある。本報では平滑化の手法を逐次3点法に取り入れた平滑化逐次3点法を提案する。本方式は、逐次3点法と同じ検出ヘッドを用いて変位計間隔よりも小さな間隔で変位を測定した後、近似曲線⁶⁾にて形状表示を行う平滑化を試みるものである。本方式の測定原理を示し、シミュレーションにより本方式の特性を検討、および測定実験により有効性を確認した結果を報告する。

2. 平滑化逐次3点法の原理

測定原理は図1に示すように、変位計を等間隔 d で配置した検出ヘッドを送りながら d/M ごとに測定する。ここで M は測定点の分割数で整数である。図2に示す3個の変位計A、B、Cそれぞれの測定値を $s_a(j)$ 、 $s_b(j)$ 、 $s_c(j)$ 、変位計の偶然誤差を $\varepsilon_a(j)$ 、 $\varepsilon_b(j)$ 、 $\varepsilon_c(j)$ 、真の形状を $x(i)$ 、検出ヘッドの並進および回転の走査誤差を $e_d(j)$ 、 $e_r(j)$ とする。ここで、 i は形状位置、 j は分割 d/M を単位とした測定位置を表す。

また、変位計Aと変位計Cの零点を結んだ直線と変位計Bの零点との距離を零点不釣り合い量 Δ とすると、

$$\left. \begin{aligned} s_a(j) &= x(j) - e_d(j) - e_r(j) + \varepsilon_a(j) \\ s_b(j) &= x(j+M) - e_d(j) + \Delta + \varepsilon_b(j) \\ s_c(j) &= x(j+2M) - e_d(j) + e_r(j) + \varepsilon_c(j) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

の関係式が成り立つ。式(1)から $e_d(j)$ と $e_r(j)$ を消去すると、

Fig. 1 Feed of sensor head

Fig. 2 Schematic drawing of data collection

* 原稿受付 平成6年 3月 2日

** 正 会 員 千葉大学工学部(千葉市稲毛区弥生町1 33)

*** 特許庁(東京都千代田区霞ヶ関3 4 3)

$$s(j) = z(j) - 2\Delta + \varepsilon(j) \quad (2)$$

となる。ただし、 $z(j)$ 、 $s(j)$ 、 $\varepsilon(j)$ はそれぞれ次式となる。

$$\left. \begin{aligned} z(j) &= x(j) - 2x(j+M) + x(j+2M) \\ s(j) &= s_a(j) - 2s_b(j) + s_c(j) \\ \varepsilon(j) &= \varepsilon_a(j) - 2\varepsilon_b(j) + \varepsilon_c(j) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

いま $M=2$ の場合を考えると、図3において……、 $x(i-2)$ 、 $x(i)$ 、……の点列と、……、 $x(i-1)$ 、 $x(i+1)$ ……点列の2系統の離散的点列ができる。これは始点をずらした逐次3点法による測定の2つの点列になり、同一物形状測定において、関連性のない異なった形状を示してしまうことになる。これまで、これら点列の関連性について、段差の場合であるが評価線による連絡方法⁷⁾、非逐次法で得た曲線を利用する合致法⁸⁾などが提案されている。

Fig. 3 Conceptual figure of smoothing ($M=2$)

本報では、連続性の特性を考慮してこれら M 個の点列（例では2点列）を滑らかな1本の曲線で当てはめることを考える。この曲線には、すべての点を通る補間法と、曲線が与えられた点の近くを通り点列の状況をよく反映する近似法がある。具体的な曲線イメージをつくりあげていく場合、実務的曲線形状の構成には近似曲線がよいと言われている⁶⁾。そこで本研究では、連続性が保たれる3次式B-スプライン⁹⁾を用いて、近似曲線を構成し平滑化を行うこととする。これを平滑化逐次3点法と呼ぶことにする。図3に示すように与えられた離散点（節点）の近くを通る滑らかな曲線を求める手法である。 $x(i)$ を平滑化した後の値を $y_1(i)$ とすると、

$$y_1(i) = \frac{x(i-1) + 4x(i) + x(i+1)}{6} \quad (4)$$

となる。ここで、平滑化前後の差を $\varepsilon_{x1}(i)$ とすると、

$$\varepsilon_{x1}(i) = y_1(i) - x(i) = \frac{x(i-1) - 2x(i) + x(i+1)}{6} \quad (5)$$

となる。式(5)の右辺は $x(i)$ の2階差分の形になる。

また、同様に3点での移動平均法¹⁰⁾を用いて平滑化した場合、 $x(i)$ の平滑化後の値を $y_2(i)$ とすると、

$$y_2(i) = \frac{x(i-1) + x(i) + x(i+1)}{3} \quad (6)$$

となり、平滑化前後の差を $\varepsilon_{x2}(i)$ とすると、

$$\varepsilon_{x2}(i) = y_2(i) - x(i) = \frac{x(i-1) - 2x(i) + x(i+1)}{3} \quad (7)$$

となる。式(5)と式(7)より、どちらの方法で平滑化を行っても元の値と平滑化後の値の差は2階差分の定数倍で表される。

そこで、本方式では $x(i)$ の2階差分を用いて、

$$\varepsilon_x(i) = x(i-1) - 2x(i) + x(i+1) \quad (8)$$

とし、 $\sum \varepsilon_x(i)^2$ が小さくなるように平滑化を行う。

ここで、直線形状を測定する場合を考える。形状測定点数を整数 N を用いて $MN+1$ 個とすると、式(2)と式(8)の i と j はそれぞれ、

$$i = 2, 3, \dots, MN \quad j = 1, 2, \dots, MN - 2M + 1$$

となる。また、両端の点を基準点として、

$$x(1) = x(MN+1) = 0$$

とする。式(2)と式(8)を行列を用いて表すと、

$$s = Ax + e \quad (9)$$

となる。 A は $(2MN-2M) \times (MN)$ の係数行列で、

$$A = \begin{bmatrix} \cdots & -2 & \cdots & 1 & & & -2 \\ 1 & \cdots & -2 & \cdots & 1 & & -2 \\ & & & & & & \vdots \\ & & & & & & \vdots \\ & & & & & 1 & \cdots & -2 & \cdots & -2 \\ -2 & 1 & & & & & & & & 0 \\ 1 & -2 & 1 & & & & & & & 0 \\ & & & & & & & & & \vdots \\ & & & & & & & & & \vdots \\ & & & & & & & & 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

となり、 s 、 x 、 e はそれぞれ以下になる。

$$\begin{aligned} s &= [s(1), \dots, s(MN-2M+1), 0, \dots, 0]^T \\ x &= [x(2), \dots, x(MN), \Delta]^T \\ e &= [\varepsilon(1), \dots, \varepsilon(MN-2M+1), \varepsilon_x(2), \dots, \varepsilon_x(MN)]^T \end{aligned}$$

式(9)の左側から $(2MN-2M) \times (2MN-2M)$ の重み行列 Q を掛けると、

$$Qs = QAx + Qe \quad (10)$$

となる。重み付き最小2乗法⁹⁾を用いて、評価関数 J を以下のようにする。

$$\begin{aligned} J &= e^T Q e \\ &= w_1 \sum \varepsilon(j)^2 + w_2 \sum \varepsilon_x(i)^2 \end{aligned} \quad (11)$$

式(11)のJを最小にするxは正規方程式,

$$A^T Q A x = A^T Q s \quad (12)$$

の解である。よって、xは次式より求められる。

$$x = (A^T Q A)^{-1} A^T Q s \quad (13)$$

式(12)が解を持つためにはQが正定でかつAが列フルランクとならなければならない。本方式では、この条件を満足することを行列のランクを求めるプログラムを作製し数値計算で確かめた。

ここで、xが最尤解¹¹⁾となるような重みQを考える。 $\varepsilon(j)$ と $z(j)$ は互いに独立な平均0の正規分布であり、かつ $x(i)$ の2階差分をとともに表している $z(j)/M^2$ と $\varepsilon_x(i)$ の分散が等しいと仮定する。この場合、Qは対角行列となる。

$$Q = \begin{bmatrix} w_1 & & & & \\ & w_1 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & w_1 & \\ & & & & w_2 \\ & & & & & w_2 \\ & & & & & & \ddots \\ & & & & & & & w_2 \end{bmatrix}$$

その成分qは、

$$q_{kk} = w_1 = \frac{1}{\sigma^2} \quad k=1, \dots, MN-2M+1$$

$$q_{kk} = w_2 = \frac{M^2}{\sigma_s^2 - \sigma^2} \quad k=MN-2M+2, \dots, 2MN-2M$$

となる。 σ と σ_s は $\varepsilon(j)$ 及び $s(j)$ の標準偏差である。 σ_s は測定後に計算で求めることができるが、 σ はあらかじめ予備測定を行って求めておく必要がある。

なお、直線形状を測定する場合、検出ヘッドの3個の変位計A、B、Cの0点が一直線上になるようにするための零点調整は高い精度が要求される。しかし、これを行うことは一般に困難であるので、その不釣りの影響により求められる形状は放物線状にひずむ⁴⁾。このひずみと形状に含まれる放物線成分は分離することができないが、どちらか一方を0と仮定することにより他方を求めることができる。上記の測定原理は零点調整を精度良く行うことが困難な場合で、 $z(i)$ の平均が0と仮定することにより零点不釣り合い量 Δ を求めている。しかし、零点調整が十分可能であるならば、 $z(i)$ の平均が0という仮定は必要なく、 $\Delta = 0$ と仮定して上記計算に Δ の項を使用しないで計算を行う。

3. シミュレーション及び考察

本方式の測定原理にしたがって、計算機シミュレーションを行った。直線形状および検出ヘッドの並進および回転の走査誤差 $e_a(j)$ 、 $e_b(j)$ を標準偏差 $1\mu\text{m}$ の正規乱数で発生させた7次までのフーリエ係数を用いてフーリエ逆変換して与えた。図4(a)に与えた直線形状を示す。ただし、始めと終わりの点が

Fig.4 Simulation result

0になるように補正してある。また、偶然誤差 $\varepsilon_a(j)$ 、 $\varepsilon_b(j)$ 、 $\varepsilon_c(j)$ はそれぞれ標準偏差 $0.5\mu\text{m}$ の正規乱数で与えた。

変位計間隔 $d=50\text{mm}$ の検出ヘッドを使用し、測定範囲は 1000mm とする。また、零点調整は完全に行われたと仮定して、 Δ の項は計算に用いていない。

図4(b)は $M=1$ の場合の本方式と逐次3点法での計算結果で形状点数は21点である。偶然誤差の蓄積により両方式とも形状曲線が大きくひずんでしまい、本方式を用いても偶然誤差はほとんど除去されていない。また、両方式とも測定点が少ないため十分に形状を表すことができない。

図4(c)は $M=2$ の場合の本方式の計算結果と、測定点数が等しくなるように変位計間隔 d を半分の 25mm にして逐次3点法で測定したときの計算結果で形状点数は41点である。逐次3点法では形状が大きくひずんでいるが、本方式では偶然誤差が蓄積されないためひずみは小さい。また、図4(b)の実線とくらべると、測定間隔が $1/2$ になったため、真の形状の特徴がはっきりしている。

図4(d)の実線は $M=3$ の場合の本方式の計算結果で形状点数は61点である。測定間隔がさらに小さくなり真の形状をよくとらえている。図4(d)の破線は Δ を計算に用いた場合の計算結果である。 $z(j)$ の平均が0という仮定のもとで零点不釣り合い量 Δ を求めることができるが、与えた $z(j)$ の平均は $-0.303\mu\text{m}$

Fig. 5 Standard deviation of measuring error

であるために、放物線状にゆがんでしまっている。このとき求められた Δ は $0.10 \mu\text{m}$ であった。

つぎに真の形状と本方式を用いて計算で求めた形状の差について、測定点分割数 M と形状測定点数 N による特性を検討する。この場合標準偏差 $4.0 \mu\text{m}$ の正規乱数で発生させた値を真の形状に対して、本方式を用いて形状を求め、真の形状と求めた形状との差の標準偏差を計算する。同じ M, N に対して、上記の計算を8回行い、平均値を求めたものを図5に示す。ただし、偶然誤差は標準偏差 $\sigma = 0.5 \mu\text{m}$ の正規乱数で与えた。 $M=1$ の場合は $M=1$ にくらべて、変位計間隔を小さくして N を大きくしても平滑化により誤差の標準偏差の増加を低く抑えることができる。

4. 測定実験による検証

4.1 データ処理

平滑化逐次3点法を用いた直線形状のデータ処理手順を図6に示す。

Fig. 6 Flow of measurement

- (1) 検出ヘッドを移動させないでデータを取り込むことにより、変位計に混入する偶然誤差 $\varepsilon(j)$ の標準偏差 σ を求める。
- (2) 検出ヘッドを d/M ずつ送りながら変位を測定し $s(j)$ を求める。
- (3) $s(j)$ の標準偏差 σ_s を計算し、重み w_1 と w_2 を計算する。
- (4) A, Q, s を定義する。
- (5) 重み付き最小2乗法の計算を行う。
- (6) 真の形状 $x(i)$ と零点不釣り合い量 Δ を求める。

4.2 測定実験

図7に示す装置を用いて測定実験を行った。円筒研削盤のテーブル上に直定規を設置し、電気マイクロメータ(LVDT)を15mm間隔に3個並べた検出ヘッドを用いて変位を測定し、テーブルの移動量はリニアエンコーダで読みとる。それぞれの信号はパーソナルコンピュータに取り込まれ処理される。また、零点不釣り合い量は測定困難なために、計算に Δ の項を用いて補正を行った。

Fig. 7 Schematic of experimental setup

図8に示す実線は本方式を用いて測定した結果である。比較のために変位計Aの読みの値を破線で示す。形状測定は分割数 M を変化させて行った。図8(a)は $M=1$ の場合であり、測定点数は21点である。偶然誤差の蓄積により求められた形状が大きくひずんでいることがわかる。図8(b)~(e)は分割数 M がそれぞれ2, 3, 4, 6の場合の測定結果で、測定点数 N はそれぞれ41, 61, 81, 121点である。50mm付近で上がっている傾向がある。図9は比較のために真円度測定器(RTH社製TR300)で測定した結果である。これらの形状を比べると、比較的近い形状になっている。変位計間隔を変えないで分割数 M を大きくすると、測定点は増加するが、高い周波数成分は平滑化の影響で除去されてしまうために滑らかな曲線が得られる。

なお本方式により計算された零点不釣り合い量 Δ は、式(8)の $\varepsilon_x(i)$ の平均が0という仮定のもとに求められるものであるため、放物線状にひずんでしまう可能性もあることに注意しなければならない。

Fig.8 Measurement of present proposed method

Fig.9 Measurement by TR300

5. あ と が き

形状測定において、平滑化逐次3点法を提案し、シミュレーション、測定実験を行った結果、次のようなことがわかった。

- (1) 平滑化逐次3点法の測定原理および手法を示した。
- (2) 計算機シミュレーションおよび測定実験を行い本方式の有効性を確認した。
- (3) 本方式は逐次3点法に比べて測定間隔を小さくでき、偶然誤差の影響を抑えられる特徴があることを示した。

本研究を行うにあたり本学卒業研究生（現大学院生）栗山豊君に協力頂いたことを感謝します。

参 考 文 献

- 1) 岸 智章, 鴻巣健治: 多点法による形状測定の一般化, 精密工学会誌, 60, 3 (1994)441.
- 2) 田中宏明 ほか: 逐次2点法真直度測定法の基本特性に関する研究, 日本機械学会論文集, 48, 436, C (1982)1930.
- 3) 田村洋一ほか: 逐次多点法による表面プロファイル計測方法, 計測制御, 25, 5 (1988)513.
- 4) 小尾 誠, 古川 進: 逐次点測定法による真直度測定の考察 (第1報), 日本機械学会論文集, 57, 542, C (1991)3197.
- 5) 清野 慧, 高 偉: 多点法によるソフトウェアデータムとその誤差評価, 日本機械学会論文集, 58, 551, C (1992)2262.
- 6) 日本図学会編: C Gハンドブック, 森北出版, (1989)85.
- 7) 永田 努ほか: 逐次二点法を用いた超精密真直度測定に関する研究—補間測定による高精度化の試み—, 日本機械学会論文集, 57, 542, C (1991)3300.
- 8) 清野 慧, 大垣英章: ソフトウェアデータムによる段差形状の測定, 精密工学会誌, 59, 8 (1993)1319.
- 9) 山口富士夫: コンピュータディスプレイによる形状処理工学 [Ⅱ], 日刊工業新聞社, (1984)69.
- 10) 宮川 洋ほか: デジタル信号処理, コロナ社, (1976)43.
- 11) 中溝高好: 信号解析とシステム同定, コロナ社, (1988)10.