ねじの変形計算の断面積について*

細川 修二** 梅山 嘉夫*** 熊倉 進**

Sectional Area for Calculation of Deformation in Screw Thread

Shuji Hosokawa, Yoshio UMEYAMA and Susumu KUMAKURA

The elastic behavior of screw thread has been studied by tensile test on the screw thread of M6-M20×1.5, and by Finite Element Method. Elastically equivalent cylinder's cross sectional areas of threaded bar approximately coincide with experimental and calculated values. Both values are small compared to the usual value called stress area, which is used to estimate the tensile strength of the screw thread. Then a new equivalent cross sectional area is proposed expressing the relation between load and elongation in the screw thread, and an empirical equation is obtained that the equivalent area of the screw thread is considered to be a function of the ratio of pitch to major diameter on the external thread.

Key words: finite element method, screw thread, stress area, equivalent cross sectional area, deformation, tensile strength

1. 緒 言

ボルト・ナット締結体においては、外力の作用によってボルトに追加される軸力の大きさが、ばね定数により推定できるため、ねじの荷重と変形の関係を正確に把握することが非常に重要である。また軸方向外力によるボルトの伸びに伴い、発生するナットの回転ゆるみ機構を解明する上にも、正確なねじの荷重と伸びの関係を知る必要がある。通常、軸荷重によって生じるボルトねじ部の弾性伸びを計算するには、ねじの形状がらせん形のために、ねじ部を仮想の円筒とし、その円筒の断面積に有効断面積が用いられている。JISにおいては、ねじの有効断面積はおねじ部品の引張強度の計算に用いられるおねじの断面積とある¹⁾。このように有効断面積はおねじ部品の引張強度の計算を対象としているもので、これを弾性域内のねじの伸びの計算に用いるのは適切でない。ところが計算の容易さから、ねじの荷重と変形の関係を表すばね定数の計算においても、多くの場合に上述の有効断面積²⁾もしくは谷の断面積³⁾が用いられているのが現状である。ボルトねじ部の引張強度や降伏強度を計算するための断面積に関する研究^{4)~6)}はあるが、ねじの変形計算の断面積を扱ったものは、著者らの調べた限りでは見当たらない。

そこで本研究では、ねじの弾性域内における引張荷重と伸びの関係を、実験と有限要素法を用いた数値解析により求める。これよりねじの伸びを計算するための、弾性域内における荷重と変形の関係を対象とした、新たなねじの変形相当断面積について検討したので報告する。

2. 数 値 解 析

解析モデルは、ねじの形状を軸対称体に理想化して、半径方向に r 座標、軸方向に z 座標をとる。 z 方向にそって変形が周期的に繰り返すことを考慮し、1/2 ピッチ部分を解析対象とした。ピッチ/外径比を7種類選び、それらの基準山形はJIS

B 0205 に従うものとする。また谷の丸み半径は $R=0.125P$ として、すべてのモデルのねじ山投影図形を相似とした。弾性計算は有限要素法を用い、中間節点をもつ4辺形2次アイソパラメトリック軸対称要素⁷⁾で約25要素100節点程度の数値計算を行った。このような高次要素を用いると、図1に示すように谷の曲面を少ない要素数で近似できる利点がある。また自由度がこの程度のオーダーであれば、通常のパーソナルコンピュータでも処理が容易である。

次に荷重と境界条件については、1/2 ピッチ部分の円盤状計算領域の両面において、一方の面で軸方向変位を拘束し、もう片面では強制的な軸方向変位 δ_p を与える。いずれの面も半径方向変位は自由とし、荷重は陽 (explicit) には与えない。これより算出された拘束面上の各節点力 (反力) の総和をとれば軸力 W_a が得られるので、ねじの伸びの計算に用いるための変形相当断面積 A_e をおねじと伸びの等しい円筒の断面積とすれば、式(1)により求められる。ここに P はねじのピッチ、 E は縦弾性係数である。

$$A_e = \frac{W_a(P/2)}{\delta_p E} \quad (1)$$

Fig. 1 FEM mesh for sectional shape of axis-symmetric thread model

* 原稿受付 平成7年1月30日

** 正 会 員 神奈川大学工学部 (横浜市神奈川区六角橋 3-27-1)

*** 神奈川大学工学部

Fig. 2 Shape and dimensions of specimens

Table 1 Dimensions of specimens measured in detail

No. of Specimen	Nominal Size	Major dia. d mm	Pitch dia. d_2 mm	Minor dia. d_3 mm	Pitch P mm	Root radius R mm
6-1	M 6	5.988	5.263	4.788	1.00	0.18
6-2		5.986	5.248	4.753	1.00	0.20
6-3		6.003	5.281	4.801	1.00	0.18
8-1	M 8	7.998	7.125	6.382	1.24	0.15
8-2		8.001	7.135	6.444	1.25	0.20
8-3		8.006	7.130	6.395	1.24	0.18
8-4	M 8×1	8.000	7.201	6.692	0.99	0.15
8-5		7.991	7.202	6.704	1.00	0.18
8-6		8.001	7.207	6.733	0.99	0.18
10-1	M 10	10.008	9.038	8.063	1.51	0.13
10-2		9.999	9.033	8.046	1.50	0.15
10-3		10.003	9.063	8.074	1.50	0.13
10-4	M 10×1.25	10.003	9.170	8.457	1.255	0.15
10-5		10.003	9.166	8.457	1.255	0.13
10-6		10.005	9.165	8.454	1.250	0.13
20-1	M 20×1.5	20.004	19.043	18.085	1.51	0.15
20-2		19.997	19.041	18.090	1.51	0.15
20-3		19.998	19.035	18.095	1.51	0.15

3. 実 験

3.1 ねじ棒試験片

本実験に使用した材料はS45C材で、残留応力を除去するため840℃で30分間保持後空冷による焼きならしを行った。熱処理後に機械加工したねじ棒試験片の形状・寸法を図2に示す。ねじの呼びはM6, M8, M8×1, M10, M10×1.25およびM20×1.5の6種類で、各3本、総計18本の試験片を用いた。なおいずれの試験片も直径 d_B の平滑部分は、伸び計を取り付ける際に必要なスペースである。

ねじの形状・寸法の測定は外径を外側マイクロメータで、有効径を三針法で行い、おねじの谷の径、谷の丸み半径およびピッチの測定は万能投影機を用いた。これらの寸法測定結果を表1に示す。ねじの多くは等級6g程度で、M10, M10×1.25, M20×1.5は許容限界寸法(JIS B 0209およびB 0211)を少し越えている。

3.2 実験方法

ねじの荷重と変形の関係を求めるために、ねじ棒試験片の弾性域内における引張試験を行った。荷重は試験機付属のロードセルを用いて測定し、ねじの伸びは標点距離 L をいずれのねじ棒試験片も50 mm (ただしM10, M20×1.5はピッチの都

Fig. 3 Measuring apparatus for tensile test on thread specimen

Fig. 4 An example of load-elongation record

合で51 mm)とし、取付け部分を図3に示すように一方をねじの頂、他方を谷底で保持できるように改良した差動トランス式伸び計を用いて測定した。

図4はX-Y記録計による測定記録線図の一例で、荷重-伸び線図は直線を示し、しかも負荷、除荷時ともに同一直線上をたどることがわかる。引張荷重 W_a (軸力)をねじ棒の降伏荷重の約20%まで負荷した時の伸び δ をX-Y記録紙から読み取り、ねじの変形相当断面積を $A_e = W_a L / (\delta E)$ の式により求めた。ここで縦弾性係数 E は202 GPa(実測した3本の平滑試験片の平均値)である。なお実験はあらかじめ、ねじ棒試験片に測定荷重の約10%増まで一度負荷・除荷した後に行い、すべて常温で引張速度は約5 mm/minである。測定は1本のねじ棒試験片につき4~5回行い、その平均値を用いた。

4. 結果とその考察

4.1 変形相当断面積の計算結果と実験結果との比較

数値計算の条件を表2にまとめた。表中の P/d はねじのピッチ P を外径 d で除したものである。

図5はねじの変形相当断面積の計算結果と実験結果の比較を示す。ここで A_e/A は A_e とおねじの外径 d を直径とする断面積 $A = \pi d^2/4$ との相当断面積比である。実験結果と計算結果とはよく一致している。しかし P/d の増大に伴って両結果に違いが生じ、M8($P/d=0.156$), M6($P/d=0.167$)の場合、実験値は計算値に比べて小さい。この理由として、 P/d

Table 2 Specifications of calculated models

Nominal size	Pitch P mm	P/d	Pitch dia. d_2 mm	Minor dia. d_3 mm
M 4	0.70	0.175	3.55	3.12
M 6	1.00	0.167	5.35	4.74
M 8	1.25	0.156	7.19	6.43
M 8×1	1.00	0.125	7.35	6.64
M 10	1.50	0.150	9.03	8.11
M 16×1.5	1.50	0.094	15.03	14.11
M 20×1.5	1.50	0.075	19.03	18.11

 Fig. 5 Relation between elastically equivalent cross sectional area ratio A_e/A and relative pitch size P/d

の値が大きいねじはリード角 $\beta = \tan^{-1}(P/\pi d)$ が大きいため、ねじの形状が軸線に対称という計算の仮定から外れてくるとともに、軸荷重を受けるとポテンシャルエネルギーを減じる方向にねじり変形を起こす⁸⁾ので、この回転を拘束した場合より伸びやすく、ねじの相当断面積の実験値が計算値より小さくなると考えられる。以上を実証するためには、軸対称の取扱いでは無理があるので、形状をより正確にモデル化し、6面体要素を用いた計算を今後行う予定である。

実験結果および計算結果ともに、 A_e/A の値は P/d の増加に従って減少している。この理由として、図6に示すように、JIS規格のメートルねじは P/d の値の大きいほど、 d を単位として表したねじの部分の寸法 d_1/d や d_2/d が小さくなっており、このために $(d_e/d)^2 = A_e/A$ の値もまた、 P/d の大きいねじほど小さくなると考えられる。

設計のための参考資料の1つとして、本実験および数値解析結果より、ねじの変形計算に用いる相当断面積を P/d の関数で表す実験式を得た。すなわち、まず軸対称の仮定による図5中のFEM解析結果を通る曲線を、最小二乗法によって求めたものが式(2)の第1~3項であり、これに $P/d=0.15$ 付近で実験結果のように曲線から逸れる関数として第4項を加えた。

$$\frac{A_e}{A} = 1.0 - 2.20 \frac{P}{d} + 1.26 \left(\frac{P}{d} \right)^2 - 0.04 \ln \{ 1 + (0.85 e^{P/d})^{40} \} \quad (2)$$

なおこの算出式の適用範囲は $0.075 \leq P/d \leq 0.167$ とする。

一般的なボルト・ナット締結体の変形計算においては、ボルトの完全ねじ部に本実験式が適用でき、はめあいねじ部や不完全ねじ部には、沢・丸山⁹⁾のはめあいねじ部の変形理論解析結

$(P/d=0.075)$ $(P/d=0.125)$ $(P/d=0.150)$ $(P/d=0.167)$

 Fig. 6 Relative thread size per major diameter d

 Fig. 7 Profile of thread (pitch dia. d_2 and minor dia. d_3)

果や、VDI 2230³⁾に示すコンプライアンスの計算式を参考にすることがある。

4.2 変形相当断面積に及ぼすねじ山形の寸法の影響

ねじの谷底を図7で表されるように単一円弧形状とすれば、有効径と谷の径および谷の丸み半径の3つのうち2つを与えることにより、幾何学的条件から他の1つが決まる。ねじの製作に際して、谷の丸み半径の小さいものは加工が困難であり、 R は実際にはJIS規定の最小値 $0.125P$ とは限らない。したがって、おねじの有効径が同じでも、谷の径が太めになることがある。まためねじとののはめあいには、通常多少のすきまを設けるが、この場合はおねじの有効径が基準山形より細くなる。これらの寸法の違いがねじの変形相当断面積に及ぼす影響を、数値計算で調べた。

図8は有効径を一定とした場合の、谷の径の違いによる相当断面積比の変化を、M10を例として示したものである。また図9は谷の径を一定とした場合の、有効径による相当断面積比の変化である。いずれもおねじ等級4hの許容限界寸法範囲をカバーしており、参考のため谷の丸み半径 R の目盛を加えた。これらの関係は、変域が狭いのでほぼ直線的となり、図8のほうが傾斜が大きいので、谷の径の影響が支配的であることがわかる。このことは計算結果において、変形がねじの谷の断面付近に集中しており、山の形はほとんど変わらないことに対応している。したがってねじ山を削って有効径を減らしても、谷の径が同じになるように R を大きくとれば、変形相当断面積にはあまり影響がないと考えられる。また図5の実験値のばらつきも、表1に示した谷の径のばらつきに起因すると推定される。

Fig. 8 Equivalent area ratio vs. root diameter

Fig. 9 Equivalent area ratio vs. pitch diameter

4.3 変形相当断面積と有効断面積との比較

図10は A_e を公称の有効断面積 A_s で除した A_e/A_s と P/d との関係を示す。 A_e/A_s の値は P/d の値の増加に従って減少し、1より小さく、ねじの変形相当断面積は引張強度を対象とした有効断面積に比べて小さい。

図11に P/d の大きいM6と小さいM20×1.5の場合の、ねじ棒(No. 6-2, No. 20-2)の引張試験から求めた A_e の相当直径 $d_e = \sqrt{4A_e/\pi}$ 、ねじの基準寸法である d_2 、公称有効断面の直径 d_s 、おねじの谷の径 d_3 について、両ねじの基準山形に対する各々の直径の位置を示す。また d_2, d_3 の寸法測定値から計算される有効断面の直径の実測値 $d_s^* = (d_2 + d_3)/2$ についても同様に示す。表3には各々の直径に対応する面積および A_s を基準とした面積比を示す。M20×1.5のねじの場合の A_e は A_s と A_3 の中間にあり、 $A_e/A_s = 97.4\%$ である。それに対して、 P/d の大きいM6のねじの場合の A_e は A_3 に等しく、 $A_e/A_s = 88.9\%$ である。このためねじの伸びの計算には有効断面積より変形相当断面積、もしくは P/d の大きいねじでは変形相当断面積にはほぼ等しい谷の断面積が適する。

ボルト単体のばね定数 K_b の計算²⁾において、新たなねじの変形相当断面積を用いると $K_{be} = A_e E / L$ (L は締付け長さ)で、従来の有効断面積を用いた $K_{bs} = A_s E / L$ の場合に比べて、 $K_{be}/K_{bs} = A_e/A_s$ により、精度が2.6～11.1%向上することがわかる。

Fig. 10 Comparison of equivalent areas obtained by experiment and calculation

Fig. 11 Equivalent diameter compared with other dimensions

Table 3 Sectional areas and area ratios

	M 6		M 20×1.5	
	Area mm ²	Area ratio %	Area mm ²	Area ratio %
A_3	29.0	88.9	259	95.4
A_e	29.0	88.9	265	97.4
A_s^*	32.4	99.2	271	99.7
A_s	32.6	100.0	272	100.0
A_2	36.4	111.8	284	104.7

$$A_3 = \frac{\pi}{4} d_3^2, \quad A_s^* = \frac{\pi}{4} d_s^{*2}, \quad A_s = \frac{\pi}{4} d_s^2,$$

$$A_2 = \frac{\pi}{4} d_2^2$$

5. 結 言

ねじの変形を計算するための変形相当断面積について有限要素法による解析と実験を行い、従来の有効断面積と比較、検討した結果、次のことがわかった。

- (1) ねじの変形相当断面積の解析結果と実験結果とは、ピッチを外径で除した P/d の小さい範囲で良く一致した。
- (2) ねじの谷の径と有効径の同一等級内での寸法差については、谷の径の変形相当断面積に与える影響が大きく、有効径の影響は比較的小さい。
- (3) ねじの変形計算には従来の有効断面積より、新たな変形相当断面積が適し、ねじのばね定数に対し2.6～11.1%精度が向上する。
- (4) 変形相当断面積とねじ外径を直径とする断面積との比 A_e/A は、 P/d の関数として次式で表される。

$$\frac{A_e}{A} = 1.0 - 2.20 \frac{P}{d} + 1.26 \left(\frac{P}{d} \right)^2 - 0.04 \ln \{ 1 + (0.85 e^{P/d})^{40} \}$$

ただしこの実験式の成立は $P/d \leq 0.167$ の範囲である。

本研究を遂行するに当たり、適切なお助言を賜った、神奈川大学教授宮田忠治博士に深く感謝致します。

なお本研究の一部は宮陵会学術研究費の助成のもとに行われたことを記す。

参 考 文 献

- 1) JIS ハンドブック ねじ, 日本規格協会, (1994) 37.
- 2) 例えば, 山本 晃: ねじ締結の理論と計算, 養賢堂, (1970) 58.
- 3) VDI 2230, Blatt 1 (1986) (丸山一男, 賀勢晋司, 沢 俊行訳): 高強度ねじ締結の体系的計算法, 日本ねじ研究協会, (1989) 8.
- 4) 辻村 昂, 谷 餘士雄: PC 鋼棒ねじ部応力計算断面について, 材料, **10**, 99 (1961) 955.
- 5) BS 3580-1964 Guide to Design Considerations on the Strength of Screw Threads (山本 晃訳), 機械の研究, **18**, 3 (1966) 430.
- 6) 辻 裕一, 丸山一男: 塑性域締結におけるねじ締結体の挙動, 精密工学会誌, **58**, 7 (1922) 1227.
- 7) 鷺津久一郎, 宮本 博, 山田嘉昭, 山本善之, 川井忠彦編: 有限要素法ハンドブック (I), 培風館, (1981) 335.
- 8) 佐藤 進, 細川修二, 山本 晃: ボルト・ナット結合体のゆるみに関する研究, 精密機械, **51**, 8 (1985) 1540.
- 9) 沢 俊行, 丸山一男: ねじ結合におけるボルト頭部およびナットの変形について, 日本機械学会論文集 (第3部), **41**, 346 (1975) 1917.