ラッピングにおける砥粒粒径分布推移の シミュレーション (第2報)*

—— 破碎確率, 砥粒数増加率, 推移確率に対する検討 ——

吉 岡 正 人** 萩 原 純 一***

Simulation of Time-dependent Distribution of Abrasive Grain Size in Lapping(2nd Report)

—— Discussion on Breakage Probability, Multiplication Rate
and Transition Probability of Abrasive Grains ——

Masato YOSHIOKA and Jun-ichi HAGIWARA

The time-dependent distribution of abrasive grain size in a lapping process was simulated by means of essentially the same method as that in the last report. However, the following two parameters were newly obtained by a crushing experiment of grains and used in the simulation, those were a multiplication rate of the number of grains and the probability of transition between different divisions of grain size. The breakage probability of grains was also revised on the basis of an experimentally observed change of the mean grain size. The main results obtained are as follows; (1) The value of 3.67 was obtained for the multiplication rate. (2) The transition probability is expressed by a continuous function of grain size x as shown in Fig.5, which is approximated by Eq.(6) in the text. (3) The revised values mentioned in (1) and (2) were found to give more advanced simulation by comparing with the experimentally obtained change of distribution. (4) The difference of breakage probability function $\phi(x)$ did not seriously affect the transition behavior of simulated distribution.

Key words: lapping, simulation of grain size distribution, time-dependence of distribution, breakage probability, multiplication rate, transition probability

1. 緒 言

ラッピングの過程において砥粒が破碎を起こし, 平均粒径や形状, 粒径分布が時間とともに変化することは, 経験的にはよく知られた事実である¹⁾. とくにその変化は, ガラス, シリコン単結晶, MgO単結晶などの硬ぜい材料において著しく, これらの材料に対しては, 平均粒径の時間的変化や, 粒径分布の推移を実験的に求めた結果なども報告されている^{2) 3)}. ところが, そのようなラッピング中の砥粒の変化の状況は, ラップや被削材の材質, 砥粒の種類, ラップ圧力や速度などの加工条件によって大きく異なり, その組合せによっても複雑に変化することが予想される. そのような組合せの数は, たとえ一般にラッピングが適用されている場合だけに限定したとしても膨大なものになり, すべての場合について実験的に粒径分布推移や平均粒径の時間的変化を求めるのは不可能に近い. しかし, もしそれらの変化に一般的な法則性が認められるならば, 砥粒の破碎現象に関するいくつかのパラメータを変えるだけで, 粒径分布推移の様子をシミュレーションによって求めることが出来るはずである. さらにもしそれが可能ならば, 現在ほとんど経験のみにもとづいて決定されている砥粒の供給量や供給頻度をより合理的な根拠によって決定することが出来るはずである.

以上のような観点から, 前報⁴⁾では, ラッピングにおける砥粒の破碎現象を, いくつかのパラメータを用いて確率論的に表現する方法を提案し, その方法によって砥粒粒径分布推移のシ

ミュレーションを行った. ところが, 前報のシミュレーションに用いた確率論的パラメータ, すなわち, 砥粒破碎確率, 砥粒数増加率, 粒径区間の推移確率は, すべて仮定に基づくものであった. そのため, シミュレーションの結果には, 粒径分布推移の一般的特徴については実験的に測定されたものと一致する傾向が見られたが, ラッピング時間との対応など, 細部については不一致点も残されていた. 本報では, これらのパラメータにより高い信頼性を与え, シミュレーションの結果をより現実的なものに近づけるために, ラッピングのモデル実験を行い, その結果からパラメータの値を決定した. さらに, それらの値を用いてシミュレーションを行った結果について, 前報の結果と比較しながら報告する.

2. シミュレーション法の概略

砥粒粒径分布推移のシミュレーションに用いた分布関数の計算方法については, 前報⁴⁾で詳しく述べたので, ここでは, その概略を述べるにとどめる. 図1に示すように, ある時刻 t における粒径分布密度関数を $f_t(x)$ であらわし, 砥粒粒径 x を n 個の区間 $x_1 \sim x_n$ に分けると, 時刻 t において区間 k に存在する砥粒数 $N_{t,k}$ は,

$$N_{t,k} = N_t f_t(x_k) dx_k \quad (1)$$

と表せる. ただし, N_t は時刻 t における砥粒総数, dx_k は区間 k の幅である. ある時刻 t において $N_{t,k}$ が求められれば, それより δt 後の時刻 $t + \delta t$ における任意の区間 i の砥粒数は, 区間 k , i における砥粒が単位時間に破碎する確率 (以下, 砥粒破碎確率と呼ぶ) P_k , P_i , 破碎にともなう砥粒数増加率 r , 区間 k から i への推移確率 q_{ki} を用いて次のように表せる.

* 原稿受付 平成6年9月26日

** 正 会 員 山梨大学工学部 (甲府市武田4-3-11)

*** 学生会員 山梨大学大学院

Fig.1 Distribution of existing probability against size of grains for lapping

$$N_{ti} + \Delta N_{ti} \delta t$$

$$= N_{ti} + \left(\sum_{k=1}^n q_{ki} r P_k N_{tk} - P_i N_{ti} \right) \delta t \quad (2)$$

この結果より、時刻 $t + \delta t$ における粒径分布密度関数は、

$$f_{t+\delta t}(i) = \frac{N_{ti} + \Delta N_{ti} \delta t}{\sum_{i=1}^n (N_{ti} + \Delta N_{ti} \delta t)} \quad (3)$$

となる。

したがって、もし初期 ($t = 0$) の粒径分布関数および砥粒総数が与えられており、すべての区間における砥粒破碎確率 P_k 、砥粒数増加率 r 、推移確率 q_{ki} ($k = 1 \sim n$, $i = 1 \sim k$) がわかっているならば、砥粒粒径分布 f_i の推移を、式 (1) ~ (3) を用いて逐次的に求めることができる。また、時刻 t における平均粒径 x_m は、

$$x_m = \frac{\sum_{k=1}^n N_{tk} x_k}{\sum_{k=1}^n N_{tk}} \quad (4)$$

と求められる。

3. 砥粒の破碎確率

前報⁴⁾では、砥粒破碎確率、砥粒数増加率、推移確率ともすべて仮定によって与え、その仮定にもとづいたモデルシミュレーションを行った。その結果は、定性的には実測された粒径分布推移と一致する傾向を示していたものの、定量的な議論を行うには不十分であった。そこで、本章以下において、これらの値について、より現実的な値を求めるための方法を検討する。まず、砥粒破碎確率について考える。前報では、確率密度関数として、図2 (a) に示すように、粒径 x が $2M$ (M はその時点における平均粒径) においてその値が1となるような直線的増加関数 $\phi(x)$ を想定し、破碎確率 $P_i(x)$ を、

$$P_i(x) = P_m \cdot \phi(x) \quad (5)$$

Fig.2 Probability function $\phi(x)$ for breakage of abrasive grains

として与えた。 P_m は定数で、シミュレーションでは $P_m = 1$ とした。ところがこの仮定は、以下の2点に問題が残されていた。第一に、 $P_m = 1$ としたことにより、平均粒径 M の2倍の大きさの砥粒の破碎確率 P_i がつねに1となり、単位時間内に粒径 $2M$ 以上の砥粒はすべて破碎されてしまうことになる。ラップ上に存在する砥粒のすべてが加工に関与するわけではないから、この仮定はいかにも不自然である。この仮定を置いたために、前報のシミュレーションの結果は、砥粒の破碎速度が実測結果と比べて非常に大きくなってしまった。そこで本報では、WA 砥粒を用いて、MgO 単結晶をガラス板上でラッピングを行った時の砥粒粒径分布の測定結果をもとに、 $P_m = 1/300$ の値を採用した。これは、前報におけるシミュレーションによって得られた、シミュレーションの1ステップ（時間の単位を秒とすると、1秒に相当する）間の平均粒径の減少量が、測定結果の300秒間分の減少量にほぼ等しいという観察結果にもとづくものである。この補正によって、シミュレーションの結果をラッピング時間と対比させて表示することが出来るようになった。なお、 P_m の値は、ラップや加工物の材質、ラッピング条件などによって変化するものと思われるが、これらとの関連性についてはさらに多くの実験結果が必要であり、今後の課題としたい。

次に、関数 $\phi(x)$ の直線性を仮定することが妥当であるかどうかについても検討の必要がある。前報では、Hertz の弾性接触理論⁵⁾および吉川による砥粒圧壊試験の結果⁶⁾から、この仮定がほぼ妥当であると考えた。しかし、一方では、ある粒径以下の砥粒は、ラップと加工物の間を浮遊するだけで、実質的にラッピングに関与しないとも考えられる。そのような砥粒の破碎確率は、破碎に関与する砥粒に比べて急激に小さくなることも考えられる。そうすると、破碎確率の直線の変化は期待出来ないであろう。この場合は、粒径 x のある値までは直線的減少をし、それ以下の粒径では破碎確率が0に近くなるような折れ線型確率関数を考える方が適当かもしれない。しかしこの場合、粒径 x のしきい値を定めることが困難であり、しかもその値は、加工条件によっても変わるし、さらに加工の進行にともなう平均粒径の変化によっても影響を受けることになるであろう。そこで本シミュレーションでは、これらの困難を避け、しかも折れ線に近い確率関数として、図2 (b) に示すような放物線型確率関数をも導入した。シミュレーションにおいては、図2 (a), (b) の両方の破碎確率を用いた。

Fig.3 Apparatus for breakage test of abrasive grains

4. 砥粒数増加率 r および推移確率 q_i

前報⁴⁾のシミュレーションにおいては、砥粒の形状を長短径比が $\sqrt{2}$ の回転楕円体とし、破碎が起こる場合には、この形状を維持したまま二等分されるという仮定的なモデルを採用した。しかしこの仮定は、現実の破碎を考える上ではあまりにも不自然である。実際、吉川によって行われた研削砥粒の圧壊試験の結果⁶⁾を見ても、破碎された砥粒の大きさや形状は全く不ぞろいであり、一定の法則性は見いだされていない。そこで本研究においては、ラッピング用アルミナ砥粒を用いてあらかじめ砥粒破碎試験を行い、それによって得られた砥粒数増加率および推移確率の値をシミュレーションに用いることにした。破碎試験は次のような手順で行った。まず、未使用の#46アルミナ砥粒3個を無作為に取り出し、図3に示すように、それぞれの砥粒が約10mm間隔で正三角形の頂点の位置にくるようにガラス板上に置く。さらにその状態のままもう1枚のガラス板を砥粒の上に置き、2枚のガラス板で砥粒をはさんだまま上方から19Nの荷重を加える。図3のマイクロメータヘッドによって上方のガラス板だけを約50 μm 水平に移動させ砥粒を破碎する。試験砥粒の大きさとして#46砥粒を選んだのは、これより小さい砥粒では実験的取扱いが困難なためであり、試験荷重の大きさは、予備実験の結果から、この大きさの砥粒が破碎を起こしやすい値を経験的に定めたものである。破碎前および破碎後の砥粒の数、粒径を顕微鏡によって測定し、その結果から砥粒数増加率、粒径の推移確率を求めた。測定は、約200個の砥粒について行った。図4は、破碎前後の砥粒の例を示したものである。破碎後は、数個のブロック状の砥粒が観察されるが、それ以外に、細かい粉末状の破片も混じっている。しかし、これらの粉末状破片は、以後のラッピング作用に関与しないものと思われるので、測定からは除外した。また、まれに全く破碎を起こさない砥粒も見られたが、砥粒数増加率、推移確率はともに、“もし砥粒が破碎を起こしたとすれば”という条件のもとで規定される値であるから、全く破碎を起こさない砥粒についても測定から除外した。

以上の破碎試験の結果、砥粒数増加率は試験ごとに大きくばらついており、一定の傾向が認められなかったため、増加率の値はすべての試験における値を単純に平均し、3.67の値が得られた。シミュレーションにおいては、すべてこの値を用いた。

次に、推移確率を求めるために、破碎前の粒径に対する破碎後の粒径の比を求め、その比に対する破碎度数の割合を示したのが図5の実線である。この場合粒径の値には、砥粒長径を用いた。図5から、破碎後の砥粒粒径は、破碎前の30%程度に

Fig.4 Example of abrasive grains before and after breakage test

Fig.5 Transition frequency of grain size against the relative grain size after breakage

推移する確率が最も高いが、それ以外の粒径へ推移するものもある確率で分布していることがわかる。実験的に求められたこのような確率分布をシミュレーションにおいて用いるためには、この分布を数式的に表示しておく方が便利である。そこで、図5の測定結果を近似的に表現する方法として、次の数式を用いることにした。すなわち、破碎前後の粒径比 x に対して、推移確率 q を

$$q = \frac{0.4 \times (7x)^2}{e^{7x}} \quad (6)$$

で表すこととし、シミュレーションではすべて式(6)によって推移確率を計算した。このような表現を用いれば、試験荷重などの条件が異なる破碎試験から求められる推移確率を採用する場合にも、単に式(6)中の係数の値を変えるだけで対処することが期待出来る。事実、本報で述べた以外の荷重やラップ材質などの条件下でも、同様の破碎試験から得られる推移確率は、式(6)と同じ形式の数式によって表されることが確かめられているが、これについては続報に譲りたい。ただし、式(6)は、単に破碎試験に基づく推移確率の測定結果を近似的に表現することが出来るというだけで、式の形自体に推移確率を表すための物理的意味があるわけではない。なお、式(6)の曲線は図5中に点線で示した。

Fig.6 Analytical result of transition of abrasive grain size distribution (longer diameter) with linear breakage probability in Fig.2(a)

Fig.7 Experimental result of transition of abrasive grain size distribution (longer diameter)

5. シミュレーション結果および考察

図6に、初期粒径分布形状として正規分布を仮定し、砥粒破碎確率として図2(a)を用いた場合のシミュレーション結果を示す。また図7は、#600 WA砥粒を用いて、MgO単結晶のガラス板上におけるハンドラッピングを行った時の、粒径分布推移の測定結果を示したものである。図6及び図7中の各分布曲線の番号は、表1に示す各ラッピング時間に対応している。表1には、シミュレーションおよび測定結果から求められた、各ラッピング時間における平均粒径の値もあわせて示してある。

Table 1 Change of average grain size with lapping time (longer diameter)

Number of distribution	Lapping time s	Average grain size μm	
		Analysis	Experiment
1	0	26.3	26.3
2	30	23.7	23.4
3	90	19.8	20.6
4	180	17.0	16.7
5	300	13.5	14.3
6	540	9.8	9.6
7	900	7.2	6.7
8	1200	5.9	4.8

シミュレーションにおける初期粒径の平均値は、測定された未使用砥粒の粒径平均値と等しくなるようにとった。

図6と図7を比較すると、ラッピングの初期（曲線2, 3）において、測定結果のほうが粒径の大きい砥粒の存在割合がやや小さくなっているが、全体的な分布推移の傾向は非常によく似ている。また、図6を、二等分モデルを用いた前報のシミュレーション結果⁴⁾と比較すると、図6のほうがラッピング初期における大粒径砥粒の減少が遅い傾向が見られる。図7には示していないが、30秒よりさらに短いラッピング時間における測定結果によれば、大粒径砥粒が相当量残留していることが確認されているから、図6は前報のシミュレーション結果よりも現実に近い分布推移を示していると考えられる。また、ラッピングの終期（曲線8）において、測定結果では、最小粒径区間（0～5 μm ）の砥粒存在割合が60%以上になっており、前報のシミュレーション結果（約50%）より大きかった。その点、図6の曲線8では、最小粒径区間における存在割合が約60%となっており、より現実的なシミュレーションが行われたと考えられる。さらに前報のシミュレーション結果とのより根本的な相違は、第3章で述べたように、破碎確率の係数 P_m として、測定結果に基づく、より現実的な値を採用したことによって、実際のラッピング時間との対応が可能になったことである。前報では、シミュレーションの結果を測定結果と比較する際にも、粒径平均値に近い値を示す分布同士を比較したにすぎなかったが、今回のシミュレーションでは、同一のラッピング時間における分布の比較が行えるようになっている。したがって、前報のシミュレーション結果を測定結果と比較する際、同一番号の分布の粒径平均値が測定結果と近い値となるのは当然であるが、本報の場合、同一ラッピング時間における平均粒径を比較するのだからそのような保証はない。にもかかわらず、表1の結果は、本報のシミュレーションによる平均粒径の値が、測定結果ときわめてよく一致することを示している。以上により、本報で採用した破碎確率、砥粒数増加率、推移確率などの値およびその決定方法が、少なくとも図7の測定結果を与えるようなラッピングの条件下では有効であるとみなすことが出来るであろう。

次に、破碎確率として、図2(b)のような確率分布曲線を用いた場合のシミュレーション結果について述べる。ただし、式(5)の係数 P_m は、図2(a)を用いた場合のシミュレーション結果（図6）と同一の値を用いた。図8にシミュレーションの結果を示す。図8の結果を図6と比較すると、破碎確率分布曲線の相違による粒径分布推移の相違として次の点が認められる。すなわち、一般に、図2(b)のような破碎確率分布を用いた場合のほうが、砥粒粒径の減少速度が小さい。そのこ

Fig.8 Analytical result of transition of abrasive grain size distribution (longer diameter) with quadratic breakage probability in Fig.2(b)

Table 2 Difference of average grain size at the same lapping time between analyzed results with different breakage probability

Number of distribution	Lapping time s	Average grain size μm	
		linear (Fig.6)	quadratic (Fig.8)
1	0	26.3	26.3
2	30	23.7	25.1
3	90	19.8	22.8
4	180	17.0	21.0
5	300	13.5	18.4
6	540	9.8	15.1
7	900	7.2	12.4
8	1200	5.9	10.9

とは、表2に示すように、各ラッピング時間における平均粒径の変化に一層よく示されている。この結果は、図2(b)のような破碎確率分布を仮定した場合、粒径の非常に大きい砥粒を除いては、全体的に破碎確率が小さくなるため、当然予測されるところである。しかし、粒径平均値の近い分布同士、たとえば図6 No.5と図8 No.7、あるいは図6 No.6と図8 No.8などを比較すると、分布形状に大きな相違は認められない。もともと、これらのシミュレーションに用いた P_m の値は、図2(a)を用いたシミュレーション結果が、測定された平均粒径の時間的変化に合うように定められたものであるから、図2(b)を用いる時には、別の P_m の値を用いる必要があると考えられる。いずれの破碎確率分布を用いても、平均粒径が同程度ならば分布形状に大きな相違が見られないことから、粒径分布の推移に

大きな影響を与える因子は、破碎確率分布形態の相違ではなく破碎確率係数 P_m であることがわかる。また、 P_m の値が、加工条件や加工物、ラップや砥粒の材質によってどのように変化するかも重要な点である。これらの問題については、今後の課題としたい。

6. 結 言

ラッピングにおいて、砥粒粒径分布がラッピング時間の経過とともにどのように推移するかについてのシミュレーションを前報に述べたのと同様の手法によって行った。しかし、シミュレーションに用いる平均砥粒数増加率、粒径区間の推移確率については新たに実験的に求め、砥粒破碎確率分布については、二通りの分布を仮定した。シミュレーションの結果を実験的に求められた粒径分布と比較して、以下の結論が得られた。

- (1) #46アルミナ砥粒を用いた砥粒破碎実験（モデルラッピング）によれば、砥粒破碎による平均砥粒数増加率は3.67となる。
- (2) 上記の実験によって得られた粒径区間推移確率は、本文中の図5のような確率分布で与えられる。この分布は、近似的に次式で表すことが出来る。

$$q = \frac{0.4 \times (7x)^2}{e^{7x}}$$

- (3) 砥粒破碎確率係数 P_m として、WA砥粒によるMgO単結晶のラッピングにおける平均粒径の測定結果から得られた値1/300を用いることにより、実験結果と時間的によく対応するシミュレーション結果を得ることが出来た。同一ラッピング時間における分布形状、平均粒径は、測定結果とよく一致している。
- (4) 砥粒破碎確率分布関数 $\phi(x)$ として、 x に対する直線的増加関数を与えた場合と、二次関数的分布を与えた場合とでは、平均粒径の変化速度に相違が見られる。しかし、粒径分布推移の様子には大きな相違は認められない。

最後に、本シミュレーションを行うにあたり、プログラムの作成に協力して頂いた元山梨大学学生 吉田篤礼氏に感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) 田中義信、津和秀夫：精密工作法（下）、共立出版、東京（1958）302。
- 2) 池田正幸：非金属結晶材料のラッピング機構に関する研究、電子技術総合研究所報告、709（1970）31。
- 3) 吉岡正人：ラッピングにおける砥粒粒径分布、砥粒加工学会誌、33,4（1989）21。
- 4) 吉岡正人：ラッピングにおける砥粒粒径分布推移のシミュレーション、精密工学会誌、60,10（1994）1439。
- 5) K.L.Johnson: Contact Mechanics, Cambridge Univ.Press, Cambridge,（1985）84。
- 6) 吉川弘之：研削砥石の摩耗と寿命に関する研究、理化学研究所報告、39,6（1963）307。