FLOTRAN による CFD の工学問題への適用*

宮田 悟志**

Application of CFD to Engineering Problems using FLOTRAN /
Satoshi MIYATA

Key words FEM, CFD, FDM, FVM nonlinear analysis, boundary condition

1. はじめに

CFD (Computational Fluid Dynamics, 計算流体力学) という言葉は、多くの人にとっては馴染みの薄いものと思われる。またご存知の方にしても、広く日常的に使用されるノールというよりは、特定のリサーチのために専門的研究者が使用するテクニックであるという印象を持っているのではないだろうか。しかし現在 CFD は、実験による測定や可視化が困難な、装置内の現象を予測し、その効率を向上させるための有効な手段の一つとして使用され始めている。CFD を効果的に利用することかてきれば、エンジニアは製品のプロトタイプを作成する以前の段階において、流速、圧力、温度分布などを予測することかてきる。

しかしこのことは実験の必要性・重要性を否定するものではない。むしろ“適切”に CFD を利用するためには、実験結果から得られるデータが重要となるケースかしはしば存在する。このことは一見、前述の CFD の利点と矛盾する印象を与えるか、どちらも事実である。

本稿では熱流体解析ソフトウェア FLOTRAN¹⁾ を使用し、有限要素法による CFD の適用例を紹介するか、同時に、実際に解析を行う上での問題となる点についても解説する。FLOTRAN は米国 ANSYS, Inc 社か、開発・販売を行う汎用熱流体解析プログラムである。

2. CFD コードの内側

CFD コードかその内部で数値的に解く支配方程式は、質量保存則、運動量保存則、エネルギー保存則の3つか基本となる。粘性を考慮した流れでは運動量保存則として、ナビエ・ストークス (Navier Stokes) 方程式か広く使用されている。ナビエ・ストークス方程式は二階の非線形偏微分方程式で、流れにより運動量が輸送される移流作用と分子粘性により輸送される拡散作用を表す、流れの運動方程式である。運動方程式右辺の外力には、遠心力、重力、浮力、流れから生じる圧力勾配なとか含まれる。ナビエ・ストークス方程式はその強い非線形性のため、厳密解を得ることか可能なのは、幾つかの理想化された問題に限られる。CFD に応用される有限要素法 (以下 FEM) の考え方は以下の通りである。

2.1 流れ場の離散化

流れ場の離散化には通常の FEM で使用される三角形や四面体要素混在の非構造メッシュも使用されるか、領域すべてを規則的な格子状要素で離散化する、有限差分法 (後述) で用いられる、構造格子と呼ばれるメッシュ系も使用される。

2.2 離散化スキーム

偏微分方程式であるナビエ・ストークス方程式は、離散化を経て有限個の代数方程式系へと変換され、最終的には代数行列の解法を使用して解かれる。FEM による CFD では、離散化スキームとして、カラーキン重み付き残差法か多く使用される。この点は構造解析等で使用される FEM と同様である。たたし移流作用を表す項を離散化するには注意か必要となる。二階の微分項 (例えば拡散作用を表す項) はカラーキン法によって適切に表現すること

* 原稿受付 平成8年6月4日

** サイハネントシステム(株) (東京都文京区大塚 2-15-6, ニッセイ音羽ビル)
1991年日本大学生産工学部数理工学科卒 同年サイハネントシステム(株)入社 現在テクニカルサポートスタッフとして、汎用流体解析プログラム FLOTRAN と Fire の業務に従事 日本数値流体力学会正会員

ができるが、一階の微分項となる移流項では、流れの上流側の情報を強く取り込む上流法（風上法）と呼ばれる考え方が必要になる。

2.3 代数方程式系の解法

連立代数方程式系として表された流れの支配方程式は、代数行列の解法により解かれる。

初期の有限要素法 CFD プログラムではガウスの消去法などの直接解法を用い、連成された連続の式と運動方程式を解いて、流速と圧力を計算していた。この方法は、概念的にシンプルでプログラムのコーディングも簡単である反面、計算時間、必要メモリーサイズといった点で、コンピュータへの負荷が非常に大きくなる。

現在の CFD では、反復型の行列解法と、支配方程式系の各変数に対して分離解法²⁾を採用することで、計算効率を高めている。

3. 有限要素法で CFD を行うメリットと適用例

構造物の静的・動的挙動、熱、磁場の解析等で、FEM は既に馴染み深い存在であるが、CFD においては、有限差分法 (Finite Difference Method; 以下 FDM) や有限体積法 (Finite Volume Method; 以下 FVM) が支配的な位置を占めている。

FDM, FVM が流体解析で中心的な存在である理由は CFD の歴史的経緯とあわせて、計算の高速性や、コンパクトなデータ構造、誤差や安定性の評価が行いやすい等の優れた特徴によるものである。しかしこれらの特徴は、使用する格子*の構造性に依存するところが多く、この理由から古典的な FDM や FVM では、曲面を含む形状への適用には難があった。例として古典的な構造格子による円周りの離散化を、図 1 に示す。図で示された程度の要素分割数では、円の曲率を表現するのには不十分であることが分かる。また円付近の格子分割の影響が前後・上下方向へと領域端まで波及してしまっている。FEM の場合、メッシュの構造性といった制約が無いいため、図 2 のようなメッシュが作成できる。曲面への適応性・要素分割の周囲への波及、双方の点で全く問題がない。このような優れた形状適合性が、FEM が FDM/FVM 主流の流体解析へ適用された主要な動機であった。

現在では FDM や FVM も、境界適合格子法やマルチブロック法³⁾などの格子生成テクニックを使用し、曲面における適応性を高めている。特に最新の FVM では、図 3 に示されるような非構造格子も可能なプログラムもある。そのため、依然大きな利点であるとは言え、形状適合性は以前程は CFD にあえて FEM を導入する動機とはならなくなりつつある。

* FDM/FVM におけるメッシュの呼称。

図 1 古典的な差分法 (FDM) による構造格子

図 2 有限要素法 (FEM) による非構造格子

図 3 最新有限体積法 (FVM) による非構造格子
(オーストリア AVL List 社, Fire version 6.2 b)

しかし近年では、データ・操作性の統一、固体場と流体場の連成解析といった点から FEM による CFD が評価され始めている。FEM による熱・構造解析システムで成功したユーザが更なる解析システムの充実を図り、流体解析の導入を検討するケースである。例えば流体力に起因する動的な圧力荷重による構造解析、流体と磁場の連成等の複雑な場と場の連成問題がその対象である。図 4、図 5、図 6 は FLOTRAN と、有限要素解析プログラム ANSYS との連成解析の事例である。解析対象は 2 次元で、パイプの絞り部にバルブが半開きになっているという問題設定である。FLOTRAN によりバルブ周りの流れ場 (図 4) を計算し、得られた固体表面の圧力分布 (図 5) から、ANSYS

図4 FLOTTRANにより計算された流れ場

図5 図4より得られた圧力分布（固体表面上のみ表示）

図6 ANSYSの線形構造計算ソルバーによる応力と変位の計算結果

の線形構造解析ソルバーによりパイプとバルブの構造解析を行っている（図6）。FLOTTRAN, ANSYSは共に有限要素法によるプログラムというだけではなく、同一開発元による連成解析を意識したプログラムであることから、同一のユーザインタフェース・データベースの下で非常に容易に連成解析を実現することが可能である。

4. CFDプログラム使用上の問題点

では流体解析の専門家以外のユーザが、CFDプログラムを使用した際に直面する問題は何であろうか。典型的な例として前章3の熱・構造解析で成功を納めたユーザを想定する。解析の実行経験は十分だが、そのほとんどは線形解析であると仮定する。この場合遭遇する、典型的な問題としては、以下のものが考えられる。

- (1) 適切な境界条件の指定
- (2) 計算実行のための適切なソルバーパラメータ指定

図7 ソルバーパラメータの指定（図は圧力行列ソルバーのパラメータ指定）

(3) 計算結果の収束の判定

これらの問題はFEMによるCFDプログラム固有の問題ではなく、すべてのCFDプログラムに対して共通する問題である。また(2)と(3)はCFDプログラム以外でも、収束計算の必要なすべての非線形解析で、大なり小なり問題となる。線形計算においては、ユーザはプログラム使用時にこれらの点を意識する必要がほとんどないため、広範な線形解析での経験も、この(2)、(3)の解決の知見とはなり得ない。これらの問題に関しては原則的な指針は存在するのだが、実用上有効な指針を得るためには、解析モデルや流れ場の性質を検討することが必要である。なぜなら数値解法としての収束⁴⁾は、従属変数の変化率や、代数行列ソルバーの内部的な残差、場に出入りするフラックス等を調べることで定性的に知ることができるが、定量的な面（例えば残差の大きさと流れ場の変化の対応）は、個々の問題に依存するためである。全くの同一問題であっても、収束計算による残差値の推移は使用するメッシュの密度に依存し異なる。図7はFLOTTRANでのソルバーパラメータ指定画面の例、図8は収束計算の推移に伴う残差の出力例である。

以下では流れの計算で顕著な(1)の境界条件の問題について掘り下げて解説する。

4.1 適切な境界条件とは？

CFDの有限要素モデルを作成する際には、どのような境界条件を与えるべきかで、非常に苦労することがある。そしてこの事実は、冒頭「はじめに」で述べた、「実験や可視化が困難な流れ場の様子を知るのに有効なCFDを効果的に使う上において、実験から得られるデータが重要な意味を持つ」という問題の典型例である。

分かりやすい例として、先に図4～6で示したバルブ周りの流れを考える。必要となる境界条件は、

- (1) 上流境界条件（流入条件）
- (2) 下流境界条件（流出条件）
- (3) 壁条件

の3つである。この内(3)の壁条件の指定に関しては、ほとんど自明であり通常は問題となることはない。問題が生

Convergence Monitor								05/14/96 16:06:	
Iter	VX	VY	VZ	PRES	ENKE	ENDS	TEMP		
1	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	1.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00		
2	3.099E-01	9.788E-02	0.000E+00	6.904E-03	1.000E+00	3.563E-01	0.000E+00		
3	2.496E-01	8.121E-02	0.000E+00	1.661E+00	7.177E-01	3.452E-01	0.000E+00		
4	2.331E-01	1.140E-01	0.000E+00	2.064E+00	4.674E-01	2.814E-01	0.000E+00		
5	1.478E-01	8.416E-02	0.000E+00	6.452E-02	1.399E-01	1.437E-01	0.000E+00		
6	1.087E-01	5.094E-02	0.000E+00	1.441E+00	1.039E-01	9.084E-02	0.000E+00		
7	8.336E-02	5.189E-02	0.000E+00	7.241E-01	7.713E-02	5.322E-02	0.000E+00		
8	5.231E-02	2.999E-02	0.000E+00	5.966E-01	6.469E-02	5.089E-02	0.000E+00		
9	3.416E-02	2.055E-02	0.000E+00	3.288E-01	5.917E-02	5.981E-02	0.000E+00		
10	2.635E-02	1.602E-02	0.000E+00	9.643E-02	5.609E-02	6.447E-02	0.000E+00		

図8 モニタされる収束判定情報の一つ（計算中の各自由度の相対残差の推移）

図9 境界条件指定のために追加される領域

図10 外部流れの図（車体周りの流れ）

じやすいのは(2)の下流境界条件の指定である。流体现象では応力や熱を伝える媒質そのものが流動するため、下流境界での各場の変数値は、上流境界で指定した境界条件値と流れ場形状の影響を強く受ける。そのため、「計算を実行するためにはバルブ下流側で、境界条件を指定しなければならないが、下流側の場の値は上流側の条件に依存するので計算してみなければ分からない」という問題に直面してしまう。

4.2 現実的な解決法

上記の問題の簡単で現実的な解決法は、下流側領域を流れが安定になるまで延長するという方法である。図9に示されるように網掛けの領域を付け足し、この付け足された領域の右端を流出境界とする。絞り部から離れるに従って、流体の粘性の影響で流れは次第に様になって行くことが期待できる。一様に発達しきった管内流れでは、管軸に垂直な面内での圧力変動は、相対的に無視できる程度にまで減少するので、流出境界条件として一定圧力を与えることが可能になる。先に図4で示された流れ場はこのようにして計算されたものである。

以上は管内流れの例だが、類似の問題は図10に示されるような物体周りの場合にも当てはまる。車体後方の後流の影響が無視できるようになるまで、下流境界を延長することが大切になる。またシミュレートする車体が広大な空間を走行しているのか、トンネル内を走行しているのかによって、車体の上側に用意しなければならない領域の大きさは異なってくる。

4.3 CFDで実験・計測値の果たす役割

では一様な流れとなるまでには、どの程度の大きさの領域を採れば十分なのであろうか。この間に解答を与えてくれるのが実験による測定結果である。装置中心や物体周囲の複雑な流れ場の精密測定は困難でも、中心から離れた位置で流れが一様であるかどうかの測定は比較的容易である。得られた結果から、必要な延長領域の大きさが決定される。一様流れを表す境界条件を適用するのに、工学的に必要十分な基準は、このように実験・計測により容易に提供されるのである。

上記の例以外にも、実験・計測により得られる情報が、効果的に数値計算を行う上で役立つ場面が多々ある。

例えば、流れ場が定常的らしいことが測定結果から分かっているならば、定常アルゴリズムの使用により速やかに定常解を得ることが期待できる。またその逆に、非定常的な流れ場に定常アルゴリズムを適用してしまい、不安定な収束状態や計算の発散の原因追求に何日も頭を悩ますといったことも避けることができるようになる。また4章冒頭で触れた問題(3)の定量的収束基準の評価にも、実験・計測から得られる情報は大きく役立つ。

5. まとめ

流れの数値解法であるCFDは、近年ますますその適用範囲を広げつつあり、反応・燃焼・多相流れ等これまで取り組まれていた分野以外にも、磁性流体、流体音響問題とその適用範囲を拡大させ、成果を挙げている。しかしその一方で、本稿で指摘したような点が問題となってCFDの導入に失敗する事例も見受けられる。支配方程式の強い非線形性と、補助的に使用される関係式が必ずしも現象の普遍的モデルとなっていない事実が、純理論的な問題の解決を困難にしている。これらの数値モデルに依存する問題の解決は、今後の研究の進展が期待される所である。有限要素モデルの作成、ソルバーパラメータの決定、計算結果の評価の各段階で、実験・計測から得られる情報を適当に取り込むことが、安定で効率良く流れの数値計算を行う上で、今後とも重要と考えられる。

参考文献

- 1) Compuflo Inc. ed.: FLOTTRAN Theoretical Manual, ANSYS, Inc., (1992).
- 2) スバス V. バタンカー (水谷幸夫, 幸月正司訳): コンピュータによる熱移動と流れの数値解析, 第6章 流れ場の計算, 共立出版, (1985) 130~139.
- 3) 保原 充, 大宮司久明編: 数値流体力学, 第8章 格子形成法, 東京大学出版会, (1992) 191~192.
- 4) G. E. Forsythe, W. R. Waso (藤野精一訳): 偏微分方程式の差分法による近似解法, 吉岡書店, (1968) 27~30, 62~66.