くぼみ深さ測定方式の超微小硬度計による 表面の評価 (第2報)*

——有限要素法シミュレーションによる圧子先端部の R 補正およびくぼみ底上がり補正の検証——

金 沢 憲 一** 廣 川 啓***

Evaluation of Surface by an Ultra-microhardness Tester to Measure Depth of Concavity (2nd Report)
— Verification of R -Correction at Indenter Tip and Shallowing Correction of Concavity, Using FEM Simulation —

Kenichi KANAZAWA and Hajime HIROKAWA

The deformation process of a specimen surface during measurement of hardness under 10 mN load is examined by FEM computer simulation. In calculation model a pure aluminum surface is indented by indenters (Vickers type and triangular pyramid), with and without finite tip radius using an ultra-microhardness tester that directly measures the depth of concavity. R -correction at the indenter tip and shallowing correction of concavity, which were proposed in the previous report, are investigated. The results obtained are as follows. (1) Correction for the radius of the indenter tip is effective in evaluating hardness both under test load and after unloading for any indenter. (2) Correction of errors due to “shallowing” of concavity is also effective under 10 mN load.

Key words: ultra-microhardness tester, Vickers hardness, concavity depth, indenter tip radius correction, shallowing correction, FEM computer simulation

1. ま え が き

前報¹⁾では、くぼみ深さ測定方式の超微小硬度計で得られる硬さの問題点、第1に圧子の先端には曲率が存在しその影響により個々の超微小硬度計で得られた同一条件のデータが異なること、第2に直接永久くぼみの大きさを測定し求める従来方式の硬さ（以下 S 方式硬さとよぶ）と、くぼみ深さ測定方式の硬さ（以下 d 方式硬さとよぶ）が一致せず、一般に後者の方が高くなることを指摘し、前者については圧子先端部の補正法を、後者についてはくぼみの底上がり現象がこの原因であることを見出し底上がりによる誤差を一次式で表す補正法を提案した。そしてそれぞれが実際の材料に対して有効であることを示した。

本研究では、超微小硬度計による硬さ測定時の試験片表面の変形をモデル化し、有限要素法によるシミュレーション計算²⁾を行い、とくに実験では確認の難しい試験荷重 1 gf 以下の低荷重域におけるこれら補正法の妥当性を検証したので、ここに報告する。

2. 計 算 方 法

2.1 計算条件

計算に使用した FEM プログラムは非線形構造解析用の汎用パッケージソフト MARC (K-5.2) で、モデルの作成と結果の解析にはプリポストプロセッサ MENTAT II (V 1.2) を用いた。計算に使用したモデルの一例（ビッカース圧子 V-1 の場合）を図 1 に示す。剛体の圧子を変形体（試験片に相当）表面に接触させ徐々に押し込んで行く方法で、弾塑性問題として計算を行った。

圧子は 4 辺形パッチから構成された剛体壁とし、稜間角度

115° の正三角すい形状と対面角 136° の正四角すい形状（ビッカース圧子）の 2 種類について、それぞれ先端部に曲率をもたない理想的形状のもの（T-1, V-1）と先端部に半径 1 μm の曲率（以下 R とよぶ）をもつもの（T-2, V-2）の計 4 種類を設定した。図 2 に示すように R のある圧子の先端部はいずれも稜線が半径 1 μm の球に外接するような形状である。各圧子を構成する要素総数、節点総数を表 1 に示す。なお、表中の $(\Delta d)_R$ は後に述べる、 R のある圧子先端部における理想的圧子形状との差である。

Fig. 1 Calculation model in Vickers indenter V-1

Fig. 2 Shape of indenter

* 原稿受付 平成 7 年 7 月 4 日

** 正 会 員 千葉工業大学工学部 (習志野市津田沼 2-17-1)

*** 千葉工業大学大学院

Table 1 Indenter

No.	Indenter type	Number of elements	Number of nodes	Correction depth to ideal tip $(\Delta d)_R$ μm
T-1	115° Triangular pyramid	3	4	0
T-2	115° Triangular pyramid	324	322	0.029 9
V-1	Vickers	4	7	0
V-2	Vickers	368	373	0.040 0

Table 2 Characteristics of deformable body

Young's modulus	70.6 GPa
Poisson's ratio	0.3
Yield stress	150 MPa
Work hardening slope	7.06 GPa

変形体は、直径 $200\text{ }\mu\text{m}$ 、高さ $100\text{ }\mu\text{m}$ の 8 節点立体要素から構成された円柱形状で、中心軸から 30° ごとに放射状に要素分割されている。一般的な純アルミニウムのような低硬さの材料を想定し、材料定数は表 2 に示すような値とした。降伏後の加工硬化係数はヤング率の $1/10$ とした。また等方性材料として von Mises の降伏条件を使用した。拘束条件については、三角すい圧子の場合 XZ 平面に関して対称形にしたので、XZ 平面上の各節点をその面に垂直方向（Y 方向）に拘束した。また座屈を防ぐために、中心軸上の各節点を X 方向にも拘束した。ビッカース圧子の場合 XZ 平面および YZ 平面に関して対称形にしたので、両平面上の各節点をそれぞれその面に垂直な方向に拘束した。変形体の底面は剛体壁上にあるものとして、底面上の各節点を Z 方向に拘束した。変形体の要素総数は 2 244、節点総数は 2 358 である。

圧子を変形体に押し込んで行くときの 1 回の変位増分を $0.005\text{ }\mu\text{m}$ とし、 $0.50\text{ }\mu\text{m}$ まで圧子変位（強制変位）を与えた。ただし、R のあるビッカース圧子 V-2 では収束が悪く、変位増分を半分の $0.0025\text{ }\mu\text{m}$ とした。また R のある三角すい圧子 T-2 では変位増分を $0.0025\text{ }\mu\text{m}$ にしても収束がきわめて悪かったので $0.40\text{ }\mu\text{m}$ までの圧子変位とした。

圧子と変形体の接触部は、接触問題として扱った。これは変形体の節点と剛体壁との距離に基づいて接触判定を行うものであり、本報告では距離のしきい値を $0.001\text{ }\mu\text{m}$ とした。なお接触部での摩擦はないとした³⁾。

圧子変位が 0.05 、 0.10 、 0.20 、 0.30 、 0.40 、 $0.50\text{ }\mu\text{m}$ に達したときに、圧子変位を減少させて圧子を変形体から離し、生じた永久くぼみの形状を調べた。

2.2 硬さの導出

シミュレーション計算で得られるくぼみ形状から S 方式と d 方式の 2 種類の硬さを、すべてビッカース硬さに換算して求めた。S 方式硬さについては、永久くぼみを上方から見た場合に測定されるくぼみの大きさ、すなわち三角すい圧子では頂点と対辺との距離（本報告ではくぼみの中心軸と頂点との距離）、ビッカース圧子では頂点間の距離（くぼみ対角線長さ）から算出されるくぼみ表面積と、設定された圧子変位に達した時の荷重値から得られる。S 方式による硬さは、以下の式により求めた。

$$\text{HV} = 71.142 \times P / L_T^2 \quad (\text{三角すい圧子}) \quad (1)$$

$$\text{HV} = 189.04 \times P / L_V^2 \quad (\text{ビッカース圧子}) \quad (2)$$

Fig. 3 Concavity shape in Vickers indenter V-1

Fig. 4 Hardness from width of concavity rim and hardness from concavity depth

ただし、 P ：荷重 (mN)、 L_T ：くぼみ中心から頂点までの長さ (μm)、 L_V ：くぼみ対角線長さ (μm) である。

d 方式硬さについては、図 3 に示すように、荷重負荷時のくぼみの深さ d_b と除荷時のくぼみ深さ（永久くぼみ深さ） d_c からくぼみの表面積を求めることにより、同様に硬さが得られる。それぞれ B 硬さと C 硬さとよぶ¹⁾。本報告での C 硬さについては圧子と変形体が離れる瞬間での圧子変位から算出した。d 方式による硬さは、以下の式により求めた。

$$\text{HV} = 3.869 \times P / d^2 \quad (\text{三角すい圧子}) \quad (3)$$

$$\text{HV} = 3.858 \times P / d^2 \quad (\text{ビッカース圧子}) \quad (4)$$

ただし、 P ：荷重 (mN)、 d ：くぼみ深さ (μm) である。

一般に硬さに単位は表示しないが、ビッカース硬さは慣例的に kgf/mm^2 の単位で扱われており、これらの式で得られる値もすべて同じ単位である。

3. 計算結果および考察

3.1 S 方式と d 方式の比較

各圧子について、S 方式による硬さと d 方式による硬さの比較を行った。まず三角すい圧子の結果を図 4 に示す。同図 (a) は理想的形状の圧子 T-1 の場合、(b) は R のある圧子 T-2 の場合である。縦軸は S 方式による硬さ、横軸は d 方式による硬さであり、図中の $\triangle$ は B 硬さ、 $\blacktriangle$ は C 硬さを表している。各プロットに添えた数値は荷重値である。T-1 圧子では、B 硬さがほぼ原点を通る傾き 45° の直線上にあり、S 方式による硬さと一致している。しかし C 硬さは高く、ほぼ B 硬さと平行に変化している。B 硬さ、C 硬さのいずれも、試験荷重の増加と共に硬さは上昇している。一方 T-2 圧子では、 2.00 mN (0.204 gf) 以下の荷重域で S 方式硬さがほとんど変化していないのに対して、B 硬さ、C 硬さのいずれもがきわめて高い値になっている。ただし荷重の増加とともに S 方式硬さに漸近してゆく。いずれの圧子においても、S 方式硬さも荷重の増加

Fig. 5 Hardness from width of concavity rim and hardness from concavity depth

とともに上昇する傾向を示している。

次にビッカース圧子の結果を図5に示す。同図(a)は理想的形状の圧子V-1の場合、(b)はRのある圧子V-2の場合である。いずれの圧子においても三角すい圧子とはほぼ同様の結果になっている。ただしV-2圧子の結果では荷重の増加とともにB硬さ、C硬さはいったん減少しS方式硬さに近づくが、その後また上昇する傾向が認められる。また荷重増加に伴うS方式硬さの増加割合は三角すい圧子の場合より大きい。

先端が鋭利な理想的形状をもつ圧子T-1、V-1の結果においては、S方式、d方式のいずれの硬さも荷重増加に伴い増加する傾向を示している。この傾向は通常経験的事実とは反するものである。実際に理想的形状の圧子を製作することは不可能であるから、硬さ試験により調べることはできないが、この原因として考えられることは変形体表面近傍の特性の相違と推察される。硬さ試験に用いる試験片表面は機械的研磨等により生じる加工硬化層のために、表面に近づくほど残留応力、降伏応力、加工硬化係数が高くなり⁴⁾、測定される硬さも高くなると考えられる。また、一般金属材料の試験片表面に生じる酸化膜も硬さを上昇させると考えられる。これに対して、本研究のシミュレーションにおける変形体は内部から表面まで完全に均一な連続体として扱っており、理想的形状をもつ圧子で変形を与えた場合、このような結果が得られることは充分考えられる。なお、T-1圧子の結果において、最低荷重0.0900 mN (0.00918 gf)におけるS方式硬さは156 kgf/mm²で、これは表2に示したシミュレーション計算で設定した降伏応力150 MPa (=15.3 kgf/mm²)のほぼ10倍の値である。またV-1圧子の最低荷重0.0932 mN (0.00951 gf)におけるS方式硬さは112である。

3.2 圧子先端部のR補正

前報¹⁾では圧子先端部のRによる影響を補正するために、先端部にRのない理想的圧子形状との差を、測定されるくぼみ深さに加えることを提案し、その有効性を示した。本報告ではシミュレーションにおけるくぼみについてこの補正法が有効であるかどうか検討した。

まず理想的形状をもつ圧子により生じるくぼみについて図6に示す。同図(a)が三角すい圧子T-1、(b)がビッカース圧子V-1の場合で、負荷時の押込み深さは0.20 μm である。横軸は圧子中心軸からの距離、縦軸は深さであり、圧子の中心軸と稜線を含む断面における形状を示している。深さが0の横線は荷重を負荷する前の変形体表面である。まずくぼみ深さが0.20 μm に達するまで圧子を下方に変位させて行く。0.20 μm

に達した時のくぼみ形状（荷重負荷時のくぼみ形状）が①である。圧子が剛体であるから、このときのくぼみ形状は完全に圧子形状と相似である。次に圧子を上方に変位させ変形体から離す。このときのくぼみ形状（除荷後の永久くぼみ形状）が②である。そして圧子が変形体から離れる瞬間の圧子形状、すなわち除荷後のくぼみ形状が圧子と相似形とした場合が②'である。①の深さ d_b からB硬さが、②の深さ d_c からC硬さが求まる。また、くぼみを上方から見たときのくぼみの中心軸と頂点との距離 L_r 、 $L_v/2$ からくぼみの大きさを算出すればS方式硬さが得られる。この2つの図から、S方式硬さを算出する永久くぼみ②の縁はB硬さ算出時のくぼみ①の縁とはほぼ同じ位置にあり、図4(a)、図5(a)で見たように、S方式硬さとB硬さがほぼ一致することがわかる。また、①と②のくぼみの縁がほぼ同じであるにもかかわらず、くぼみの底上がりが大きいことが確認できる。

同様に圧子先端部にRをもつ圧子により生じるくぼみについて図7に示す。同図(a)が三角すい圧子T-2、(b)がビッカース圧子V-2の場合である。理想的形状をもつ圧子と同様に、まずくぼみ深さが0.20 μm に達するまで圧子を下方に変位させて行く。0.20 μm に達した時のくぼみ形状が①である。このとき圧子が理想的形状であるとした場合のくぼみ形状

(a) T-1 indenter

(b) V-1 indenter

L_r : Distance between concavity rim tip and central axis of triangular pyramid indenter

L_v : Width of concavity rim in Vickers indenter

d_b : Depth under load

d_c : Depth after unloading

Fig. 6 Concavity shape in $d_b=0.20 \mu\text{m}$

(a) T-2 indenter

(b) V-2 indenter

d_s^* : R-corrected depth under load

d_c^* : R-corrected depth after unloading

Fig. 7 Concavity shape in $d_s=0.20 \mu\text{m}$

が①'であり、表1に示した、理想的圧子形状との深さの差 $(\Delta d)_R$ をくぼみ深さに加え、 R 補正した場合のくぼみ形状が①*である。次に圧子を上方に変位させ変形体から離す。このときのくぼみ形状が②である。そして除荷後のくぼみが理想的形状の圧子と相似形とした場合が②'であり、さらに $(\Delta d)_R$ を加え R 補正した場合のくぼみ形状が②*である。①の深さ d_s から B 硬さが、②の深さ d_c から C 硬さが求まるが、それぞれ $(\Delta d)_R$ を補正したくぼみ深さ d_s^* 、 d_c^* から R 補正した B 硬さ、 C 硬さが求まる。くぼみを上方から見たときのくぼみの中心軸と頂点との距離 L_T 、 $L_V/2$ から S 方式硬さが得られる。図6(a)、(b)と同様に、 R のある圧子によるこの2つの結果からも S 方式硬さを算出する永久くぼみ②の縁と B 硬さ

Fig. 8 Hardness from width of concavity rim and R -corrected hardness

算出時のくぼみ①の縁とがほぼ同じ位置にあることがわかる。そして①と②のくぼみの縁がほぼ同じであるにもかかわらず、くぼみの底上がりが大きいかも確認できる。

d_s^* 、 d_c^* から得られる硬さ、すなわち R 補正した B 硬さ、 C 硬さと、 S 方式硬さを比較したものが図8である。同図(a)は三角すい圧子 T-2 の場合、(b)はビッカース圧子 V-2 の場合である。いずれの圧子においても、補正後の B 硬さは原点を通る傾き 45° の直線上にあるか、きわめて近い位置にあり、また C 硬さもこの直線にはほぼ平行に位置しており、理想的形状をもつ圧子の結果図4(a)、図5(a)にかなりよく一致している。以上のことから、 R のある圧子で測定されるくぼみ深さに $(\Delta d)_R$ を加える R 補正法は三角すい圧子、ビッカース圧子のいずれに対しても有効であることが確認できる。

3.3 くぼみ底上りの補正

すでに図6、図7で示したように、シミュレーション結果においても永久くぼみの「底上がり」現象（くぼみの弾性回復）が明らかに観察される。そこで前報¹⁾で示したような、底上がりに対する C 硬さの補正について検討した。まず、永久くぼみはすべて圧子形状と相似であると仮定して S 方式から得られるくぼみの深さ (L_T 、 $L_V/2$ から計算されるくぼみ深さ) と、 R 補正した C 硬さ算出時の深さ d_c^* を比較した。結果を図9に示す。先端部の R の有無や圧子形状にかかわらず、すべてのデータが同一直線上に位置している。 R 補正後の C 硬さ算出時のくぼみの深さを $d_c^*(\mu\text{m})$ 、 S 方式から得られるくぼみの深さを $d_s(\mu\text{m})$ とすると補正直線は最小二乗法により

$$d_s = 1.110d_c^* + 0.002 \quad (5)$$

となる。したがって、傾き 45° の直線 $d_s = d_c^*$ と補正直線との差として得られる、底上がりに対する補正量 $(\Delta d)_s$ は、

$$\begin{aligned} (\Delta d)_s &= d_s - d_c^* \\ &= (1.110d_c^* + 0.002) - d_c^* \\ &= 0.110d_c^* + 0.002 \quad (6) \end{aligned}$$

となる。よって、 R 補正後の C 硬さ算出時のくぼみ深さ d_c^* に $(\Delta d)_s$ を加えることにより、底上がり補正後の C 硬さが算出される。結果を図10に示す。すべてのプロットが原点を通る傾き 45° の直線上にはほぼ位置している。前報で示した、底上がりに対する C 硬さの補正法は、本報告におけるシミュレーションによっても、その有効性が確認できる。この底上がりに対する補正量 $(\Delta d)_s$ は、次のような意味をもつ。図11は図7(b)と同じ図であり、 R のあるビッカース圧子 V-2 を使用した場合のくぼみ形状を示している。 d 方式硬さでは、くぼみは

Fig. 9 Depth from width of concavity rim and R -corrected depth in C hardness

Fig. 10 Hardness from width of concavity rim and R/shallowing-corrected hardness

Fig. 11 Correction depth and correction width in shallowing (V-2 indenter)

Fig. 12 Depth of plastic zone

すべて圧子と相似形状であると考えから、 R 補正後の C 硬さ算出時のくぼみ形状②*においては、 S 方式硬さを算出する際のくぼみ対角線長さの $1/2$ 、すなわち $L_v/2$ に対して $(\Delta L)_s$ だけ小さく算出することになる。これを補正したくぼみ形状が②**であり、この $(\Delta L)_s$ を深さに換算したものが $(\Delta d)_s$ である。

3.4 塑性域分布

各圧子について、塑性域の深さ方向への広がりを調べた。図12は、 B 硬さ算出時（図5、図6の①）のくぼみ深さ d_B を横軸に、 d_B に対するくぼみ最深部（圧子先端位置）からの塑性域の深さ d_P の割合 d_P/d_B を縦軸に示したものである。同図(a)は三角すい圧子、(b)はビッカース圧子の場合である。

理想的形状をもつ圧子の場合、三角すい圧子、ビッカース圧子いずれも d_P/d_B はほぼ一定で約15である。これはくぼみ深さ d_B の値によらず、くぼみ形状に対する塑性域形状がほぼ相似であることを意味する。 R のある圧子の場合、 d_B が小さくなるにつれて d_P/d_B は大きくなり、 d_P は理想的形状をもつ圧子の場合よりも大きくなり、相似関係が成立しなくなる。くぼみが最も浅い $d_B=0.05\mu\text{m}$ のとき、三角すい圧子、ビッカース圧子いずれも d_P/d_B は25程度になる。

R のある三角すい圧子の場合、 d_B が大きくなるにつれて d_P/d_B は理想形状をもつ圧子の値に漸近し、 $d_B=0.25\mu\text{m}$ ではほぼ一致する。しかし R のあるビッカース圧子では、 $d_B=0.40\mu\text{m}$ の深さにおいても、理想形状をもつ圧子の結果に一致しない。このことから、ビッカース圧子は三角すい圧子に比べて、先端部の R の影響が大きいことがわかる。したがって、超微

小硬度計が対象とする d_B が小さい領域では三角すい圧子のほうが適していると考えられる。

4. 結 論

超微小硬度計による硬さ測定時に試験片表面に生じるくぼみについて、その変形を有限要素法によるシミュレーション計算により調べた。その結果、前報で実験的に示した圧子先端部の R 補正法とくぼみ底上がりの補正法は、 10 mN (1.02 gf) 以下の低荷重域でも有効であることが示された。

おわりに、本研究は平成7年度文部省科学研究費試験研究(B)「硬質薄膜特性の先端評価システムの開発と利用に関する研究」の一部として行われたものである。記して謝意を表します。また、本研究に貢献した千葉工業大学大学院生上村雄一君、千葉工業大学学生浦野和博君（現、豊和工業(株)）に深く感謝します。

参 考 文 献

- 1) 金沢憲一, 牛島淳憲: くぼみ深さ測定方式の超微小硬度計による表面の評価(第1報)——圧子先端半径の影響および直接くぼみ測定方式との相違, 精密工学会誌, **62**, 2 (1996) 224.
- 2) 例えば, 糸数真哉, 村上敬宜: 三角すい圧子の弾塑性押込み解析, 日本機械学会論文集(A編), **59**, 567 (1993) 2560.
- 3) 濱田直巳, 坂根政男, 大南正英: FEMを用いたロックウェル硬さに及ぼす構成関係の影響, 日本機械学会論文集(A編), **60**, 579 (1994) 2645.
- 4) 田中義信, 津和秀夫, 井川直哉: 精密工作法, 上, 共立出版, (1987) 63.