幾何学的制約条件を伴う関連形体の評価方法 に関する研究 (第2報)*

——仮想ゲージによる最大実体状態の関連形体の評価——

田 中 文 基** 岡 本 英 明*** 岸 浪 建 史**

A Study on the Evaluation of Related Features
with Geometrical Constraints in Coordinate Metrology (2nd Report)
-Related Feature Evaluation under Maximum Material Condition
using Virtual Gauge-

Fumiki TANAKA, Hideaki OKAMOTO and Takeshi KISHINAMI

A method of inspecting geometrical tolerances is important from the economic and qualitative viewpoints in coordinate measuring. However, there are some problems with CMM inspections based on ISO geometrical tolerances, due to the lack of a mathematical representation of the relationship between a tolerated feature and datum systems. No mathematical representation makes it impossible to evaluate the geometrical deviation of the related feature from a measured data set. In the first report, an evaluation method for related features with geometrical constraints in coordinate metrology was proposed. However, the proposed method could not be applied to the evaluation of related features under Maximum Material Condition. An inspection method using a computer model of the functional gauge (called the virtual gauge) is proposed in this report. The relationships between the geometrical elements of related features, datum, tolerance specification, measured data set, and functional gauge are represented in a formal description language EXPRESS. Computer experiments are conducted to verify the results and the validity of this method.

Key words: evaluation of related features, geometrical constraints, coordinate metrology, maximum material condition, virtual gauge

1. は じ め に

JIS公差には、公差方式として、寸法公差と幾何公差の2種類が規定されている。幾何公差とは部品の穴、溝などの部分形状(これを形体と呼ぶ)の形状、姿勢、位置に関する公差を規定する公差方式のことである。さらに幾何公差は、単一形体を対象とする単独形体幾何公差と形体が他と関連を持つ場合の関連形体幾何公差とに分けることができる。近年、幾何公差の検証を目的とした形体の評価法は、経済的及び品質保証の観点から重要なものとなってきている。単独形体の評価法に関しては、多くの研究報告^{1)~3)}があるが、関連形体の評価に関する議論はその緒についた段階である^{4) 5)}。

本研究の第1報⁶⁾では、関連形体の幾何公差検証において形体が位置や姿勢に関する幾何制約を伴う場合の関連形体の幾何偏差評価法を提案した。また、その考え方にに基づき、計算機内に偏差導出の基準を設定する偏差導出法を提案した⁷⁾。しかし、検証法が充分確立されていない最大実体公差方式⁸⁾(Maximum Material Principle, MMP)への適用は困難であった。そこで本報では、計算機内に検証のための機能ゲージをモデル化した仮想ゲージを用いた最大実体公差方式による関連形体の幾何公差検証法について述べる。

2. 本研究の目的及び基本的考え方

三次元座標測定機を用いて、加工された実形体が要求された幾何公差を満たしているかどうかを検証する作業は、一般に次の手順で行われる。まず最初に測定点集合(Measured Data Set)からその形体の幾何偏差を導出する。その際に、必要ならばデーラムを設定する。次に、導出された幾何偏差が定義された幾何公差内に入っているかどうかを検証する。普通、三次元座標測定機から出力されるデータが点座標値であるために、計算機による処理が、不可欠なものとなる。しかしながら、幾何公差の規格及び幾何偏差の規格においては、形体の幾何学的表現やデーラムと公差付形体間の関係の表現は規定されていない。それゆえ、三次元測定機による幾何公差付き形体の評価は、それらの計算機表現を与える必要があるという問題点がある。

これらの問題点に対して、第1報では形体の位置と姿勢とに関する幾何制約の数学的表現を導入し、これらの幾何制約を満たしながら、形体を表現する幾何要素を、測定点に接近させるために微小変位スクリュー法の拡張について報告した。しかし、最大実体公差方式⁸⁾が適用された関連形体の検査では、部品の形体が寸法の許容限界内で最大実体状態から離れて仕上がった場合、その寸法の余裕分を幾何公差に付加することができる追加的な公差を考慮する必要があるが、測定点からこの追加的な公差を導出することが困難なため、第1報で提案した方法は、最大実体公差方式が適用された関連形体の評価には直接

* 原稿受付 平成7年6月26日

** 正 会 員 北海道大学工学部(札幌市北区北13条西8丁目)

*** 正 会 員 (株)ニコン(東京都品川区西大井1-6-3)

Fig. 1 Illustration of related feature inspection under Maximum Material Condition

適用できない。従って最大実体公差方式の検証で用いられる機能ゲージ (Functional Gauge)¹⁰⁾ に相当する計算機内モデル (以後仮想ゲージと呼ぶ) を構築する方法について提案する。また、関連形体の構造 (幾何要素とその関係)、公差、測定点、機能ゲージ (仮想ゲージ) 間の関係を明確にし、計算機モデルの構築を容易にするため、関連形体及び仮想ゲージを形式言語 EXPRESS¹¹⁾ により表現する。

3. 形式言語による最大実体公差方式が適用された関連形体と仮想ゲージの表現

本研究では、幾何公差付き形体検査の計算機処理を可能とするために最大実体公差方式が適用された形体の評価法における公差指定、偏差、形体、データム間を解析し、それらを形式言語を用いて表現する。形式言語表現の目的は、対象構造の明確化と仮想ゲージ計算機モデル構築のための準備である。

最大実体公差方式が適用された形体の評価法について以下で考察する。最大実体公差方式とは、寸法公差と幾何公差との間の相互依存関係を、最大実体状態を基にして与える公差方式⁹⁾である。図1に、直角度公差が穴の軸線に指示されており、最大実体公差方式が適用されている穴形体を示す。最大実体公差方式が適用された場合の検証方法は、物体の最大実体状態を、データムなどによって定められる公差指定の限界である実効状態⁹⁾と比較することで行われる。最大実体公差方式が適用されている場合、機能ゲージによる測定法¹⁰⁾が用いられる。機能ゲージとは、組付け状態における最悪状態をシミュレートした一種の通りゲージであり、機能ゲージの直径は、実効寸法⁹⁾と等しくする。

最大実体公差方式による公差指定と座標測定による検査との関係の EXPRESS-G¹²⁾ 表現を図2に示す。EXPRESS-G 表記法において、四角い箱は、オブジェクトを表すものでエンティティと呼び、エンティティからのびる細線は、エンティティの属性を表す。属性名は、細線上に記述し、エンティティと属性を区別するために、属性の側に丸印を付ける。また、継承関係である上位型と下位型との関係は、太線で表され、下位型の側に丸

Fig. 2 EXPRESS-G notation of related feature specification and inspection under Maximum Material Condition

印を付ける。

設計段階で決定される製品モデルは、データム (Datum Feature) と公差付形体 (Toleranced Feature) から構成されており、それぞれ公称形状 (Nominal Shape) を表す幾何要素 (Geometrical Element) をもつ。関連形体に適用された幾何公差 (Geometrical Tolerance) は、データムと公差付形体との間の関係として定義されており、その種類 (Tolerance Type) と、公差域 (Tolerance Zone) を属性として持っている。このデータムと公差付形体間の関係は、形体がデータムに関連付けられる (Related) という関係であらわされている。また、関連形体は、その寸法に適用された寸法公差 (Dimensional Tolerance) をもつ。

三次元測定機により得られる測定点集合に対して要求される幾何公差を検査するためには、機能ゲージを計算機内でモデル化して検査を行うこととなる。最大実体公差方式の場合、最初に測定点集合から接触要素法 (Contact Element Method) で機能ゲージの位置と姿勢を求める必要がある。次に、ゲージの寸法と実効寸法とを比較し幾何公差を満たすかどうか検証する。しかしながら、幾何公差や幾何偏差の規格においては、形体や機能ゲージの幾何学的表現やデータムと公差付形体間の幾何学的関係、すなわち、位置や姿勢などに関する幾何制約 (Geometrical Constraint) 関係は、計算機内で処理できるモデルとして表現されていない。それゆえ、関連形体の検査においては、幾何偏差の種類 (Deviation Type) からこの関係を補う必要がある。すなわち、機能ゲージが幾何学的に正しい形状で、データムとの幾何学的拘束をも満たしている必要があるため、仮想ゲージは、幾何学的に正しい形状で、データムとの幾何学的拘束をも満たすように導出される必要がある。

Fig.3 Inspection procedure using virtual gauge

Fig.4 Illustration of virtual gauge model

Fig.5 EXPRESS-G notation of virtual gauge model

4. 仮想ゲージを用いた最大実体公差方式が適用された関連形体の検査法

ここでは、3章で解析した結果を用いて最大実体公差方式が適用された場合の関連形体の検査法を提案する。前述したように関連形体の検査には、幾何的に正しい形状で正確な位置、又は正確な方向を満たすような機能ゲージを設定する必要がある。本研究では、この機能ゲージを計算機内でシミュレートしたものを仮想ゲージとよび、これを用いた関連形体の検査法を提案する。すなわち、検査のための手順は図3及び以下に示すとおりとなる。

- 1) 測定点集合から、仮想ゲージを4.2節で示す手順によりフィッティングする。
- 2) 幾何公差指定及び寸法公差指定より導出される実効寸法と、1)により得られた仮想ゲージの関連形体部の寸法（図3中の D_g ）とを比較し、追加公差を考慮した幾何公差を満たすかどうかを検証する。
- 3) 形体の寸法（図3中の D_f ）を測定し、寸法公差内にあるかどうかを検証する。

なお、この手順のうち、3)の寸法の検査は、本研究の対象外でありここでは触れないものとする。以下では、その計算機内

Fig.6 EXPRESS-G notation of geometrical element of virtual gauge

Fig.7 Vector representation of geometrical element of virtual gauge

モデル、仮想ゲージのフィッティング法について述べる。なお、本研究においてデータムの位置と姿勢、又はデータム系を表す座標系は、すでに与えられているものとして、ここでは、その表現法についてだけ提案する。

4. 1 仮想ゲージの計算機内モデル

仮想ゲージは、計算機ソフトウェア上で公差付形体の幾何偏差を導出するための基準を与えるものであり、接触要素法、最小領域法などの適切なフィッティング基準に従い測定点集合から仮想ゲージのパラメータ値が導出される。

仮想ゲージは、図4及びそのEXPRESS-G表現である図5に示すようにデータムの幾何要素を示すデータム仮想ゲージ (Datum Virtual Gauge) と、最大実体公差方式が適用された形体の検証に用いる関連形体仮想ゲージ (R Feature Virtual Gauge) とに分けられる。データム仮想ゲージは、属性としてデータム形体あるいは座標系を示す幾何要素、フィッティング基準を持つ。

関連形体仮想ゲージは、データム仮想ゲージ、公差付形体を示す幾何要素、偏差の種類、フィッティング基準、及びデータムと形体との幾何制約を属性として持つ。

本研究において、仮想ゲージは、平面、円筒面、球面、円すい面を幾何要素とする。図6に、仮想ゲージの幾何要素の計算機表現をEXPRESS-Gを用いて示す。さらに、これらの要素を定義するために、図7に示すような仮想ゲージの位置を表すベクトル P と方向を表すベクトル N とにより定義される局所座標系を導入する。また、円筒面、円すい面、球面には、それぞれ半径 (radius) や、半頂角 (semi_angle) を属性として持つ。

Fig. 8 Fitting method of virtual gauge

Fig. 9 Minimum circumscribed and maximum inscribed criteria

4. 2 仮想ゲージのフィッティング法

仮想ゲージのフィッティングは、次のとおりである。最初に、データ仮想ゲージを設定する。このときデータは、制約条件を伴わない状態でフィッティングを行うことにより設定される。次に、データと関連形体仮想ゲージとの幾何制約を満たしながら、関連形体仮想ゲージを測定点との誤差が最小となるように剛体変位させる、すなわちフィッティングを行う。このために本研究では、Bourdetらの提案している微小変位スクリュウ法¹²⁾を採用している。以下に、この理論について概説する。図8において、実形状のN個の測定点から構成される測定点集合のi番目の測定点を M_i 、それに対応するフィッティング前のゲージ上の点を M_{gi} 、 M_{gi} におけるゲージの法線ベクトルを $\vec{n}_{gi}$ 、ゲージを定義する位置ベクトルが指すゲージの基準点をAとすると、フィッティングの変位量は、基準点の並進変位 $\vec{D}_A$ と基準点における回転変位 $\vec{R}$ を用い、次式で与えられる。

$$\vec{D}_A + \vec{R} \times \vec{AM}_{gi} \quad (1)$$

従って、フィッティング後の誤差は、

$$\vec{e}_i = \vec{M}_{gi} \vec{M}_i \vec{n}_{gi} - \left\{ \vec{D}_A \cdot \vec{n}_{gi} + (\vec{AM}_{gi} \times \vec{n}_{gi}) \cdot \vec{R} \right\} \quad (2)$$

となる。ここで、求めるべきベクトルの対 $\{\vec{D}_A, \vec{R}\}$ を微小変位スクリュウと呼ぶ。誤差の表現式である式(2)を、すべての測定点に対して最適化基準に従って最小化すれば、それぞれの基準に依じたフィッティングのための微小変位スクリュウを算出できる。最大実体公差方式が適用された場合に用いられる最大内接、又は最小外接における測定点とゲージとの関係を図8に示す。最大内接の場合、図9に示すように測定点が常にフィッティング後のゲージの外側にある必要があり、最適化のための制約条件は、式(3)のように与えられる。

$$e_i \geq 0 \quad (3)$$

最小外接の場合、図9に示すように測定点が常にフィッティング後のゲージの内側にある必要があり、最適化のための制約条件は、式(4)のように与えられる。

$$e_i \leq 0 \quad (4)$$

以上の制約条件下で、ゲージの大きさを最大（あるいは最小）となるように最適化を行う。更に、関連形体の評価のための関連形体仮想ゲージには、データと公差付形体との間に幾何制

Fig. 10 Mathematical representation of geometrical constraint of virtual gauge

約が付加されている。これらの制約が付加されている場合のフィッティング法を次に示す。

幾何制約には、第1報と同様に位置に関するものと、方向に関するものとする。位置に関する制約は、図10の(a)に示すように、指定した平面上に幾何要素の位置を表すベクトル $\vec{P}(P_x, P_y, P_z)$ が乗ることである。この制約は、指定した平面の方程式を $Ax + By + Cz + D = 0$ とすると、次式で表される。

$$[A \ B \ C \ D] \cdot [P_x \ P_y \ P_z \ 1]^T = 0 \quad (5)$$

式(5)の意味は、指定した平面内にフィッティングの並進変位を制限することである。数式で表すと、

$$\vec{D}_A \cdot [A \ B \ C] = 0 \quad (6)$$

となる。ここで、 $[A, B, C]$ は、指定平面の法線ベクトルである。

姿勢に関する制約は、図10の(b)に示すように、指定した方向 $(\vec{C}_D)$ と幾何要素の方向を表すベクトル $\vec{N}(N_x, N_y, N_z)$ とのなす角度が、一定 (θ) である。この制約は、 $\vec{C}_D = (A, B, C)$ とすると、次式で表される。

$$[A \ B \ C] \cdot [N_x \ N_y \ N_z]^T = \cos \theta \quad (7)$$

すなわち、回転後も式(7)の関係が保つようにフィッティングの回転変位を制限することである。これは第1報より、

$$\vec{R} = u\vec{N} + v\vec{C}_D \quad (8)$$

となる。

以上よりフィッティングの手続きは、つぎのようになる。

- 1) 設定されたデータから位置、姿勢に関する制約条件式(6)又は式(8)を作成する。
- 2) すべての測定データに対して、誤差の表現式(2)を作成する。
- 3) 前述した最適化基準に従い、制約条件式、誤差の表現式より $\vec{D}_A, \vec{R}$ を算出する。
- 4) 算出した $\vec{D}_A, \vec{R}$ を設定値 $\epsilon_{DA}, \epsilon_R$ と比較する。 $|\vec{D}_A| < \epsilon_{DA}$ かつ $|\vec{R}| < \epsilon_R$ であれば計算を打ち切り、その時点での求められたパラメータ値をもってゲージとする。そうでなければ、 $\vec{D}_A, \vec{R}$ の並進、回転移動をゲージに施し、1)からの処理を繰り返す。

5. 適用例と計算機シミュレーション

図11に、円筒面の軸に対して傾斜度が指定され、更に最大実体公差方式が指定された例を示す。この場合、関連形体仮想ゲージは、データ平面に対して理論的に正しく75°傾斜している必要があり、最適化基準は最大内接法となる。すなわち、関連形体仮想ゲージの軸ベクトルとデータの法線ベクトルとの姿勢制約を保持するため、データの法線ベクトル $\vec{C}_D$ を用い回転変位を式(8)とし、最大内接の条件下で最大の円筒直径を求める。導出された円筒の直径と実効寸法との比較により公

Fig.11 Application example of virtual gauge

Table 1 Parameter of test piece data

Axis vector	[0, 0.258819, 0.965926]
Diameter	9.85
Reference point	[0.0, 0.0, 0.0]

Table 2. Parameter of initial position of gauge

Axis vector	[0, -0.258819, 0.965926]
Diameter	10.0
Reference point	[3.0, 3.0, 0.0]

Table 3 Parameter of result position of gauge

Axis vector	$[-7.31061 \times 10^{-10}, 0.258819, 0.965926]$
Diameter	9.85
Reference point	$[-9.94212 \times 10^{-10}, -9.56808 \times 10^{-8}, 0.0]$

差指定を満たしているかどうかを検証する。計算機シミュレーションにおいては、テストピースデータは、円筒機能ゲージの直径(9.85mm)と同じ大きさになるように表1のパラメータを持つ境界円筒を考え、この円筒上の30点、その外側に一樣乱数を用いて60点発生させた。このテストピースデータに対し、表2に示すようなパラメータを持つ初期関連形体仮想ゲージをフィッティングさせた。図12は、フィッティング前の測定点と初期関連形体仮想ゲージを示す。フィッティングにおける繰返し計算の打ち切り許容差を 10^{-6} としたフィッティング後の測定点と仮想ゲージを図13に、導出された関連形体仮想ゲージのパラメータを表3に示す。表1及び表3に示すように、テストピースデータを発生させた境界円筒面と同一の円筒面が得られており、その他の例でも同様な結果が得られていることから、仮想ゲージを用いた測定法の有効性が確認された。

6. 結 論

本研究で得られた結論は、以下のとおりである。

- (1) 最大実体公差方式による関連形体の公差検証法として、計算機内に機能ゲージに相当する仮想ゲージの構築法とそれを用いた関連形体の評価法を提案した。
- (2) 形式言語により、データム及び関連形体における要素と、それらの要素間の関係と、関連形体評価における機能ゲージの役割を明確にし、必要な仮想ゲージの構築を提案した。
- (3) 仮想ゲージと幾何制約を考慮した微小変位スクリュ法による関連形体の最大実体公差方式による幾何公差検証法が、計算機実験により有効であることを確認した。

今後残されている課題としては、データム及びデータム系の設定法などであり、引き続き検討を行う予定である。

Fig.12 The initial cylinder before fitting

Fig.13 The result of fitting

参 考 文 献

- 1) 塚田忠夫, 金田 徹, 奥田謙造: 最適化技法を用いた最小領域法真円度の評価法, 精密機械, 49, 10 (1983) 1351.
- 2) 下河辺 明, 豊山 晃, 福田 真: 最小領域法による形状精度の評価, 精密機械, 50, 4 (1984) 697.
- 3) 小尾 誠: 最小領域法の幾何学的考察(平面度の幾何学的条件と計算法), 日本機械学会論集C編, 58, 549 (1992) 328.
- 4) W.H.Elmaraghy, H.A.Elmaraghy and Z.Wu: Determination of Actual Geometric Deviations Using Coordinate Measuring Machine Data, Manu. Rev., 3,1, (1990) 32.
- 5) A.Ballu, P.Bourdnet and L. Mathie: The Processing of Measured Points in Coordinate Metrology in Agreement with the Definition of Standardized Specifications, Ann. CIRP, 40, 1, (1991) 491.
- 6) 岡本英明, 佐々木豊春, 田中文基, 岸浪建史: 幾何学的制約条件を伴う関連形体の評価方法に関する研究(第1報), 精密工学会誌 61, 8 (1995) 1116.
- 7) F.Tanaka, P.Ikonomov, H.Okamoto and T.Kishinami: Inspection Method for Geometrical Tolerance using Coordinate Measuring Machine, Proc. 4th Seminar on Computer Aided Tolerancng, (1995) 325.
- 8) 桑田浩志: 精度関連規格の国際的標準化の動向, 設計工学, 28, 2 (1993) 497.
- 9) JIS B 0023-84 最大実体公差方式, 日本規格協会, (1984).
- 10) 桑田浩志: 新しい幾何公差方式, 日本規格協会, (1993).
- 11) ISO 10303-11, Industrial Automation Systems and Integration - Product Data Representation and Exchange- Part-11: Description methods: The EXPRESS Language Reference Manual (1994).
- 12) P.Bourdnet and A.Clemen: A Study of Optimum-criteria Based on the Small-Displacement Screw Model, Ann. CIRP, 37, 1, (1988) 503.