スチュワートプラットフォーム機構の順機構解に関する研究*

——折り紙解による順機構解の解法——

金 嘯 海** 古 屋 信 幸*** 牧 野 洋***

Study on Direct Kinematics of Stewart Platform
-Kinematic Analysis by Origami Solution-

Xiaohai Jin, Nobuyuki Furuya and Hiroshi Makino

Parallel mechanism is composed of a platform connected to a fixed base by some linear actuators called struts. The kinematic chains of parallel mechanism are driven by these actuators to its base and has high stiffness and low weight so it can realize high speed and accurate positioning ability. The Stewart platform is one of the parallel mechanism. In serial mechanism, the direct kinematics solution is easy, but the inverse kinematics solution is very involved. The other way, in the parallel mechanism the inverse kinematics solution is easy but the direct kinematics solution is very involved. In this paper, a new method named "origami solution" to solve the direct kinematics solution of Stewart platform is proposed and some basic equations in "origami solution" are conducted. This method is based on the "Geneqc.c" which is a computer program to get roots of general equations. In the last, the method is evaluated by some examples of the Stewart platform. The direct kinematics solution is solved in 0.01mm accuracy in about 1 second calculation time by 32 bit computer.

Key words: parallel mechanism, Stewart platform, direct kinematics problem, inverse kinematics problem, origami solution

1. は じ め に

パラレル機構はシリアル機構に比べると重量の割合に剛性を高くすることができ、機構自体の負荷が小さくなることから高速、高精度な機構が実現できる。パラレル機構の1つとしてスチュワートプラットフォーム (Stewart platform) があり、近年注目を集めている。しかし、パラレル機構はシリアル機構と反対に、逆機構学問題の解を求めることは容易であるが、順機構学の解を求めることが難しく、ほとんどが反復計算による数値計算法で解が求められているに過ぎない。一般の解析解は求められない状態である。

Griffis ら¹⁾は6本のストラット (strut) により、上部プラットフォームと下部のベース平面の各3接点で2本ずつ連結された3-3型のスチュワートプラットフォーム機構に関して、そのタイプの機構が8面体となることに注目し、8面体側面の三角形と底面三角形のなす角度の1/2の正接に関する16次方程式を導き、順機構解が底面三角形の片側に8個、両側で16個であることを指摘している。また、Nanua ら²⁾は6-3型と3-3型のスチュワートプラットフォーム機構に関して、機構のベクトル関係式を導き、やはり、順機構解が16次方程式の解となることから最大16個の解があることを指摘している。もちろん、それらの解のなかには虚根が含まれる。このように、スチュワートプラットフォームの順機構解を求める問題ではほとんどが16次方程式もしくは8次方程式に帰着させて、解の数を判定し、その代数方程式を数値的に解くことによって解を求めている。これらの方法は、代数方程式を導くプロセスが複雑であり、必ずしも見通し良く解を求める実用的な方法とはなっていない。高速、高精度作業への応用が期待されている現状では、その順機構解を高速しかも高精度で求めることが必要である。

本研究では、基本的なスチュワートプラットフォーム機構を研究対象として、見通しよく順機構解を求める新しい方法を提案し、折り紙解と名付けることにする。また、この方法に基づき、実際に解を求めるプログラムを作成し計算時間、精度の評価を行ったので報告する。この方法は精度の良い解を高速に求めることがで

きる。なお、方程式を導く過程では数式処理ソフト Maple V を用いた。

2. スチュワートプラットフォーム機構の構造

スチュワートプラットフォーム機構の基本的な構造は、図1に示すように、頭部三角形と底部の六角形が6本のストラットで結合されている。6本のストラットは直動のアクチュエータを兼ねており、長さを変化させて上下運動 (extend), 水平運動 (pan), 回転運動 (rotate) 及びねじり運動 (twist) をすることができる。空間内の運動で6自由度を有する。

2.1 ベクトル式による構造の表現

本研究では、底部六角形側をベースにして、三角形側をプラットフォームとする。図2に示すように、ベース六角形の任意一端点Oに固定された座標系をワールド座標系としてE₀とする。プラットフォーム三角形の任意一点O'に固定された座標系をプラットフォーム座標系とする。ワールド座標系内に対するプラットフォーム座標系の回転変換は式(3)のようにEで表す。

Fig.1 Basic motions of Stewart platform

* 原稿受付 平成7年8月21日
** 学生会員 山梨大学大学院 (甲府市武田4-3-11)
*** 正会員 山梨大学工学部

Fig.2 Construction of Stewart platform

$$E = \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} \end{bmatrix} \quad (1)$$

両座標原点間の並進変換はベクトル P で表す。機構に関する既知条件としては次の2条件がある。

- 1) ワールド座標系内でのベース六角形の各頂点の位置 K_i ;
- 2) プラットフォーム座標系内での三角形の各頂点の位置 K'_j 。

$$K_i = [a_i \ b_i \ 0] \quad (2)$$

$$K'_j = [a'_j \ b'_j \ 0] \quad (3)$$

$i = 0, 1, \dots, 5; j = 0, 1, 2$ である。

ここで、 a_i はワールド座標系でのベース六角形の頂点の x 座標、 b_i はその y 座標である。 a'_j はプラットフォーム座標系でのプラットフォーム三角形の頂点の x 座標、 b'_j はその y 座標である。

2.2 スチュワートプラットフォーム機構の逆及び順機構学解

スチュワートプラットフォーム機構の逆機構学問題は、プラットフォームの位置 P と姿勢 E が与えられたとき、6本のストラットの長さ l_i を求めることである。図3に示したように、各ストラットを表示するベクトルは以下の式で簡単に求められる。(4)式で左辺の R_i は長さが未知のベクトルである。

$$\begin{cases} R_0 = P + EK'_0 - K_0 \\ R_1 = P + EK'_0 - K_1 \\ R_2 = P + EK'_1 - K_2 \\ R_3 = P + EK'_1 - K_3 \\ R_4 = P + EK'_2 - K_4 \\ R_5 = P + EK'_2 - K_5 \end{cases} \quad (4)$$

各ストラットの長さは以下の式で求められる。

$$l_i = |R_i| \quad (5)$$

スチュワートプラットフォーム機構の順機構学問題は、6本のストラットの長さ l_i を与えたときのプラットフォームの位置 P と姿勢 E を求めることである。すなわち、式(4)を変形して、式(6)と表したときの左辺、 P, E が未知となる。

$$\begin{cases} P + EK'_0 = R_0 + K_0 \\ P + EK'_0 = R_1 + K_1 \\ P + EK'_1 = R_2 + K_2 \\ P + EK'_1 = R_3 + K_3 \\ P + EK'_2 = R_4 + K_4 \\ P + EK'_2 = R_5 + K_5 \end{cases} \quad (6)$$

Fig.3 Vector equations of Stewart platform

Fig.4 Origami solution

3. スチュワートプラットフォーム機構の折り紙解

スチュワートプラットフォーム機構のプラットフォーム上の同じ頂点で結合される2本のストラットとベースの辺からなる三角形に注目する。スチュワートプラットフォーム機構ではこのような三角形が3つ存在することになる。各ストラットの長さが決まれば、ベースの辺の長さは既知なので三角形の形状も決まる。もし、プラットフォームを取り外したと仮定するとこの3つの三角形は図4に示すように空間内を動くことができ、これを式で表すと以下のようになる。

$$R_i = R_{i+1} + K_{i(i+1)} \quad (7)$$

ただし

$$K_{i(i+1)} = K_{i+1} - K_i \quad (8)$$

つまり、頂点 R_i は底辺を中心として回転する円弧上を動くことになる。この状態は丁度折り紙を折るような状態となっている。

側面にある3つの三角形をベース平面上に展開すると三角形の形成条件から、ベース平面上で各ストラットを表すベクトル R_{bi} が求められる。各側面の三角形は、それぞれの $K_{i(i+1)}$ 軸のまわりに回転することができるので、回転変換テンソルで表すと以下のようになる。

$$R_i = E^{K_{i(i+1)}\psi} (R_{bi}) \quad (9)$$

ここで、 ψ は各側面三角形がそれぞれの回転軸 $K_{i(i+1)}$ のまわりに回転する角度 α, β, γ である。スチュワートプラットフォーム機構の特徴を考えると、その機構の順機構解はベース平面に対して対称の位置に存在することがわかるが、実際は、機構上の制約からベース平面に対して両側で動くことはできない。そこで、本研究では回転角度 α, β, γ の可動な範囲は 0° から 180° と仮定する。各側面三角形の頂点は円弧上で空間内を連続回転することが可能であり、プラットフォームの三角形がこの3つの円弧上にをびたりと乗る位置がスチュワートプラットフォーム機構の順機構解である。そのときの側面三角形の回転角度が求めれば、スチュワートプラットフォーム機構の順機構解の解が求められたことになる。このように、回転角 α, β, γ が未知変数として3個の三角形を折り紙を折るように回転させて解を求める方法を新しく折り紙解と名付けることにする。この時、2つ三角形から形成される1つの側面4辺形（ねじれている場合もある）を考えると以下の式が成り立つ。

$$P'_j = R_{i+2} - R_i + K_{i(i+2)} \quad (10)$$

ただし

$$K_{i(i+2)} = K_{i+2} - K_i \quad (11)$$

ここで、 P'_j はベース座標系内でのプラットフォーム三角形の各辺を表すベクトルである。

$$\begin{cases} P'_0 = EK'_{01} \\ P'_1 = EK'_{12} \\ P'_2 = EK'_{20} \end{cases} \quad (12)$$

同様にして3つの側面4辺形の間では下記の連立方程式が得られる。

$$\begin{cases} EK'_{01} = R_2 - R_0 + K_{02} \\ EK'_{12} = R_4 - R_2 + K_{24} \\ EK'_{20} = R_0 - R_4 + K_{40} \end{cases} \quad (13)$$

ベクトル K'_{01} と K'_{12} と K'_{20} に着目する。これらのベクトルは i' と j' 方向の成分だけを有し k' 方向の成分は持たないので、連立方程式 (13) は実は9元連立方程式となる。

$$\begin{cases} a'_{01}e_{11} + b'_{01}e_{12} = t_2 \sin \theta_2 \cos \beta - t_0 \sin \theta_0 \cos \alpha + m_1 \\ a'_{01}e_{21} + b'_{01}e_{22} = -t_2 \cos \theta_2 \cos \beta + t_0 \cos \theta_0 \cos \alpha + m_2 \\ a'_{01}e_{31} + b'_{01}e_{32} = -t_2 \sin \beta + t_0 \sin \alpha \\ a'_{12}e_{11} + b'_{12}e_{12} = t_4 \sin \theta_4 \cos \gamma - t_2 \sin \theta_2 \cos \beta + m_3 \\ a'_{12}e_{21} + b'_{12}e_{22} = -t_4 \cos \theta_4 \cos \gamma + t_2 \cos \theta_2 \cos \beta + m_4 \\ a'_{12}e_{31} + b'_{12}e_{32} = -t_4 \sin \gamma + t_2 \sin \beta \\ a'_{20}e_{11} + b'_{20}e_{12} = t_0 \sin \theta_0 \cos \alpha - t_4 \sin \theta_4 \cos \gamma + m_5 \\ a'_{20}e_{21} + b'_{20}e_{22} = -t_0 \cos \theta_0 \cos \alpha + t_4 \cos \theta_4 \cos \gamma + m_6 \\ a'_{20}e_{31} + b'_{20}e_{32} = -t_0 \sin \alpha + t_4 \sin \gamma \end{cases} \quad (14)$$

$$\begin{cases} t_i = c_i \sin \theta_i - d_i \cos \theta_i \\ n_i = c_i \cos \theta_i + d_i \sin \theta_i \\ m_1 = \cos \theta_2 n_2 - \cos \theta_0 n_0 + a_{02} \\ m_2 = \sin \theta_2 n_2 - \sin \theta_0 n_0 + b_{02} \\ m_3 = \cos \theta_4 n_4 - \cos \theta_2 n_2 + a_{24} \\ m_4 = \sin \theta_4 n_4 - \sin \theta_2 n_2 + b_{24} \\ m_5 = \cos \theta_0 n_0 - \sin \theta_4 n_4 + a_{40} \\ m_6 = \sin \theta_0 n_0 - \sin \theta_4 n_4 + b_{40} \end{cases} \quad (15)$$

変換 E の性質から、以下の方程式が得られる。

$$\begin{cases} e_{11}^2 + e_{21}^2 + e_{31}^2 = 1 \\ e_{12}^2 + e_{22}^2 + e_{32}^2 = 1 \\ e_{11}e_{12} + e_{21}e_{22} + e_{31}e_{32} = 0 \end{cases} \quad (16)$$

式 (14) と (16) から、以下のように各側面三角形の未知回転角度 α, β, γ に関する連立方程式が得られる。

$$\begin{cases} A_1 \cos \beta - B_1 \sin \beta + C_1 = 0 \\ A_2 \cos \gamma - B_2 \sin \gamma + C_2 = 0 \\ A_3 \cos \alpha - B_3 \sin \alpha + C_3 = 0 \end{cases} \quad (17)$$

$$\begin{cases} A_1 = 2t_2[m_1 \sin \theta_2 - m_2 \cos \theta_2 - t_0 \cos(\theta_2 - \theta_0) \cos \alpha] \\ A_2 = 2t_4[m_3 \sin \theta_4 - m_4 \cos \theta_4 - t_2 \cos(\theta_4 - \theta_2) \cos \beta] \\ A_3 = 2t_0[m_5 \sin \theta_0 - m_6 \cos \theta_0 - t_4 \cos(\theta_0 - \theta_4) \cos \gamma] \\ B_1 = 2t_0 t_2 \sin \alpha \\ B_2 = 2t_2 t_4 \sin \beta \\ B_3 = 2t_4 t_0 \sin \gamma \\ C_1 = t_0^2 + t_2^2 + m_1^2 + m_2^2 - (a'_{01}{}^2 + b'_{01}{}^2) \\ \quad - 2t_0(m_1 \sin \theta_0 - m_2 \cos \theta_0) \cos \alpha \\ C_2 = t_2^2 + t_4^2 + m_3^2 + m_4^2 - (a'_{12}{}^2 + b'_{12}{}^2) \\ \quad - 2t_2(m_3 \sin \theta_2 - m_4 \cos \theta_2) \cos \beta \\ C_3 = t_0^2 + t_4^2 + m_5^2 + m_6^2 - (a'_{20}{}^2 + b'_{20}{}^2) \\ \quad - 2t_4(m_5 \sin \theta_4 - m_6 \cos \theta_4) \cos \gamma \end{cases} \quad (18)$$

4. 解析のアルゴリズムと解析の手順

2.2の座標設定により、図2のようにベース六角形上の一点 O にワールド座標系 E_0 とプラットフォーム三角形上の一点 O' にフレイム座標系 E を設定する。解は次に示す4段階のステップに従って求められる。

4.1 解析のステップ

ステップ1：

既知条件から、ワールド座標系内、ベース六角形の各辺を表示するベクトル K_{ij} が求められる。

$$\begin{cases} K_{01} = K_1 - K_0 = [(a_1 - a_0)(b_1 - b_0) \ 0] \\ K_{12} = K_2 - K_1 = [(a_2 - a_1)(b_2 - b_1) \ 0] \\ K_{23} = K_3 - K_2 = [(a_3 - a_2)(b_3 - b_2) \ 0] \\ K_{34} = K_4 - K_3 = [(a_4 - a_3)(b_4 - b_3) \ 0] \\ K_{45} = K_5 - K_4 = [(a_5 - a_4)(b_5 - b_4) \ 0] \\ K_{50} = K_0 - K_5 = [(a_0 - a_5)(b_0 - b_5) \ 0] \end{cases} \quad (19)$$

フレイム座標系でプラットフォーム三角形の各辺を表示するベクトル K'_{ij} が求められる。

$$\begin{cases} K'_{01} = K'_1 - K'_0 = [(a'_1 - a'_0)(b'_1 - b'_0) \ 0] \\ K'_{12} = K'_2 - K'_1 = [(a'_2 - a'_1)(b'_2 - b'_1) \ 0] \\ K'_{20} = K'_0 - K'_2 = [(a'_0 - a'_2)(b'_0 - b'_2) \ 0] \end{cases} \quad (20)$$

ステップ2：

式 (7) より、下記の3つ独立な連立方程式が得られる。

$$\begin{cases} R_0 = R_1 + K_{01} \\ R_2 = R_3 + K_{23} \\ R_4 = R_5 + K_{45} \end{cases} \quad (21)$$

また、三角形を形成する制約条件からベース平面内に、 R_{bi} が求められる。

$$R_{bi} = [c_i \ d_i \ 0] \quad (22)$$

$$\begin{cases} d_{i+1} = 1/2\{(b_i - b_{i+1})[w - (l_i^2 - l_{i+1}^2)] \\ \quad \pm \sqrt{(a_i - a_{i+1})^2[w - (l_i - l_{i+1})^2][(l_i + l_{i+1})^2 - w]}\}/w \\ c_{i+1} = \pm \sqrt{l_i^2 - d_{i+1}^2} \\ d_i = b_{i+1} - b_i + d_{i+1} \\ c_i = a_{i+1} - a_i + c_{i+1} \\ w = (a_i - a_{i+1})^2 + (b_i - b_{i+1})^2 \end{cases} \quad (23)$$

三角形を形成する条件から、 R_{bi} は2つ³⁾存在するが側面三角形をベース平面上に展開するとき、すべての側面三角形を外側へ展開するよう仮定すれば、 R_{bi} は1つに決められる。式(9)より、 R_i は下記の連立方程式で表すことができる。

$$\begin{cases} \mathbf{R}_0 = E^{\mathbf{K}_{01}\alpha}(\mathbf{R}_{b0}) \\ \mathbf{R}_1 = E^{\mathbf{K}_{01}\alpha}(\mathbf{R}_{b1}) \\ \mathbf{R}_2 = E^{\mathbf{K}_{23}\beta}(\mathbf{R}_{b2}) \\ \mathbf{R}_3 = E^{\mathbf{K}_{23}\beta}(\mathbf{R}_{b3}) \\ \mathbf{R}_4 = E^{\mathbf{K}_{45}\gamma}(\mathbf{R}_{b4}) \\ \mathbf{R}_5 = E^{\mathbf{K}_{45}\gamma}(\mathbf{R}_{b5}) \end{cases} \quad (24)$$

既知条件から、

$$E^{\mathbf{K}_{ij}\alpha}(\mathbf{R}_b) = E^{\mathbf{k}\theta_i} E^{\mathbf{i}\alpha} E^{\mathbf{k}(-\theta_i)}(\mathbf{R}_b) \quad (25)$$

ここで、 $E^{\mathbf{K}_{ij}\alpha}$ は以下のようになる。

$$E^{\mathbf{K}_{ij}\alpha} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$\begin{cases} m_{11} = \cos^2 \theta_i + \sin^2 \theta_i \cos \alpha \\ m_{12} = \sin \theta_i \cos \theta_i - \sin \theta_i \cos \theta_i \cos \alpha \\ m_{13} = \sin \theta_i \sin \alpha \\ m_{21} = \sin \theta_i \cos \theta_i - \sin \theta_i \cos \theta_i \cos \alpha \\ m_{22} = \sin^2 \theta_i + \cos^2 \theta_i \cos \alpha \\ m_{23} = -\cos \theta_i \sin \alpha \\ m_{31} = -\sin \theta_i \sin \alpha \\ m_{32} = \cos \theta_i \sin \alpha \\ m_{33} = \cos \alpha \end{cases} \quad (27)$$

式(17)から、はさみ打ち法に基づく一般方程式の解を求めるソフト(Geneqc.c)を利用して、図5に示したフローチャートの手順で計算すれば、上のプラットフォームをびったり乗せる位置(順解である位置)に合う α, β, γ が順次求められる。

Fig.5 Flowchart for origami solution

式(14)から、 $e_{11}, e_{12}, e_{21}, e_{22}, e_{31}, e_{32}$ が得られる。

$$\begin{cases} e_{11} = \frac{b'_{12}Q_1 - b'_{01}Q_4}{w} \\ e_{12} = \frac{a'_{01}Q_4 - a'_{12}Q_1}{w} \\ e_{21} = \frac{b'_{12}Q_2 - b'_{01}Q_5}{w} \\ e_{22} = \frac{a'_{01}Q_5 - a'_{12}Q_2}{w} \\ e_{31} = \frac{b'_{12}Q_3 - b'_{01}Q_6}{w} \\ e_{32} = \frac{a'_{01}Q_6 - a'_{12}Q_3}{w} \\ w = a'_{01}b'_{12} - b'_{01}a'_{12} \end{cases} \quad (28)$$

$$\begin{cases} Q_1 = t_2 \sin \theta_2 \cos \beta - t_0 \sin \theta_0 \cos \alpha + m_1 \\ Q_2 = -t_2 \cos \theta_2 \cos \beta + t_0 \cos \theta_0 \cos \alpha + m_2 \\ Q_3 = -t_2 \sin \beta + t_0 \sin \alpha \\ Q_4 = t_4 \sin \theta_4 \cos \gamma - t_2 \sin \theta_2 \cos \beta + m_3 \\ Q_5 = -t_4 \cos \theta_4 \cos \gamma + t_2 \cos \theta_2 \cos \beta + m_4 \\ Q_6 = -t_4 \sin \gamma + t_2 \sin \beta \end{cases} \quad (29)$$

変換 E の性質から、以下の方程式が得られる。

$$\begin{cases} e_{13}^2 + e_{23}^2 + e_{33}^2 = 1 \\ e_{11}e_{13} + e_{21}e_{23} + e_{31}e_{33} = 0 \\ e_{12}e_{13} + e_{22}e_{23} + e_{32}e_{33} = 0 \end{cases} \quad (30)$$

式(30)より、 e_{13}, e_{23}, e_{33} が得られる。

$$\begin{cases} e_{13} = e_{21}e_{32} - e_{31}e_{22} \\ e_{23} = e_{12}e_{31} - e_{11}e_{32} \\ e_{33} = e_{11}e_{22} - e_{21}e_{12} \end{cases} \quad (31)$$

これで、変換 E が求められた。

ステップ3：

ベクトルの関係から、以下の方程式が得られる。

$$\mathbf{P} = \mathbf{K}_0 + \mathbf{R}_0 - E\mathbf{K}'_0 \quad (32)$$

式(32)から、位置 P の座標が求められる。

$$\begin{cases} x = a_0 + n_0 \cos \theta_0 + t_0 \sin \theta_0 \cos \alpha - a'_0 e_{11} - b'_0 e_{12} \\ y = b_0 + n_0 \sin \theta_0 - t_0 \cos \theta_0 \cos \alpha - a'_0 e_{21} - b'_0 e_{22} \\ z = -t_0 \sin \alpha - a'_0 e_{31} - b'_0 e_{32} \end{cases} \quad (33)$$

こうすれば、各ストラットの長さの変化に応じて、プラットフォームの位置 P と姿勢 E を求めることができる。

4.2 Geneqc.c について

ここで Geneqc.c は滑らかに変化する関数 $y=f(x)$ の区間 $x_l \leq x \leq x_u$ における全ての実根の値を要求された誤差範囲内で求めるソフトであり、筆者らの1人が作成したものである。“滑らか”とは、関数が連続であって、かつ、n 分割したそれぞれの区間において、 dy/dx がたかだか一回しか符号を変えないことを意味する。分割した一つの区間の中に山または谷が1個以内しか入らないように分割 n を与えれば、すべての実根が求められる。

5. 結果と考案

今回得られたスチュワートプラットフォーム機構(Stewart platform)の順、逆機構解を求める“折り紙解”を利用して、パソコン(NEC PC-9801FA)上で、プログラムを作成し実際に解を求め、精度及び計算時間の評価を行った。表1、表2に示すデータはスチュワートプラットフォーム機構の基本構造データである。

Table 1 Vertex coordinates of base hexagon in base coordinate system (mm)

vertex	x	y	z
V_0	121.245	-160.374	0
V_1	241.062	40.573	0
V_2	122.385	201.468	0
V_3	-41.291	240.783	0
V_4	-201.351	80.312	0
V_5	-160.918	-121.078	0

Table 2 Vertex coordinates of platform triangle in platform coordinate system (mm)

vertex	x	y	z
V'_0	81.275	-40.182	0
V'_1	40.078	41.156	0
V'_2	-41.879	40.589	0

5.1 順機構解

まず、表3に示す各ストラットの長さを既知条件として、そのスチュワートプラットフォーム機構の順機構解を求めた。実際に求められた解は4つで、表4にその解の値を示す。

Table 3 Resolved length of struts (mm)

struct	length
l_0	582.821
l_1	629.569
l_2	681.808
l_3	680.511
l_4	663.821
l_5	667.503

Table 4 Direct kinematics solutions

solution		P mm	E
1	x	21.2547	[-0.4056 -0.8188 -0.4062]
	y	-20.4619	[-0.9032 0.2906 0.3160]
	z	602.8703	[-0.1407 0.4951 -0.8574]
2	x	-76.8989	[0.8880 0.4498 -0.0952]
	y	-28.2613	[-0.3580 0.5465 -0.7571]
	z	610.7259	[-0.2885 0.7064 0.6463]
3	x	-1.0814	[-0.6547 0.0646 -0.7535]
	y	2.3524	[-0.7546 0.0002 0.6565]
	z	582.1637	[0.0437 0.9985 0.0486]
4	x	-4.8603	[-0.6271 0.1145 -0.7705]
	y	3.6061	[-0.7787 -0.0698 0.6236]
	z	582.4055	[0.0177 0.9911 0.1329]

5.2 逆機構解

5.1 で求めた4つの順機構解のデータを既知条件として、今度は逆に逆機構解を求めた。その結果を表5に示す。

Table 5 Inverse kinematics solutions (mm)

solutions	1	2	3	4
l_0	582.81716	582.82182	582.82363	582.81572
l_1	629.56588	629.57053	629.57014	629.56395
l_2	681.80982	681.80539	681.80716	681.80631
l_3	680.51345	680.50828	680.51029	680.51036
l_4	663.82443	663.82123	663.82238	663.82441
l_5	667.50631	667.50309	667.50281	667.50659

5.3 計算精度の評価

表5に示した4つの解の各ストラットの長さとは最初に入力した表3の各ストラットの長さのデータを比較するとそれぞれの解の誤差は、ほぼ0.01となっていることがわかる。さらにその正確な誤差は表6に示す。今回開発した方法では、32ビットパーソナルコンピュータ (clock 33MHz) を用いてプログラムを実行させたところ、計算時間は順機構解が0.9秒程度で、逆機構解が0.001秒程度で求めることができ、十分に実用的な値があると考えている。

Table 6 Error of calculation

solutions	1	2	3	4
l_0	0.00384	0.00082	0.00263	0.00528
l_1	0.00312	0.00153	0.00114	0.00505
l_2	0.00182	0.00261	0.00084	0.00169
l_3	0.00245	0.00272	0.00071	0.00064
l_4	0.00343	0.00023	0.00138	0.00341
l_5	0.00331	0.00009	0.00019	0.00359

6. 結 論

今回の報告では、スチュワートプラットフォーム機構の順機構解を求める新しい手法の“折り紙解法”を提案した。また、一般の方程式を解くソフト (Geneqc.c) を利用して、スチュワートプラットフォーム機構の機構解を求めるプログラムを作成し、実際に解を求めた。今回開発した方法では、計算時間は順機構解を0.9秒程度で、逆機構解を0.001秒程度で求めることができた。計算精度もほぼ0.01mmが得られ、実用上十分な精度が得られたと考えられる。

参 考 文 献

- 1) M.Griffis and J.Duffy: A Forward Displacement Analysis of a Class of Stewart Platforms, J.Robotic Systems, 6, 6, (1989) 703.
- 2) P.Nanua and K.J.Waldron: Direct Kinematic Solution of a Stewart Platform, IEEE Trans.Robotics and Automs, 6, 4, (1990) 438.
- 3) 牧野 洋: ロボット機構学, 日刊工業新聞社, (1988) 52.