内部モデル制御と最適レギュレータの極限的性質を併用した外乱除去制御*

板本貴雄** 小林伸明*** 神崎一男† 中溝高好††

Disturbance Rejection using Internal Model Control with Limiting Properties of the Optimal Control

Takao Itamoto, Nobuaki Kobayashi, Kazuo Kanzaki and Takayoshi Nakamizo

The effective control method for disturbance rejection is presented in this paper. The new control method is derived by combining the internal model control (I.M.C) with an approximate inverse system and optimal control. The disturbance rejection property of the limiting form was discussed, which was derived by letting the weighting matrix with the state vector tend to infinity in a standard linear quadratic problem. Experimental results reveal that the proposed method leads to multiple effect for the above control methods. Further, the proposed control method is applicable to multivariable systems.

Key words: disturbance rejection, internal model control, optimal control, limiting property, inverse system

1. はじめに

外乱の影響を除去する方法はこれまで多くの方法が提案されている。本論文では、最適制御の極限的性質を応用したフィードバック制御と近似逆システムを用いて外乱の影響を除去する方法を併用する方法を提案し、この手法を簡単な力学系での外乱分離実験に応用し、多くのメカニカルシステムの外乱除去のための基礎資料を与える。

逆システムとは対象とするシステムの出力からその入力を再構成する機能を持ったシステムであり、逆システムについての研究は従来より多くなされている。この機能は対象とするシステムに未知入力がある場合に、未知入力推定機構として扱うことができる。本論文ではこの外乱推定機構で推定された外乱情報を用いて外乱の影響を除去する制御系の構成法に応用する。逆システムは一般にプロパーではないため、ここでは入力の近似値を再構成する近似逆システムを利用して、未知外乱を推定・除去するI.M.C. (内部モデル制御)を用いる。また、最適レギュレータ問題で重み行列を操作すると、その極限で外乱除去特性のあることも指摘されている。本論文では、この両者を組み合わせた外乱除去制御系を多変数システムに適用可能な形で提案する。さらに、簡単な力学系(1自由度ばね質点系)に提案する制御法で制振制御の実験を行いその有用性を示す。

まず、2章で問題の設定を行い対象とするシステムと最適制御の外乱除去特性について述べる。3章で未知外乱を再構成する近似逆システムとその構成手順について説明し、4章でその近似逆システムを利用した外乱除去制御系の構成について考える。最後に5章で実験システムへの適用を行い、その実験概要と実験結果を示し、その有効性を明らかにする。

2. 問題設定と最適レギュレータの極限的性質

2.1 問題設定

考察するシステムは次の外乱印加系である。

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu + D\xi \\ y &= C_p x\end{aligned}\quad (1)$$

ここで、 $x \in R^n, u \in R^m, y \in R^p, \xi \in R^q$ はそれぞれ状態ベクトル、入力ベクトル、出力ベクトル、外乱とする。さらに出力ベクトルを含むベクトルとして次の観測ベクトルが存在して

$$\zeta = Cx \quad \text{Im} C^T \supset \text{Im} C_p^T$$

が成立する。また (C_p, A, B) は可逆で最小位相系であると仮定する。式(1)の外乱印加系に対し、出力値 y への影響を少なくする外乱除去対策として種々の方法がある。ここでは

$$u = Fx + G\xi \quad (2)$$

の制御則で外乱を除去する。

この問題の解は ξ の情報が入手可能なら

$$v^* + \text{Im} B \supset \text{Im} D \quad (3)$$

$v^* : \text{Ker } C$ に含まれる最大の A, B 不変部分空間

で可解で、閉ループ系の安定性も (A, B, C_p) が最小位相系という条件の下では保証される。しかしながら、外乱の情報を入力するのは一般に困難である。そこで式(3)が成立する条件で、制御則式(2)のフィードバックゲイン F を最適レギュレータによって求め、 ξ をI.M.C.で推定し外乱を除去する方法について検討する。

2.2 最適レギュレータの極限的外乱除去特性

標準的最適レギュレータ問題は

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= C_p x\end{aligned}\quad (4)$$

に対し、2次評価関数

$$J = \int_0^\infty y^T Q y + u^T R u \, dt$$

を最小とする問題であり、その解は

$$u = -R^{-1} B^T P x \quad (5)$$

で与えられる。 P は次のリカッチ方程式

* 原稿受付 平成7年12月14日

** 学生会員 金沢工業大学(石川県野々市町扇が丘7-1)

*** 金沢工業大学

† 正会員 金沢工業大学

†† 防衛大学校(横須賀市走水1-10-20)

$$AP^T + PA - PBR^{-1}B^TP + C_p^TQC_p = 0$$

を満たす一意正定解である。このとき $Q \rightarrow \infty I$ としたときの極限的性質として次のことが知られている。 $Q = I/\gamma^2$ とおいて $\gamma \rightarrow 0$ とした極限ゲイン F_0 を

$$F_0 = \lim_{\gamma \rightarrow 0} (-R^{-1}B^TP)$$

とする。このとき外乱印加系式(1)に対し、 F_0 を適用すると最適レギュレータの極限的性質として次の外乱除去特性が得られる。

(結果)⁸⁾ 不変零点から

$$\text{rank} \begin{bmatrix} -sI + A & B & D \\ C & 0 & 0 \end{bmatrix} < n+m$$

を満たす s を除いたものが安定であるとき

$$C_p(sI - A - BF_0)^{-1}D \rightarrow 0$$

を達成する。

この性質は4章、5章で用いる。

3. 近似逆システムの構成

(A, B) を可制御, (A, B, C_p) を可逆とする。状態フィードバックで安定化可能であるので, (A, B, C_p) は安定であり, (A, D, C_p) は最小位相系であると仮定しても前述の仮定を厳しくするものではない。このとき ξ の近似推定値 $\hat{\xi}$ を構成することを考える。今 $u=0$ とすると

$$\Sigma; \begin{cases} \dot{\xi} = A\xi + D\xi \\ \zeta = C\xi \end{cases} \quad (6)$$

なるシステムとなる。この Σ に対して近似推定値 $\hat{\xi}$ を構成するシステムとして

$$\Sigma_\varepsilon^{-1}\Sigma = \text{diag}[(\varepsilon+1)^{-d_1} \dots (\varepsilon+1)^{-d_m}] \quad (7)$$

を満たす安定な近似逆システム Σ_ε^{-1} を考える。ただし、この中で用いられている指数 d_i は近似逆システムをプロパーとするための指数で積分指数と呼ばれ、 ε は微小な値とする。式(7)は Σ_ε^{-1} を Σ の出力端に構成することで近似推定値 $\hat{\xi}$ を構成することを示している。

ここで、2章の仮定から、

$$\text{rank} \begin{bmatrix} sI - A & D \\ C & 0 \end{bmatrix} = n+q \quad \text{for all } s \in \mathbb{C}^+$$

が成立する。ただし、 $p \geq q$ である。

この条件の下に多変数系の近似逆システムは次のような手順で構成できる。

まず、近似逆システムを構成するためには積分指数の導出が必要である。

対象とするシステム Σ の転置システム

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}} = A^T \bar{x} + C^T \mu \\ \eta = D^T \bar{x} \end{cases} \quad (8)$$

に対して Silverman の構成アルゴリズム⁴⁾を形式的に施すと、 α ステップで出力方程式は

$$\begin{bmatrix} \bar{\eta}_\alpha \\ \tilde{\eta}_\alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{C}_\alpha \\ \tilde{C}_\alpha \end{bmatrix} \bar{x} + \begin{bmatrix} \bar{D}_\alpha \\ 0 \end{bmatrix} \mu$$

$$\text{rank } \bar{D}_\alpha = p, \alpha = \min\{i | \text{rank } \bar{D}_i = p\}$$

となる。ここで、

$$\begin{bmatrix} \bar{\eta}_\alpha \\ \tilde{\eta}_\alpha \end{bmatrix} = N_\alpha(s) \eta \quad (9)$$

$N_\alpha(s)$ は微分オペレータ $s = d/dt$ を含む行列である⁴⁾。さらに、

$$\bar{D}_\alpha T = (D_\alpha \mid 0)$$

とする行列 $T = [T_1 \ T_2]$ によって

$$\begin{aligned} \bar{C} &= T_1^T C \\ \tilde{C} &= T_2^T C \end{aligned}$$

と定義しておく。

(補題 1) γ 零初期状態の近似逆システムの積分指数 d_i は入出力反転の転置システム (A^T, C^T, D^T) に対して Silverman の構成アルゴリズムを施して得られた微分オペレータを含む行列 $N_\alpha(s)$ に対し $N_\alpha(s)Q(s)$: プロパー

(10)

$$\text{ただし、} Q(s) = \text{diag}\{(\varepsilon+1)^{-d_1} \dots (\varepsilon+1)^{-d_p}\}$$

とする d_i は $\hat{R}(s)$ をプロパーとする積分指数となる。

この積分指数を用いて近似逆システムは次の定理で得られる。

(定理 1) γ 次の中間標準システムで表現されたシステムは、対象とするシステムの出力 y を入力することにより外乱 ξ の近似値 $\hat{\xi}$ を再構成する近似逆システムである。

$$\begin{aligned} \hat{E}\dot{z} &= \hat{A}z + \hat{B}y \\ \hat{\xi} &= \hat{C}z \end{aligned} \quad (11)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \hat{E} &= \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & J & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \hat{A} = \begin{bmatrix} A & DH & 0 \\ 0 & -L & G \\ \bar{C} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \hat{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -I \end{bmatrix} \\ \hat{C} &= [0 \ 0 \ I], z = [z_1 \ z_2 \ z_3]^T \\ J &= \begin{bmatrix} J_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & J_p \end{bmatrix}, J_i = \begin{bmatrix} 0 & -\varepsilon & & 0 \\ & \ddots & \ddots & \\ & & \ddots & -\varepsilon \\ 0 & & & 0 \end{bmatrix} \Bigg\} d_i + 1 \\ L &= \begin{bmatrix} L_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & L_p \end{bmatrix}, L_i = \begin{bmatrix} 1 & -1 & & 0 \\ & \ddots & \ddots & \\ & & \ddots & -1 \\ 0 & & & 1 \end{bmatrix} \Bigg\} d_i + 1 \\ G &= \begin{bmatrix} G_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & G_p \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} H_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & H_p \end{bmatrix} \\ H_i &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, G_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}^T \end{aligned}$$

である。

式(11)に対して次のような適当な変換行列 M, N が存在し

$$M \begin{bmatrix} sI - A & -DH & 0 \\ 0 & sJ + L & -G \\ -\bar{C} & 0 & 0 \end{bmatrix} N = \begin{bmatrix} sI - A_s & 0 \\ 0 & sJ_f - I \end{bmatrix}$$

が得られる。ただし、

$$J_f = \begin{bmatrix} \tilde{J}_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \tilde{J}_p \end{bmatrix}, \tilde{J}_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & & 0 \\ & \ddots & \ddots & \\ & & \ddots & 1 \\ 0 & & & 0 \end{bmatrix}, \tilde{J}_{p+1} : \text{零行列}$$

である。この M, N により式(11)のシステムは次のようには変換される。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & J_f \end{bmatrix} \hat{z} &= \begin{bmatrix} A_s & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \hat{z} + \begin{bmatrix} B_s \\ B_f \end{bmatrix} \bar{y} \\ v &= [C_s \mid C_f] \hat{z} \quad \hat{z} = [\hat{z}_1 \ \hat{z}_2]^T \\ \bar{y} &= [\tilde{C}^* \mid 0] \hat{z} \end{aligned}$$

ただし $M\hat{B} = [B_s \ B_f]^T$, $\hat{C}N = [C_s \ C_f]$, $[\tilde{C}^* \ 0] = \tilde{C}N$

これによりシステムをインパルスモードと指数モードに分割し、インパルスモード部分

$$\begin{aligned} J_f \dot{\hat{z}}_2 &= \hat{z}_2 + \tilde{B}_2 \bar{y} \\ v &= C_f \hat{z}_2 \end{aligned} \quad (12)$$

に注目すると、この伝達関数は $C_f(sJ_f + I)^{-1}B_f = K$ (定数行列) となるのでインパルスモードを消去できる。そこで指数モードを抽出して

$$\begin{aligned} \dot{\hat{z}}_1 &= A_s \hat{z}_1 + B_s \bar{y} \\ v &= C_s \hat{z}_1 + K \bar{y} \end{aligned} \quad (13)$$

と構成すれば状態変数表示の近似逆システムを得る。 $\bar{y}$ の式は低次元化と逆システムの安定化に利用できる。

4. 外乱分離系の構成

前節で近似逆システムの構成要領を解説した。ここではオンラインで推定した外乱を利用して未知外乱 ξ の影響を除去するコントローラを考える。文献5)に述べられているように外乱が周期的であれば、あらかじめ推定値を生成してタイミング良く入力して消去できる。一般にはこれは望めない。また、 $\hat{\xi}$ を直接入力端に戻すと図1の構成となり、これは ξ の y への影響を小さくするのには限界がある。

Fig. 1 Block diagram of direct feedback

そこで、図2のようなI.M.C.構成²⁾を考える。

Fig. 2 Block diagram of I.M.C.

I.M.C.の構成を施したとき制御系の外乱出力間の伝達関数は次の補題で与えられる。

$$\begin{aligned} & \Sigma(I - \Sigma_e^{-1}\Sigma) \\ &= \Sigma(s) \text{diag} \left[1 - (\varepsilon s + 1)^{-d_1} \quad \dots \quad 1 - (\varepsilon s + 1)^{-d_n} \right] \end{aligned} \quad (14)$$

となる。

(証明) コントローラ部分(点線枠内)の伝達関数は

$$(I - \Sigma_e^{-1}\Sigma)^{-1}\Sigma_e^{-1}$$

であるから出力端の信号のラプラス変換値 $Y(s)$ と $\xi(s)$ の間の伝達関数は

$$Y(s) = \left(I + \Sigma(I - \Sigma_e^{-1}\Sigma)^{-1}\Sigma_e^{-1} \right)^{-1} \Sigma \xi(s)$$

となる。

$$\begin{aligned} Y(s) &= \left\{ I + \Sigma(\Sigma_e^{-1} - \Sigma)^{-1} \right\}^{-1} \Sigma \xi(s) \\ &= \left[I + \Sigma \left\{ (\Sigma_e \Sigma^{-1} - I) \Sigma \right\}^{-1} \right]^{-1} \Sigma \xi(s) \\ &= \left\{ I + (\Sigma_e \Sigma^{-1} - I)^{-1} \right\}^{-1} \Sigma \xi(s) \\ &= \left[(\Sigma_e \Sigma^{-1} - I)^{-1} \left\{ (\Sigma_e \Sigma^{-1} - I) + I \right\} \right]^{-1} \Sigma \xi(s) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= (I - \Sigma \Sigma_e^{-1}) \Sigma \xi(s) \\ &= \Sigma(I - \Sigma \Sigma_e^{-1}) \xi(s) \end{aligned}$$

より式(14)を得る。 ■

ここで状態フィードバック可能であるとする状態フィードバックによって

$$A \rightarrow A + BF$$

とすることができる。このときのシステム $(C, A + BF, D)$ を $\Sigma_f(s)$ とし、これに対する近似逆系を $\Sigma_{fe}^{-1}(s)$ とする、1章と2章の結果を用いて次の定理が得られる。

(定理2) 状態フィードバックを施した $\Sigma_f(s)$ に対する図2の制御系の外乱出力間の伝達関数 $W(s)$ は $W(s) \in RH_\infty$ で、 $\varepsilon \rightarrow 0$ 及び $\gamma \rightarrow 0$ により $W(s) \rightarrow 0$ となり、 ε, γ の調整によって相乗的に外乱の影響を小さくできる。

(証明) 3章での仮定より $\Sigma_f, \Sigma_{fe}^{-1} \in RH_\infty$ で

$$(\Sigma_{fe} \Sigma_f^{-1} - I) = \text{diag} \left\{ (\varepsilon s + 1)^{d_1} - 1 \quad \dots \quad (\varepsilon s + 1)^{d_r} - 1 \right\}$$

であるから、 $\Sigma_f \Sigma_{fe}^{-1} (\Sigma_f \Sigma_{fe}^{-1} - I) \Sigma_f \in RH_\infty$ となる。また、 $\varepsilon \rightarrow 0, \gamma \rightarrow 0$ とすると補題2及び、2章の(結果)から、共に $W(s) \rightarrow 0$ で相乗的に外乱の影響を小さくできる。 ■

5. 実システムへの応用

5.1 実験装置概要

次に提案した制御系を実システム(1自由度ばね質点系)に適用し外乱除去制御することを考える。

Fig. 3 Schematic diagram of an experimental system

本実験では図3のように構成された1自由度ばね質点系実験装置を用いる。この実験装置では台車がベルトを介してモータと連結されている。台車は二つのばねの間に連結されており、このばねの一端は固定、他端からは外乱 ξ が印加されるようになっている。この外乱 ξ は周期的な外乱として正弦波を外乱用モータにより入力でき、不規則な外乱として手動で入力できるようになっている。外乱が印加された場合、台車変位はモータに内蔵されたエンコーダにより読み取られ、カウンタボードを通してパソコンにとりこまれる。パソコン内に構成された制御系の計算をサンプリングタイムごとにおこなって、必要な制御入力をD/Aボードにより出力し、それをアンプで増幅してモータを駆動する。以上の構成で台車における外乱の影響を取り除く制振制御実験を行った。

5.2 制御系及び近似逆システムの構成

対象とする実験装置の運動方程式は出力を台車変位として次のように表される。本実験では、提案するように最適制御の外乱除去特性と逆システムを利用したI.M.C.を併用した。

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ (-k_1 - k_2)/m & -c/m \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/m \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ k_1/m \end{bmatrix} \xi \quad (15)$$

$$y = [1 \ 0]x$$

まず、式(15)のシステムに状態フィードバック $u = [f_1 \ f_2]x$ を施したシステムは

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ (-k_1 - k_2 + f_1)/m_1 & (-c + f_2)/m \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ k_1/m \end{bmatrix} \xi \quad (16)$$

$$y = [1 \ 0]x$$

となる。ゲインは最適レギュレータの解を用いる。すなわち

$$AP^T + PA - PBR^{-1}B^TP + C^TQC = 0$$

のリカッチ方程式を満たす一意正定解 P により $u = -R^{-1}B^TPx$ とする。本実験では、2章の(結果)の性質を利用するため $R=1, Q=qI$ で大きな値 $q=10^6$ として求め、フィードバックゲイン $F = [-695.52, -11.07]$ を用いた。また速度変数は変位から二点差分により求めた。

ここで、式(16)に対する近似逆システムは3章の構成手順にしたがって次のように求められる。ただし、実験システムの逆系は1入力1出力系であるから必ずしもこの手法でなくても求まるが、一般的多変数系の場合の説明として手順を記述した。

まず、式(11)により近似逆システムは中間標準システムでつぎのように表現される。

$$\begin{aligned} \hat{E}\dot{z} &= \hat{A}z + \hat{B}y \\ \hat{\xi} &= \hat{C}z \end{aligned} \quad (17)$$

$$\hat{E} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\varepsilon & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \hat{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k_1 - k_2 + f_1 & -c + f_2 & k_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\hat{B} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -1]^T, \hat{C} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1]$$

これに対する変換行列 M, N は

$$M = \begin{bmatrix} -m/\varepsilon^2 k_1 & 0 & 0 & -1/\varepsilon & 0 & \frac{-c\varepsilon + f_2 + 2m}{\varepsilon^3 k_1} \\ \frac{-c\varepsilon + f_2 + m}{\varepsilon^3 k_1} & -\frac{1}{\varepsilon^2 k_1} & -\frac{1}{\varepsilon^2} & 0 & 0 & \frac{c\varepsilon + \varepsilon^2 f_1 - f_2 - \varepsilon^2(k_1 + k_2) - m}{\varepsilon^4 k_1} \\ \frac{c - f_2}{k_1} & \frac{1}{k_1} & 0 & 0 & 0 & \frac{-f_1 + k_1 + k_2}{k_1} \\ \frac{m}{k_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{k_1}{(c - f_2)/k_1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{m}{k_1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{m}{\varepsilon^2 k_1} \end{bmatrix}$$

$$N = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & k_1/m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_1/m & k_1(f_2 - c)/m^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon & 0 & \varepsilon^{-1} & -\varepsilon^{-2} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & \varepsilon^{-2} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

となり、これらを用いて式(17)は次のようにインパルスモードと指数モードに分割される。

$$M\hat{E}N = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, M\hat{A}N = \begin{bmatrix} -1/\varepsilon & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1/\varepsilon & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M\hat{B} = \begin{bmatrix} \frac{-(c - f_2)\varepsilon - 2m}{\varepsilon^2 k_1} \\ \frac{(k_1 + k_2 - f_1)\varepsilon^2 + (f_2 - c)\varepsilon + m}{\varepsilon^4 k_1} \\ \frac{(f_1 - k_1 - k_2)/k_1}{(f_2 - c)/k_1} \\ -m/k_1 \\ -m/\varepsilon^2 k_1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{C}N = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1]$$

インパルスモード部分の伝達関数 K は

$$K = \frac{m}{k_1 \varepsilon^2}$$

となり定数となっている。指数モード部分を抽出すると近似逆システムは状態変数表現で次のように表される。

$$\begin{aligned} \dot{z} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{\varepsilon^2} & -\frac{2}{\varepsilon} \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} y \\ \hat{\xi} &= \left[\frac{k_1 + k_2 - f_1}{k_1 \varepsilon^2} - \frac{m}{k_1 \varepsilon^4} \quad \frac{c - f_2}{k_1 \varepsilon^2} - \frac{2m}{k_1 \varepsilon^3} \right] z + \frac{m}{k_1 \varepsilon^2} y \end{aligned} \quad (18)$$

このシステムは z を状態変数とし、式(16)の出力端に構成することにより外乱推定値 $\hat{\xi}$ を構成するシステムである。近似逆システムの伝達関数 Σ_{fe}^{-1} と実験装置の伝達関数 Σ_f は次のようになり

$$\Sigma_f = \frac{k_1}{ms^2 + (c - f_2)s + k_1 + k_2 - f_1}, \Sigma_{fe}^{-1} = \frac{ms^2 + (c - f_2)s + k_1 + k_2 - f_1}{k_1(\varepsilon s + 1)^2}$$

Σ_{fe}^{-1} を Σ_f の出力端に直接結合した場合の全体の伝達関数は

$$\Sigma_{fe}^{-1} \Sigma_f = (\varepsilon s + 1)^{-2}$$

のように式(7)を満たしており、式(18)が式(16)の近似逆システムとなっていることが確認できる。これら式(16)、式(18)を用いて図2の制御系を構成した。

5.3 シミュレーション・実験結果

構成された制御系を用いて未知の外乱を推定し、同時に外乱の影響を抑制する制御を行って台車変位を抑制するシミュレーションと実験を行った。この結果を以下に示す。

シミュレーション、実験ともサンプリングタイムを 10ms として行っている。図4にシミュレーション結果を示す。このシミュレーションは実験と同じパラメータを使用し、外乱は実際の実験とほぼ同じ周期の正弦波を印加した場合を想定している。

外乱を推定し、外乱による台車変位が抑えられ、外乱の影響を抑制していることがうかがえる。図5は実験装置において、全く制御をかけないで外乱を印加した場合の結果である。制御をかけない場合には、台車は約 7mm の振幅で振動している。図6では最適制御によるフィードバック入力だけの場合で、台車変位は最大で 2.15mm となっている。フィードバックゲインをこの実験以上に大きくして外乱の影響を減少させることは出来るがノイズの影響を受けるのでそれほど大きくは設定していない。

図7はI.M.C.だけによる場合で最大変位は 2.85mm となっている。そして、提案するI.M.C.と最適レギュレータによるフィードバック入力を併用した制御結果を図8、図9に示す。台車変位は 1mm 以下に抑えられ、最適フィードバック入力だけの場合、I.M.C. だけの場合の制御よりも、相乗効果により優れた制振効果をあげていることが確認できる。図9は不規則な外乱として外乱入力を手動により入力した結果である。この場合も正弦波のように周期的な外乱と同様に制振効果があることがわかる。

maximum error=0.54mm, $\varepsilon=0.01$
Fig. 4 Simulation result in case of proposed controller

maximum error=7.41mm
Fig. 5 Experimental result in case of control free

maximum error=2.15mm
Fig. 6 Experimental result in case of an optimal control

maximum error = 2.85mm, $\varepsilon=0.01$
Fig. 7 Experimental result in case of I.M.C.

maximum error = 0.65 mm $\varepsilon=0.01$
Fig. 8 Experimental result in case of proposed controller

maximum error = 0.71mm, $\varepsilon=0.01$
Fig. 9 Experimental result in case of proposed controller (irregular disturbance)

6. おわりに

本論文では以下のことを行った。

- 1) 外乱の影響を除去する手法として近似逆システムを含んだ I.M.C. と最適レギュレータの極限的外乱除去特性を併用した外乱除去制御法を考案した。
- 2) 提案した制御系を簡単な 1 自由度ばね質点系の制振制御に応用し、最適制御の外乱分離特性を利用したフィードバックのみによる外乱除去実験と I.M.C. のみによる外乱除去実験、及び提案手法との比較を行い、提案する手法が優れた相乗効果を示していることを明らかにした。

提案する制御系設計法は例題の設計手法の説明から理解できるように、多変数システムにも適用可能な一般的なものである。したがって、ここで行った実験は簡単なモデルにおけるものであるが、振動抑制などにおいて他の種々なメカニカルシステムに幅広く適用できることが考えられる。

参考文献

- 1) 吉川恒夫, 杉江俊治: 高周波遮断システムとそのサーボ系への応用, 計測自動制御学会論文集, 18, 8 (1982) 792.
- 2) 舒志斌, 渡部慶二, 山田 功: 内部モデル制御のモデルと補償器の一体化, 計測自動制御学会論文集, 31, 8 (1995) 1030.
- 3) 池田雅夫: Descriptor 形式に基づくシステム理論, 計測と制御, 24, 7 (1984) 494.
- 4) L.M.Silverman: Inversion of Multivariable Linear Systems, IEEE Trans. on Automatic Control, AC-14-3, (1969) 270.
- 5) 安田正志・大坂隆英・池田雅夫: フィードフォワード制御を併用したアクティブ除振装置の研究, 日本機械学会論文集, 58, 552, (1992) 2381.
- 6) 神山真一, 古田勝久: 最小積分逆システムに関する研究, 計測自動制御学会論文集, 12, 3, (1976) 245.
- 7) 小林伸明, 板本貴雄: 近似逆システムの構成とその応用, 第 24 回制御理論シンポジウム資料, (1995) 219.
- 8) 小林伸明, 矢野靖仁, 中溝高好, 櫻井光広: 最適レギュレータの極限と外乱分離, 第 16 回 Dynamical System Theory シンポジウム, (1993) 113.