直動形トロコイド歯車の基礎解析 (第1報)*

— トロコイドカムラックの動作原理 —

寺田 英嗣** 牧野 洋** 今瀬 憲司***

Fundamental Analysis of Linear Type Trochoid Gear (1st Report)
— Motion Principle of Trochoid Cam Rack —

Hidetsugu TERADA, Hiroshi MAKINO and Kenji IMASE

It is important to eliminate the backlash and to reduce inertia for high accuracy linear motion system. For this reason, the trochoid cam rack has been developed. The profile undercut must be avoided to satisfy the required performance. So this rack profile is ground using trochoid curve loci. In this report, the motion principle has been analyzed, and it becomes clear that there is the optimal value of rack profile offset factor which affects on pressure angle and radius of curvature. Also, roller diameter and tooth height affects on those characteristics. The optimal cam rack without profile undercut is designed using the selected each design factor. The prototype cam rack system using optimal design value is made and tested. It is proved that the system has high positioning accuracy without backlash.

Key words: trochoid, rack, linear motion, rack profile offset, high accuracy

1. 緒 言

直動形のノーバックラッシュ運動伝達機構は各種提案されており、その代表例としてボールねじが挙げられる。このボールねじも長ストロークになると加工が難しいだけでなく、回転イナーシャの増大によって高速化に問題があり、これらの影響を受けない機構が必要とされている。そこでサイクロイド曲線をもとにした歯形を用いた機構が提案されている¹⁾。しかしこれも複数の位相の異なる揺動ラックをかみ合わせる構造を持っており小型化には限界がある。

これらを解決するためにピニオンにローラを用いるとともに、トロコイド曲線を用いてラック歯形を生成するトロコイドカムラック機構を考案した。従来、ローラを用いたピン歯車は歯元部での切下げが発生するため高精度位置決めには使用できないとされてきたが、本機構では歯形生成の際に曲線を転位させており1対のかみあいでノーバックラッシュ運動を実現している。本報ではこのトロコイドカムラックの動作原理について解析し、各種設計条件について最適化指針の検討を行った。更に試作機を製作し特性評価を行った。

2. 運動解析

2.1 コモントロコイド曲線と歯車の転位

従来のピン歯車の歯形はコモンサイクロイド曲線を中心軌跡に持つピンの外形が描く軌跡を用いていた(図1参照)。この歯形は本来インボリュート歯形に比べてすべりのない良好な運動伝達を行えるはずであるが、実際には歯元部でピン半周分全面当たりを起こすとともに、図中に示すように歯元近傍では凸の曲率半径がピン半径よりも小さくなるため、切下げが発生してしまい正確な運動伝達ができなかった。この問題を解決するためにトロコイドカムラック機構では、ラックの変位とローラピニオンの転がりピッチ円の回転により生成される運動軌跡がトロコイド曲線になるようにして、ピン歯車の際の問題点を回避する方法を提案する(図2参照)。なお設計の標準化を図るため、インボリュート歯車同様に大きさの基準としてモジュール m を定義する。このモジュールはローラ歯車のローラ取付けピッチ円直径 d (mm)を歯数 Z_p で割った値である。

この転がりピッチ円はローラ取付けピッチ円よりも大きく、見かけ上ローラ取付けピッチ円を基準直線より遠のけたものである。これを転位と定義して遠のき側を正転位、近づき側を負転位と呼ぶことにする。この量を転位量としモジュールを用いれば y_m と表される。なお無次元化した転位量を転位係数 y とする。また転位量が0のときローラ取付けピッチ円と転がりピッチ円は一致して、コモンサイクロイド曲線が生成される。

Fig.1 Cam rack profile using common cycloid loci

Fig.2 Cam rack profile using common trochoid loci

* 原稿受付 平成9年5月8日

** 正会員 山梨大学工学部 (甲府市武田 4-3-11)

*** 加茂精工(株) (愛知県西加茂郡藤岡町御作 1166)

2.2 記号

トロコイドカムラック機構は、直線送り等速カム的一种と考えられることから表1に示すように各記号を定義した。

Table1 Specification of the trochoid cam rack

Term	Symbol	Specification
Time	T	Non-dimensional time
Roller number	Z_p	Roller number on pinion
Pinion pitch diameter	d	$d = 2r_r$
Module	m	$m = d/Z_p$
Rack profile offset factor	y	
Cam rack pitch	p	$p = (r_r + y \cdot m) \cdot 2 \cdot \pi / Z_p$
Roller rotating angle	τ	$\tau = \tau_h \cdot T = (2\pi/Z_p) \cdot T$
Rack motion length	l_3	$l_3 = p \cdot T$
Tooth width	b	
Roller diameter	d_f	$d_f = 2r_f$

2.3 接触点軌跡に基づく歯形創成

まずここではカムラック側を原動側、ローラピニオン側を従動側として解析を行う。この運動状態を求めると図3に示したようなベクトル図で表すことができる。これは外接型トロコイド歯車²⁾の考え方を拡張したものであり、 C_1 はローラピニオン回転中心からローラ中心までの距離、 B_2 はローラピニオンが回転角 τ だけ回転した場合の半径ベクトル、 L_3 はカムラックの変位ベクトルを示している。

$$C_1 = r_r \cdot e^{j\frac{\pi}{2}} \quad (1)$$

$$B_2 = C_1 \cdot e^{j\tau} \quad (2)$$

$$L_3 = l_3 \cdot e^{j\pi} \quad (3)$$

本報では外接型トロコイド歯車と同様にピニオンの大きさをモジュール m を用いて定義している。なお、カムラックの移動は一定速度であるものとしラックピッチ p を単位として考え、ラックピッチ長さだけ移動した時間を1となるように無次元時間 T を用いて次のように表す。

$$l_3 = p \cdot T \quad (4)$$

また τ についても同様に1歯当たりの回転角（ローラ割出し角） τ_h を単位として考え、1歯分回転した時間が1となるように無次元時間を用いて次のように表す。

$$\tau = \tau_h \cdot T = \frac{2\pi}{Z_p} \cdot T \quad (5)$$

ここでカムラックがピッチだけ等速移動する間に、ローラ従節がローラ割出し角分の等速回転をすると定義すれば、転位を行わない場合のカムラックピッチ p_0 は以下のようになる。

$$p_0 = r_r \cdot \frac{2 \cdot \pi}{Z_p} = m \cdot \pi \quad (6)$$

このとき、外接形トロコイド歯車同様に曲線に転位を与えないと輪郭の生成の際に干渉が発生するため、かみあい点を転位させる。すなわち転がりピッチ円半径が転位量分だけ大きくなることから、トロコイドカムラックのピッチ p は転位係数、モジュールを用いて以下のように入れられる。

$$p = (r_r + y \cdot m) \cdot \frac{2 \cdot \pi}{Z_p} \quad (7)$$

ここで相対運動を考え、全体を $-L_3$ だけ移動すればローラピニオンの運動軌跡そのものが、カムラックの外形に接するローラ中心軌跡 P_4 になる。

$$P_4 = -L_3 + B_2 \quad (8)$$

またカムラックの外形輪郭は、求められたローラ中心軌跡上を

Fig.3 Motion principle

半径 r_f のローラが通る際に描く軌跡であるから、このローラの法線方向半径ベクトル B_5 を求める必要がある。まずローラ中心軌跡 P_4 を微分すると軌跡の接線方向ベクトル $\dot{P}_4$ は以下のように得られることから法線方向半径ベクトル B_5 は以下のように与えられる。但し、 $\dot{s}$ は軌跡当該点における速度、 ϕ は接線方向を表しており、またローラ半径長さもモジュールを用いて無次元化を行い、ローラ径係数 C_f を以下のように定義する。

$$\dot{P}_4 = \dot{s} \cdot e^{j\phi} = -\dot{L}_3 + \dot{B}_2 = p - \tau_h \cdot r_r \cdot e^{j\tau} \quad (9)$$

$$B_5 = r_f \cdot e^{j(\phi + \frac{\pi}{2})} \quad (10)$$

$$C_f = 2 \cdot \frac{r_f}{m} = \frac{d_f}{m} \quad (11)$$

これらよりカムラック歯形輪郭は下式で与えられる。

$$P_6 = B_5 + P_4 \quad (12)$$

なお原動側と従動側の関係が逆転した場合でも同様の式が成立する。

3. 各設計条件の影響

3.1 圧力角条件

ここでは外接型トロコイド歯車同様に、共通法線方向と従節の運動方向がなす角を圧力角 ψ と定義して以下のように与える（図4参照）。

$$\psi = \frac{\pi}{2} - \phi \quad (13)$$

これはインボリュート歯車の工具圧力角とは異なり、カム駆動の圧力角と同じ定義を用いている。すなわち、転がり伝達要素の動力伝達の状態を評価する値である。サイクロイド系の転がり伝達要素すべてに共通することであるが、図5に示したように圧力角はローラピニオン回転角によって変動する。ここで一般的な円端揺動従節カムの場合は圧力角が 45° までは動力伝達部として許容されている³⁾ことを考慮すれば、圧力角が 45° 以上の部分を動力伝達に使用することを避ける必要がある。ここで1本のコモントロコイド曲線で歯形を創成した場合、圧力角が 45° 以上になる部位が必ず存在するため、前述した条件が満足できなくなる。

この条件を満足するためには位相の異なる複数のローラを接触させる等の方法も考えられるが構造が複雑になり小型化、高速化には不向きである。そこでトロコイドカムラック機構

Fig.7 Teeth and rollers contact

Fig.8 Conditions to satisfy two roller gearing

$$\rho = \frac{1}{c_v} = \frac{\dot{s}^2}{\dot{\phi} \cdot \dot{s}} \quad (16)$$

この値を求めるためには $\dot{s}$ と $\dot{\phi} \cdot \dot{s}$ の値を求める必要がある。このうち $\dot{s}$ は前述したように式(9)の接線ベクトルより求めることができる。また $\dot{\phi} \cdot \dot{s}$ については中心軌跡の2階微分 $\ddot{P}_4$ の値を用いて求める。まずこの2階微分の値は以下になる。

$$\ddot{P}_4 = \ddot{s}e^{j\phi} + j\dot{s}\dot{\phi}e^{j\phi} = -j\tau_r \cdot \tau_h^2 e^{j\tau} \quad (17)$$

なおこの式の両辺を $e^{j\phi}$ で割り、虚部の値を求めると $\dot{\phi} \cdot \dot{s}$ の値は次のようになる。

$$\dot{\phi} \cdot \dot{s} = -\tau_r \cdot \tau_h^2 \cos(\tau - \phi) \quad (18)$$

これらの関係を用いて求めた一例を図9, 10に示す。なおローラピニオン回転中心を外側にする曲率半径を ρ_e としてこれが凸の場合正の曲率を持つと定義する。この例では割出し角が 45° 、歯たけ係数が 1.465 の場合であるが、変曲点がローラ回転角が 18.5° の所に存在し、この点を境に曲率半径の符号が逆転するとともに各方向ともに極値を持つことがわかる。この凸側の極値を ρ_{emin} とすれば、干渉が発生しない条件は次のように与えられる。

$$\rho_{emin} \geq \frac{d_f}{2} \quad (19)$$

なお実線で示した転位係数が 0.21 の場合は前述した条件を満足するが、転位係数が 0 の場合には破線で示すように曲率半径は極値を持たず、常に凸側の値となって最小曲率半径は 0 になる。

Fig.9 Relations between rack profile and radius of curvature

Fig.10 Radius of curvature

Fig.11 Allowable conditions without undercut

のため必ず干渉が発生してしまう。

また曲率半径は転位係数だけでなくローラ係数、ローラ数の影響も受けており、切下げが発生しないためには図11に示した斜線部の範囲のパラメータを採用しなければならない。なお歯元部に干渉が発生した場合でも複数歯が接触しており、しかも前述した圧力角条件を満足していれば次の関係が成立すれば歯元部の干渉の影響は回避できる。ここでローラ位置が歯元部の場合の時間を T_0 、歯元部付近で干渉が発生して運動伝達できない時間を T_w 、歯先までかみあった時間を T_q としている。

$$T_w - T_0 + 1.0 \leq T_q \quad (20)$$

Fig.12 Trochoid cam rack prototype unit

3.4 強度設計条件

トロコイドカムラックの強度は従来のカム設計と同様に、ローラフォロアおよびカム歯の曲げ応力と接触応力より計算される⁴⁵⁾。なお、本報では歯形形状を台形近似するとともにローラフォロアを両端固定はりとして、発生応力と許容応力を比較しており、いずれの発生応力 σ も許容応力 σ_{lim} 以下であれば問題ないものと判断している（表2参照）。

4. トロコイドカムラックの試作と位置決め性能

前述した設計条件をもとに表2、図12に示すようなトロコイドラックシステムを試作した。このトロコイドラックはかみあい条件、切下げ条件、圧力角条件、強度条件いずれも満足している。なお製作したトロコイドラックの形状精度は歯元部の誤差が大きく加工誤差は0.023mmとなっている。また歯元部でローラがかみあった状態のバックラッシュがなくなるように定位置予圧を掛けているため、かみあいが歯の途中でかみあう場合には予圧が掛からない。またローラフォロアの軸受は普通すきま（30 μ m）のニードル軸受を使用していることから最大0.053mmのバックラッシュが推定される。しかしサーボ系の性能の関係でラック送りの分解能が0.045mmであり、この制御システムではバックラッシュの影響は小さいと考えられる。

この機構は主にサーボ機構など高い位置決め性能を必要とする箇所に使用することを想定していることから、ロボットの性能評価法⁴⁶⁾に基づいて、試作機の繰返し位置決め性能の評価として位置決め精度を測定する。なお位置決め精度測定ではサーボ系とは独立したシステムとし、レーザ測長器（L-IM-10A、東京精密製）を使用している。まず1方向位置決め精度はある任意の位置から規定位置へ1方向から位置決めする際の誤差を測定したものであり、通常の単純繰返し精度に相当する。また2方向位置決め精度は規定位置へ直動送りの各方向から位置決めする際の位置ずれ量を測定したものであり、バックラッシュが存在すれば1方向位置決め精度よりかなり悪い値を持つことからバックラッシュ量の評価に有効である。

この試作機について測定を行うと1方向位置決め精度、2方向位置決め精度のいずれも、ばらつきを考慮しても誤差はサーボ系の ± 1 パルス程度であり、加工精度とローラフォロア軸受すきまを考慮すれば妥当な値である（表3参照）。また1方向位置決め精度と2方向位置決め精度にほとんど差が見られないことからバックラッシュはないと判断できる。また角度伝達精度

Table2 Specifications of cam rack prototype unit

Item	Specification
Rack material	SCM440H
Roller pinion number	10
Pinion pitch diameter	55.0mm
Roller diameter	10.0mm
Module	5.5mm
Rack profile offset	1.148mm
Rack profile offset factor	0.209
Cam rack pitch	18.0mm
Roller pitch angle	36.0°
Tooth width	10.0mm
Maximum bending stress	390MPa
Allowable bending stress	1080MPa
Maximum contact stress	1.3MPa
Allowable contact stress	1000MPa

Table3 Positioning accuracy

20 times repeatability test	One side direction	Double side direction
Error mm	± 0.063	± 0.071

Fig.13 Absolute accuracy

は図13に示すようにピッチ周期ごとに精度低下が見られるが、これは歯元部の加工精度が低下しているためローラが歯元部に接触する際に正規の伝達できていないためである。

更に歯元部ではローラに見掛け上予圧が掛かるため振動・騒音の発生が見られることを考慮すれば、歯元部加工誤差を小さくする加工法の検討が必要であることが明らかになった。

5. 結 言

本報では高精度位置決め伝達を目的としたトロコイドカムラック機構の動作原理を示すと同時に、高精度位置決め性能を有するために必要な各設計条件を明らかにした。また、これらの値に基づいて試作を行って位置決め性能を測定した。その結果、ノーバックラッシュ位置決めが可能であり、直動位置決め要素として十分な性能を有することが確認された。なおローラとカムの関係を入れ替えたローララック形トロコイド歯車も構造的に考えられることから、これらの動作原理の検討が今後の課題である。

参 考 文 献

- 1) L-EMA, 帝人製機カタログ, (1995).
- 2) 本多 浩, 牧野 洋: トロコイド歯車に関する研究(第1報), 精密工学会誌, 60, 7 (1994) 949.
- 3) 牧野 洋: 自動機械機構学, 日刊工業新聞社, (1976) 192.
- 4) 技術資料「歯車強さ設計資料」出版分科会編: 歯車強さ設計資料, 日本機械学会, (1987) 62.
- 5) 吉沢武男: 機械要素設計, 裳華房, (1962) 221.
- 6) JIS B-8432, (1990).