分解的アプローチによる品質設計法（第1報）*

—— 製品が複数の部品に並列に分解される場合 ——

山 品 元** 水 山 元**

Design for Quality by a Decompositional Approach (1st Report)

— The Case in Which the Product Is Decomposed into Plural Parts in Parallel —

Hajime YAMASHINA and Hajime MIZUYAMA

This paper presents a new method of designing a product in consideration of its quality, or solving the design-for-quality problem of the product, with decompositional approach, assuming that the product is decomposed into plural parts in parallel. At the stage of product design, product quality is evaluated with Taguchi's quality loss function, which can be regarded as a measure of the generalized quality cost of the product, and its expected value is often estimated through statistically designed experiments. The proposed method derives the solution of the design-for-quality problem from performing plural small groups of experiments, which are concerned with each part of the product respectively, instead of conducting a huge group of experiments about the whole of the product, so that the scale, complexity and difficulty of the experiments are reduced. Further, the effectiveness of the method is investigated through an example.

Key words: design for quality, off-line quality control, quality cost, quality loss, robust design, Taguchi method

1. 緒 言

製品にかかる品質コストを損失関数¹⁾によって事前に評価し、これを考慮して製品設計を行う「品質設計」は、製品品質に対する高度な要求に応えるための有効な手段となる。品質設計問題は、対象製品にかかる材料費、労務費、減価償却費などの基本的な製造コストを「狭義の製造コスト」、これに品質コストを加えたものを「広義の製造コスト」とそれぞれ呼ぶことにすると、想定される誤差変数の変動のもとで後者のコストの期待値を最小にするように設計変数の値を定める問題として捉えることができる²⁾³⁾。品質設計問題を解決するためには期待品質コストと設計変数の関係を把握する必要があるが、この関係は、多大なコストおよび時間を費やして対象製品に関する実験を行い、その結果に基づいて、まず対象製品の機能の尺度となる変数、すなわち「製品特性変数」の平均、分散などと設計変数の関係を推定した上で、それらに基づいて導出されることが多い。この場合、実験計画法を用いることによって実験規模をできるだけ小さく抑えることが求められる。

対象製品に関する実験は、一般に、設計変数および誤差変数をそれぞれ内側因子および外側因子とした上で、いくつかの内側因子の設定、すなわち実験点のもとで、外側因子の設定を変化させながら、それぞれ複数回実施される。このとき、総実験回数は内側因子の設定数、すなわち実験点数と外側因子の設定数、すなわち反復回数とを掛け合わせることで得られる。したがって、実験規模を縮小するためには実験点数あるいは反復回数の低減が必要となるが、実験点数の低減は製品特性変数の平均、分散などと設計変数の関係を説明する統計モデルを単純化することにつながり、反復回数の低減は個々の実験点において製品特性変数の平均、分散などを推定するための標本を小さくすることにつながるため、実験規模を極端に縮小すると期待品質コストと設計変数の関係を適切に推定することが困難に

なり、その結果として設計解の質が低下してしまう。そのため、設計解の質を維持しながら実験規模を十分に縮小することは必ずしも容易ではなく、実験にかかるコストおよび時間は品質設計を実施する上での最大のネックとなっている。

そこで本研究では、設計解の質を維持しながら実験規模を縮小するための新たな手段として、対象製品を複数の部品に分解した上で、製品全体を対象とした実験ではなく個々の部品を対象とした実験を行うことによって品質設計問題を解決する方法、すなわち「分解的アプローチ」による品質設計法を提案する。

一般に、品質設計の対象となる製品は設計変数および誤差変数を入力、製品特性変数を出力とするシステムとして捉えられる。これを複数の部品に分解した場合、個々の部品はそれぞれ何らかの役割、すなわち部品としての機能を果たしており、これらが適切に組み合わせられることによって製品の機能が実現されていると考えられる。任意の部品の機能の尺度となる変数を「部品特性変数」と呼ぶことにすると、個々の部品は、設計変数の一部、誤差変数の一部、さらに場合によっては他の部品の部品特性変数を入力とし、当該部品の部品特性変数を出力とするサブシステムとして捉えることができる。このとき、いくつかの部品が同時並行的にそれぞれの機能を果たし、これらが統合されて上位の機能を実現していると考えられる場合、これらの部品は「並列」の関係にあるということにする。互いに並列の関係にある部品の間では、どの部品も他の部品の部品特性変数を入力として利用していない。これに対して、まずある部品がその機能を果たし、次にこの結果を受けて別の部品がその機能を果たすことによって上位の機能を実現していると考えられる場合、これらの部品は「直列」の関係にあるということにする。この場合、一方の部品が他方の部品の部品特性変数をその入力として利用している。ここで言う「上位の機能」は、これがそのまま製品の機能に対応している場合もあるし、いくつかの上位の機能がさらに並列や直列に組み合わせられて製品の機能を実現しているような場合もある。したがって、製品を構成する部品間の関係、すなわちサブシステム間の入出力関係は、一

* 原稿受付 平成8年8月8日

** 正 会 員 京都大学大学院工学研究科(京都市左京区吉田本町)

般に並列，直列あるいはこれらの適切な組合せによって捉えることができる。

製品全体の品質設計問題を個々の部品を設計する複数の部分問題に独立に分割することができるならば，分解的アプローチの実現は容易である。しかし実際には，上述のように，対象製品を構成する個々の部品は互いに並列，直列などの関係を持ち，したがって，個々の部品の機能が製品の機能に与える影響は必ずしも互いに独立なものではないため，品質設計問題を独立に分割することは困難であることが多い。そこで，提案する分解的アプローチでは，品質設計問題を解決するために求められる実験については個々の部品を対象とした実験へと分割するものの，品質設計問題そのものを部分問題に分割することは行わないことにする。具体的には，次のような手順で品質設計問題を解決するものとする。すなわち，まず個々の部品を対象とした実験を行い，その結果に基づいて個々の部品の部品特性変数の平均，分散などと設計変数の関係を推定する。次に，それらに基づいて製品全体にかかる期待品質コストと設計変数の関係を導出する。そして，これを用いて製品全体の品質設計問題に対する設計解を決定する。

このとき，分解的アプローチを用いることの効果，すなわち「分解効果」として，次の3点を指摘することができる。すなわち，(1) 任意の部品は一般に製品全体よりも単純なシステムであることから，部品特性変数の平均，分散などと設計変数の関係は，製品特性変数の平均，分散などと設計変数の関係に比べて，より単純な統計モデルで適切に説明できることが多く，したがって，設計解の質を維持しながら実験点数を低減することが比較的容易になること，(2) 任意の部品特性変数に影響を与える誤差変数は一般に製品特性変数に影響を与える誤差変数よりも少ないことから，部品特性変数の平均，分散などは，製品特性変数の平均，分散などに比べて，より小さい標準で適切に推定できることが多く，したがって，設計解の質を維持しながら反復回数を低減することが比較的容易になること，および(3) 実験対象を製品から部品に変えることによって個々の実験が簡単になることである。さらに，実験をシミュレーションで代用することを考えると，製品全体では代用が困難であるときでも，その中のいくつかの部品に関しては可能である場合も出てくる。また，いくつかの部品については過去の実験データを利用できるというような状況も考えられる。

分解的アプローチを実際に実現するためには，対象製品を構成する個々の部品間の関係を考慮して問題解決を図ることが必須となるが，そのための方法論は開発されていないのが現状である。そこで本論文では，まず第一ステップとして対象製品が互いに並列の関係にある複数の部品に分解される，すなわち「並列分解」される場合を取り上げ，部品間の関係を考慮した分解的アプローチによる新たな品質設計法を提案する。以下では，まず品質設計問題を定式化し，対象製品の並列分解について述べた後，分解的アプローチによる新たな品質設計法を展開する。続いて，提案した品質設計法を具体的な設計問題に適用し，その有効性を検証する。

2. 品質設計問題の定式化

対象製品は，議論を簡単にするため，単一の製品特性変数 Y ($\in \mathbf{R}$) を持ち，その値は設計変数 $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_M)$ および誤差変数 $\mathbf{Z} = (Z_1, Z_2, \dots, Z_N)$ によって決定されるとする。このとき，当該製品に関する損失関数¹⁾は次式で与えられる。

Fig.1 The manipulator

$$L(Y) = \frac{A(Y - T)^2}{\Delta^2} \quad (1)$$

ここに， T ， Δ および A はそれぞれ Y の目的値，機能限界および当該製品が機能しなかったときの損失額を表す。したがって， $\mathbf{X}$ が与えられたもとの期待品質コスト $c_Q(\mathbf{X})$ は次式となる。

$$c_Q(\mathbf{X}) = \frac{A[\{\eta(\mathbf{X}) - T\}^2 + \theta^2(\mathbf{X})]}{\Delta^2} \quad (2)$$

ここに， $\eta(\mathbf{X})$ および $\theta^2(\mathbf{X})$ はそれぞれ $\mathbf{X}$ が与えられたもとの Y の平均および分散を表す。以上より，単位製品あたりの狭義の製造コストを $c_M(\mathbf{X})$ ， $\mathbf{X}$ の実行可能領域を $\mathbf{D}$ とすると，品質設計問題は単位製品あたりの広義の製造コストの期待値

$$c_T(\mathbf{X}) = c_Q(\mathbf{X}) + c_M(\mathbf{X})$$

をできるだけ小さくするように設計解 $\mathbf{X}^* \in \mathbf{D}$ を定める問題として定式化できる。また，この問題に対する，製品全体を対象とした実験を行う従来の解法は次のように整理することができる。

stepA1 設計変数 $\mathbf{X}$ を内側因子，誤差変数 $\mathbf{Z}$ を外側因子，製品特性変数 Y を測定量として，製品全体を対象とした実験を計画・実施する。

stepA2 stepA1の結果から $\eta(\mathbf{X})$ および $\theta^2(\mathbf{X})$ をそれぞれ推定し，これらを $\hat{\eta}(\mathbf{X})$ および $\hat{\theta}^2(\mathbf{X})$ と置く（あるいは $\eta(\mathbf{X})$ および $\theta^2(\mathbf{X})$ の関数，たとえばSN比⁴⁾，PerMIA⁵⁾などをまず推定し，これらから $\hat{\eta}(\mathbf{X})$ および $\hat{\theta}^2(\mathbf{X})$ を導出する）。

stepA3 $\hat{c}_Q(\mathbf{X}) = A[\{\hat{\eta}(\mathbf{X}) - T\}^2 + \hat{\theta}^2(\mathbf{X})]/\Delta^2$ と置く。そして， $\hat{c}_T(\mathbf{X}) = \hat{c}_Q(\mathbf{X}) + c_M(\mathbf{X})$ をできるだけ小さくするように解 $\mathbf{X}^*$ を決定する。

stepA4 $\mathbf{X} = \mathbf{X}^*$ のもとの確認実験を行い，満足な結果が得られれば $\mathbf{X}^*$ を設計解として終了。そうでなければstepA1に戻り，満足な設計解が得られるまで設計を繰り返す。

3. 対象製品の並列分解

ここでは，理解を容易にするべく，簡単な具体例に基づいて対象製品の並列分解について述べる。対象製品の一例として図1に示すような，固定アームと可動アームから構成される直交座標形マニピュレータを想定し，当該マニピュレータの極めて単純なモデルとして，両端固定はりに片持ちはりを結合した構造を考えることにする。実際には，両端固定はりと片持ちはりの結合部分をさらに弾性を備えた第三の構成要素として捉えることが望ましい場合も多いが，ここでは，表記の煩雑さを避

Table 1 Design parameters

X_1	beam length of fixed arm (mm)
X_2	beam breadth of fixed arm (mm)
X_3	beam height of fixed arm (mm)
X_4	(hole breadth / beam breadth) of fixed arm
X_5	(hole height / beam height) of fixed arm
X_6	Young's modulus of fixed arm (N/mm ²)
X_7	maximum applied force (N)
X_8	beam length of movable arm (mm)
X_9	beam breadth of movable arm (mm)
X_{10}	beam height of movable arm (mm)
X_{11}	(hole breadth / beam breadth) of movable arm
X_{12}	(hole height / beam height) of movable arm
X_{13}	Young's modulus of movable arm (N/mm ²)

Table 2 Noise parameters

Z_1	beam length error of fixed arm (mm)
Z_2	beam breadth error of fixed arm (mm)
Z_3	beam height error of fixed arm (mm)
Z_4	hole breadth error of fixed arm (mm)
Z_5	hole height error of fixed arm (mm)
Z_6	length from movable arm located point to one end of fixed arm / actual beam length of fixed arm
Z_7	actual applied force / maximum applied force
Z_8	length from force applied point to fixed end of movable arm / actual beam length of movable arm
Z_9	beam length error of movable arm (mm)
Z_{10}	beam breadth error of movable arm (mm)
Z_{11}	beam height error of movable arm (mm)
Z_{12}	hole breadth error of movable arm (mm)
Z_{13}	hole height error of movable arm (mm)

け、以下の議論を簡単にするために、両者の結合部分の弾性は無視できるものとする。当該マニピュレータは可動アーム上の1点において鉛直方向に集中荷重を受けるものとし、また、固定アームおよび可動アームの断面は共に中空の長方形であるとする。当該マニピュレータの荷重点における鉛直方向のたわみを製品特性変数 Y (mm) として採用する。 Y の値は小さいほど望ましいので $T = 0.0$ 、さらに $\Delta = 0.05$ かつ $A = 10^5$ とすると損失関数は

$$L(Y) = 4 \times 10^7 Y^2$$

で与えられる。設計変数および誤差変数としては、それぞれ表1および表2に示す変数を取り上げる。このとき、 $\mathbf{X}$ および $\mathbf{Z}$ が与えられると Y が定まるが、この関係は材料力学に基づいて近似的に得ることもできる。

対象製品は、表記の煩雑さを避けるため、二つの部品 P_1 および P_2 に並列分解できるものと仮定する。上述の例では、例えば固定アームおよび可動アームがそれぞれ P_1 および P_2 に対応する。 P_i ($i = 1, 2$) の部品特性変数を $\mathbf{y}_i = (y_{i1}, y_{i2}, \dots, y_{iJ_i})$ で表し、その目的値を $\mathbf{t}_i = (t_{i1}, t_{i2}, \dots, t_{iJ_i})$ とおく（ただし、 P_i の部品特性変数が一つしかない場合、 $\mathbf{y}_i$ および $\mathbf{t}_i$ はそれぞれ単なるスカラー y_{i1} および t_{i1} を指すことになる）。上述の例では、固定アーム P_1 の部品特性変数として、固定アームのねじりに起因する荷重点の鉛直方向の変位 y_{11} (mm) および固定アームのたわみに起因する荷重点の鉛直方向の変位 y_{12} (mm) の二つ、可動アーム P_2 の部品特性変数として、可動アームのたわみに起因する荷重点の鉛直方向の変位 y_{21} (mm) をそれぞれ想定することができる。このとき $t_{11} = t_{12} = t_{21} = 0$ が成立する。

製品の機能は部品の機能を組み合わせることによって実現されていることから、 Y は $\mathbf{y}_1$ および $\mathbf{y}_2$ の関数 $g(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2)$ によって決定されることが考えられる。これは上述の例では次式となる。

$$g(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2) = y_{11} + y_{12} + y_{21}$$

また、当然ながら $g(\mathbf{t}_1, \mathbf{t}_2) = T$ である。 $Y = g(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2)$ を式(1)に代入すると損失関数を $\mathbf{y}_1$ および $\mathbf{y}_2$ の関数として表すことができるが、これを $l(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2)$ とおくことにする。これは上述の例では次式となる。

$$l(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2) = 4 \times 10^7 (y_{11} + y_{12} + y_{21})^2$$

ここに、 $l(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2)$ は少なくとも $(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2) = (\mathbf{t}_1, \mathbf{t}_2)$ の近傍で解析的であるものとする。

$\mathbf{y}_1$ ならびに $\mathbf{y}_2$ はそれぞれ設計変数の一部および誤差変数の一部が与えられると定まるが、両方の部品に影響を与える設計変数や誤差変数が存在する可能性があるので、 $\mathbf{X}$ および $\mathbf{Z}$ を P_1 に関するものと P_2 に関するものに排反に分割できるとは限らない。そこで、設計変数および誤差変数をそれぞれ $\mathbf{y}_1$ にのみ影響を与えるもの、 $\mathbf{y}_1$ と $\mathbf{y}_2$ の両方に影響を与えるもの、ならびに $\mathbf{y}_2$ にのみ影響を与えるものに分割し、これらをそれぞれベクトルの形にまとめて、次のように整理する。

$\mathbf{x}_{11}$: $\mathbf{y}_1$ にのみ影響を与える設計変数を集めたベクトル

$\mathbf{x}_{12}$: $\mathbf{y}_1$ と $\mathbf{y}_2$ の両方に影響を与える設計変数を集めたベクトル

$\mathbf{x}_{22}$: $\mathbf{y}_2$ にのみ影響を与える設計変数を集めたベクトル

$\mathbf{z}_{11}$: $\mathbf{y}_1$ にのみ影響を与える誤差変数を集めたベクトル

$\mathbf{z}_{12}$: $\mathbf{y}_1$ と $\mathbf{y}_2$ の両方に影響を与える誤差変数を集めたベクトル

$\mathbf{z}_{22}$: $\mathbf{y}_2$ にのみ影響を与える誤差変数を集めたベクトル

ここに、誤差変数 $\mathbf{z}_{11}$ 、 $\mathbf{z}_{12}$ および $\mathbf{z}_{22}$ は互いに独立であるとする。上述の例では、荷重に関する X_7 および Z_7 は明らかに $\mathbf{y}_1$ と $\mathbf{y}_2$ の両方に影響を与える。また、 X_8 、 Z_8 および Z_9 も固定アームにかかるねじりモーメントに関わるので $\mathbf{y}_2$ だけでなく $\mathbf{y}_1$ にも影響を与える。したがって、 $\mathbf{X}$ ならびに $\mathbf{Z}$ はそれぞれ次のように分解される。

$$\mathbf{x}_{11} = (X_1, X_2, \dots, X_6)$$

$$\mathbf{x}_{12} = (X_7, X_8)$$

$$\mathbf{x}_{22} = (X_9, X_{10}, \dots, X_{13})$$

$$\mathbf{z}_{11} = (Z_1, Z_2, \dots, Z_6)$$

$$\mathbf{z}_{12} = (Z_7, Z_8, Z_9)$$

$$\mathbf{z}_{22} = (Z_{10}, Z_{11}, Z_{12}, Z_{13})$$

$\mathbf{X}$ および $\mathbf{Z}$ はそれぞれ、変数の並べ方を工夫すると $\mathbf{X} = (\mathbf{x}_{11}, \mathbf{x}_{12}, \mathbf{x}_{22})$ および $\mathbf{Z} = (\mathbf{z}_{11}, \mathbf{z}_{12}, \mathbf{z}_{22})$ と表すことができる。また便宜上、 $(\mathbf{x}_{11}, \mathbf{x}_{12})$ 、 $(\mathbf{x}_{12}, \mathbf{x}_{22})$ 、 $(\mathbf{z}_{11}, \mathbf{z}_{12})$ および $(\mathbf{z}_{12}, \mathbf{z}_{22})$ をそれぞれ $\hat{\mathbf{x}}_1$ 、 $\hat{\mathbf{x}}_2$ 、 $\hat{\mathbf{z}}_1$ および $\hat{\mathbf{z}}_2$ で表すことにすると、 $\mathbf{y}_i$ は $\hat{\mathbf{x}}_i$ および $\hat{\mathbf{z}}_i$ が与えられると定まることになる。上述の例では、 $\hat{\mathbf{x}}_i$ および $\hat{\mathbf{z}}_i$ と $\mathbf{y}_i$ の関係もまた材料力学に基づいて近似的に得ることができる。以下では、 $\hat{\mathbf{x}}_i$ が与えられたもとの y_{ij} の平均、分散および $y_{ij'}$ ($j' \neq j$) との共分散をそれぞれ $\mu_j^i(\hat{\mathbf{x}}_i)$ 、 $\sigma_{jj}^i(\hat{\mathbf{x}}_i)$ およ

び $\sigma_{jj'}^{ii}(\tilde{\mathbf{x}}_i)$ で表すことにする。また、 P_1 の任意の部品特性変数 $y_{1j''}$ ($j'' = 1, 2, \dots, J_1$) と P_2 の任意の部品特性変数 $y_{2j'''} (j''' = 1, 2, \dots, J_2)$ の共分散は、 $\mathbf{z}_{12}$ の成分となる誤差変数が存在しない場合は0であるが、そうでない場合は $\mathbf{X}$ に依存するので、これを $\sigma_{jj'}^{12}(\mathbf{X})$ で表すことにする。上述の例では $\mathbf{z}_{12}$ の成分となる誤差変数が存在するため、 $\sigma_{11}^{12}(\mathbf{X})$ および $\sigma_{21}^{12}(\mathbf{X})$ は0であるとは限らない。

4. 並列分解を前提とした品質設計法の展開

部品特性変数 $\mathbf{y}_1$ および $\mathbf{y}_2$ の関数として表した損失関数 $l(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2)$ を $(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2) = (t_1, t_2)$ の近傍で整級数に展開して、3次以上の微小項を無視すると次式が得られる。

$$l(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2) \simeq l(t_1, t_2) + \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{J_i} \frac{\partial l(t_1, t_2)}{\partial y_{ij}} (y_{ij} - t_{ij}) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{J_i} \sum_{j'=1}^{J_i} \frac{\partial^2 l(t_1, t_2)}{\partial y_{ij} \partial y_{ij'}} (y_{ij} - t_{ij})(y_{ij'} - t_{ij'}) \quad (3)$$

ここで、 $l(t_1, t_2) = L(T)$ より右辺第1項は0となる。さらに、任意の $(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2)$ について $l(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2) \geq 0$ であるため、 $\partial l(t_1, t_2) / \partial y_{ij} = 0$ でなければならない。したがって、右辺第2項も0となる。これらに注意して、

$$\gamma_{jj'}^{ii'} = \frac{\partial^2 l(t_1, t_2)}{2 \partial y_{ij} \partial y_{ij'}}$$

とおくと次式が得られる。

$$l(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2) \simeq \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{J_i} \sum_{j'=1}^{J_i} \gamma_{jj'}^{ii'} (y_{ij} - t_{ij})(y_{ij'} - t_{ij'}) \quad (4)$$

$c_Q(\mathbf{X})$ は $l(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2)$ の期待値として与えられることから、式(4)の両辺の期待値をとることによって次式が得られる。

$$c_Q(\mathbf{X}) \simeq \sum_{j=1}^{J_1} \sum_{j'=1}^{J_1} \gamma_{jj'}^{11} [\{\mu_j^1(\tilde{\mathbf{x}}_1) - t_{1j}\} \{\mu_{j'}^1(\tilde{\mathbf{x}}_1) - t_{1j'}\} + \sigma_{jj'}^{11}(\tilde{\mathbf{x}}_1)] + \sum_{j=1}^{J_2} \sum_{j'=1}^{J_2} \gamma_{jj'}^{22} [\{\mu_j^2(\tilde{\mathbf{x}}_2) - t_{2j}\} \{\mu_{j'}^2(\tilde{\mathbf{x}}_2) - t_{2j'}\} + \sigma_{jj'}^{22}(\tilde{\mathbf{x}}_2)] + 2 \sum_{j=1}^{J_1} \sum_{j'=1}^{J_2} \gamma_{jj'}^{12} [\{\mu_j^1(\tilde{\mathbf{x}}_1) - t_{1j}\} \{\mu_{j'}^2(\tilde{\mathbf{x}}_2) - t_{2j'}\} + \sigma_{jj'}^{12}(\mathbf{X})] \quad (5)$$

これを用いると部品特性変数の平均および分散、ならびに部品特性変数間の共分散から期待品質コスト $c_Q(\mathbf{X})$ を近似的に得ることができる。したがって、部品を対象とした実験から部品特性変数の平均および分散、ならびに部品特性変数間の共分散を推定できれば、分解的アプローチの実現が可能となる。

P_i を対象とした実験は、製品全体を対象とした実験とのアナロジーから、 $\tilde{\mathbf{x}}_i$ を内側因子、 $\mathbf{z}_i$ を外側因子、 $\mathbf{y}_i$ を測定量として計画・実施することができる。しかし、 P_i を対象とした実験をこのように計画・実施した場合、その結果に基づいて P_i の部品特性変数についての平均 $\mu_j^i(\tilde{\mathbf{x}}_i)$ および分散・共分散 $\sigma_{jj'}^{ii}(\tilde{\mathbf{x}}_i)$ ($j = 1, 2, \dots, J_i; j' = 1, 2, \dots, J_i$) を推定することはできるが、 $\mathbf{z}_{12}$ の

成分となる誤差変数が存在しない場合を除いて、 P_1 の部品特性変数と P_2 の部品特性変数の共分散 $\sigma_{jj'}^{12}(\mathbf{X})$ ($j'' = 1, 2, \dots, J_1; j''' = 1, 2, \dots, J_2$) を推定することはできないため、 P_1 の部品特性変数と P_2 の部品特性変数の共分散が期待品質コストに与える影響を評価することが困難となる。

そこで、 P_i の部品特性変数に影響を与える変数を $(\tilde{\mathbf{x}}_i, \mathbf{z}_{12})$ と $\mathbf{z}_{12}$ に再分割した上で、 $(\tilde{\mathbf{x}}_i, \mathbf{z}_{12})$ を内側因子、 $\mathbf{z}_{12}$ を外側因子、 $\mathbf{y}_i$ を測定量として、 P_i を対象とした実験を計画・実施することにする。 P_i を対象とした実験をこのように計画・実施した場合、その結果に基づいて P_i の部品特性変数についての $\mathbf{z}_{12}$ に関する条件付きの平均 $\nu_j^i(\tilde{\mathbf{x}}_i, \mathbf{z}_{12})$ および分散・共分散 $\rho_{jj'}^{ii}(\tilde{\mathbf{x}}_i, \mathbf{z}_{12})$ をそれぞれ推定することができる。このとき、これらを用いると $\mu_j^i(\tilde{\mathbf{x}}_i)$ および $\sigma_{jj'}^{ii}(\tilde{\mathbf{x}}_i)$ は次式によって得ることができる。

$$\mu_j^i(\tilde{\mathbf{x}}_i) = \int \dots \int \nu_j^i(\tilde{\mathbf{x}}_i, \mathbf{z}_{12}) \psi_{12}(\mathbf{z}_{12}) \prod_{\mathbf{Z}_n \in \mathbf{Z}_{12}} d\mathbf{Z}_n \quad (6)$$

$$\sigma_{jj'}^{ii}(\tilde{\mathbf{x}}_i) = \int \dots \int \nu_j^i(\tilde{\mathbf{x}}_i, \mathbf{z}_{12}) \nu_{j'}^i(\tilde{\mathbf{x}}_i, \mathbf{z}_{12}) \psi_{12}(\mathbf{z}_{12}) \prod_{\mathbf{Z}_n \in \mathbf{Z}_{12}} d\mathbf{Z}_n + \int \dots \int \rho_{jj'}^{ii}(\tilde{\mathbf{x}}_i, \mathbf{z}_{12}) \psi_{12}(\mathbf{z}_{12}) \prod_{\mathbf{Z}_n \in \mathbf{Z}_{12}} d\mathbf{Z}_n - \mu_j^i(\tilde{\mathbf{x}}_i) \mu_{j'}^i(\tilde{\mathbf{x}}_i) \quad (7)$$

ここに、 $\psi_{12}(\mathbf{z}_{12})$ は $\mathbf{z}_{12}$ の密度関数であり、 $\mathbf{Z}_n \in \mathbf{z}_{12}$ は $\mathbf{Z}_n$ がベクトル $\mathbf{z}_{12}$ に成分として含まれていることを示す。また、 P_1 の部品特性変数と P_2 の部品特性変数の共分散 $\sigma_{jj'}^{12}(\mathbf{X})$ は次式によって得ることができる。

$$\sigma_{jj'}^{12}(\mathbf{X}) = \int \dots \int \nu_j^1(\tilde{\mathbf{x}}_1, \mathbf{z}_{12}) \nu_{j'}^2(\tilde{\mathbf{x}}_2, \mathbf{z}_{12}) \psi_{12}(\mathbf{z}_{12}) \prod_{\mathbf{Z}_n \in \mathbf{Z}_{12}} d\mathbf{Z}_n - \mu_j^1(\tilde{\mathbf{x}}_1) \mu_{j'}^2(\tilde{\mathbf{x}}_2) \quad (8)$$

したがってこの場合、 P_i を対象とした実験に基づいて推定した $\nu_j^i(\tilde{\mathbf{x}}_i, \mathbf{z}_{12})$ および $\rho_{jj'}^{ii}(\tilde{\mathbf{x}}_i, \mathbf{z}_{12})$ を用いて $\mu_j^i(\tilde{\mathbf{x}}_i)$ および $\sigma_{jj'}^{ii}(\tilde{\mathbf{x}}_i)$ だけでなく $\sigma_{jj'}^{12}(\mathbf{X})$ も推定することができる。さらにこれらを式(5)に代入することによって $c_Q(\mathbf{X})$ を推定することができる。

以上より、対象製品が二つの部品 P_1 および P_2 に並列分解される場合に対して、分解的アプローチによる品質設計法を次のように展開できる。

stepB1 $(\tilde{\mathbf{x}}_i, \mathbf{z}_{12})$ を内側因子、 $\mathbf{z}_{12}$ を外側因子、 $\mathbf{y}_i$ を測定量として、 P_i ($i = 1, 2$) を対象とした実験を計画・実施する。

stepB2 **stepB1**の結果から $\nu_j^i(\tilde{\mathbf{x}}_i, \mathbf{z}_{12})$ および $\rho_{jj'}^{ii}(\tilde{\mathbf{x}}_i, \mathbf{z}_{12})$ ($j = 1, 2, \dots, J_i; j' = 1, 2, \dots, J_i$) をそれぞれ推定し、これらを $\hat{\nu}_j^i(\tilde{\mathbf{x}}_i, \mathbf{z}_{12})$ および $\hat{\rho}_{jj'}^{ii}(\tilde{\mathbf{x}}_i, \mathbf{z}_{12})$ とおく。

stepB3 **stepB2**の結果から $\mu_j^i(\tilde{\mathbf{x}}_i)$ および $\sigma_{jj'}^{ii}(\tilde{\mathbf{x}}_i)$ ならびに $\sigma_{jj'}^{12}(\mathbf{X})$ ($j'' = 1, 2, \dots, J_1; j''' = 1, 2, \dots, J_2$) を推定し、これらを $\hat{\mu}_j^i(\tilde{\mathbf{x}}_i)$ および $\hat{\sigma}_{jj'}^{ii}(\tilde{\mathbf{x}}_i)$ ならびに $\hat{\sigma}_{jj'}^{12}(\mathbf{X})$ とおく。

stepB4 **stepB3**の結果に基づいて $c_Q(\mathbf{X})$ を推定し、これを $\hat{c}_Q(\mathbf{X})$ とおく。そして、 $\hat{c}_T(\mathbf{X}) = \hat{c}_Q(\mathbf{X}) + c_M(\mathbf{X})$ をできるだけ小さくするように解 $\mathbf{X}^*$ を決定する。

stepB5 $\mathbf{X} = \mathbf{X}^*$ のもとで確認実験を行い、満足な結果が得られれば $\mathbf{X}^*$ を設計解として終了。そうでなければ **stepB1** に戻り、満足な設計解が得られるまで設計を繰り返す。

Table 3 Feasible region of each design parameter

	feasible region		feasible region
X_1	{400, 500, 600, 700, 800}	X_8	{400, 500, 600, 700, 800}
X_2	{80, 100, 120}	X_9	{80, 100, 120}
X_3	{80, 100, 120}	X_{10}	{80, 100, 120}
X_4	{0.6, 0.7, 0.8}	X_{11}	{0.6, 0.7, 0.8}
X_5	{0.6, 0.7, 0.8}	X_{12}	{0.6, 0.7, 0.8}
X_6	{70, 140, 210($\times 10^3$)}	X_{13}	{70, 140, 210($\times 10^3$)}
X_7	{50, 75, 100, 125, 150}		

5. 適用例

提案した品質設計法を実際の設計問題に適用し、その有効性について検討する。対象製品として図1に示した直交座標形マニピュレータを考える。設計変数はそれぞれ表3に示す値を取り得るものとする。一方、誤差変数 Z_6 、 Z_7 および Z_8 は一樣分布、それ以外の誤差変数は正規分布にそれぞれ独立に従い、これらはそれぞれ表4に示す平均および分散を持つものとする。当該マニピュレータに関する狭義の製造コストとしては、固定アームおよび可動アームの体積に比例する材料費のみを考え、それ以外のコストは設計変数に依存しないものとする。このとき、狭義の製造コスト $c_M(\mathbf{X})$ は次式で与えられる。

$$c_M(\mathbf{X}) = \alpha(X_6)X_1X_2X_3(1 - X_4X_5) + \alpha(X_{13})X_8X_9X_{10}(1 - X_{11}X_{12}) \quad (9)$$

ここに、 $\alpha(X_m)$ ($m = 6, 13$) はアームの材質によって決まる単位体積あたりの材料費であり、次のような値をとるものとする。

$$\alpha(X_m) = \begin{cases} 0.003 & X_m = 70 \times 10^3 \\ 0.001 & X_m = 140 \times 10^3 \\ 0.002 & X_m = 210 \times 10^3 \end{cases} \quad (10)$$

以上のマニピュレータの品質設計問題に対して、設計法1：製品全体を対象とした実験を行う従来の品質設計法、および設計法2：提案した分解的アプローチによる品質設計法をそれぞれ適用し、これらを比較した。まず、これらの設計法をそれぞれ適用した場合の具体的な手順を以下に簡単に整理する。

設計法1：内側因子 $\mathbf{X}$ に関して、分解能Vの3水準一部実施要因計画となるように実験計画を作成すると729個の実験点が得られた。このとき、三つ以上の値をとり得る設計変数に関しては、その最小、中央および最大の値を実験で用いる三つの水準とした（設計法2においても同様）。続いて、個々の実験点においてそれぞれ r 回実験を行って Y を測定した。このとき、外側因子の r 個の設定の与え方については、誤差変数の従う確率分布からのランダムな実現値によって与える方法、直交表を利用して与える方法⁶⁾などが考えられるが、ここでは前者を用いることにし、また、測定量の値は実際には材料力学に基づく数値計算によって求めた（設計法2においても同様）。次に、得られた実験結果に基づいて、 Y の平均および分散と $\mathbf{X}$ の関係を多項式モデルを用いて推定した。ただし、効果の加法性に配慮して従属変数にあらかじめ対数変換を施した上で2次の多項式モデルを当てはめた。また、変数選択および係数推定には汎用統計パッケージSASのSTEPWISEプロシジャ⁷⁾を用いた（設計法2においても同様）。さらに、これらをもとにして期待品質コストと $\mathbf{X}$ の関係を推定する関数を導出し、これを $\hat{c}_{Q1}(\mathbf{X})$ とおいた。最後に、

Table 4 Mean and variance of each noise parameter

	mean	variance		mean	variance
Z_1	0.0	0.01	Z_8	0.5	0.04
Z_2	0.0	0.01	Z_9	0.0	0.01
Z_3	0.0	0.01	Z_{10}	0.0	0.01
Z_4	0.0	0.01	Z_{11}	0.0	0.01
Z_5	0.0	0.01	Z_{12}	0.0	0.01
Z_6	0.5	0.04	Z_{13}	0.0	0.01
Z_7	0.65	0.04			

$\hat{c}_{Q1}(\mathbf{X}) + c_M(\mathbf{X})$ を最小化すべき目的関数として設計解を決定した。このとき、当該マニピュレータの動作範囲と可搬重量を決定する X_1 、 X_7 および X_8 の三つの設計変数については、顧客ごとにそのニーズに応じて決定されるものと考え、これらの設計変数の125通りの実行可能値の組み合わせ、すなわち $(X_1, X_7, X_8) = (400, 50, 400), (400, 50, 500), \dots, (800, 150, 800)$ すべてにおいてそれぞれ他の設計変数 $X_2, X_3, \dots, X_6, X_9, X_{10}, \dots, X_{13}$ の値を決定することによって、合計125通りの設計解を得た。

設計法2：内側因子 $(\tilde{x}_i, z_{12})$ ($i = 1, 2$) に関して、分解能Vの3水準一部実施要因計画となるように実験計画を作成するとそれぞれ243個（あわせて486個）の実験点が得られた。このとき、内側因子に含まれる誤差変数に関しては、一樣分布に従う場合には最小、中央および最大の値を、正規分布に従う場合には平均から標準偏差の3倍を引いた値、平均および平均に標準偏差の3倍を加えた値を、それぞれ実験で用いる三つの水準とした。続いて、個々の実験点において P_i に関する実験をそれぞれ r 回行って y_i を測定した。次に、 y_{1j} ($j = 1, 2$) の平均および分散、ならびに y_{11} と y_{12} の相関係数と $(\tilde{x}_1, z_{12})$ の関係、および y_{21} の平均および分散と $(\tilde{x}_2, z_{12})$ の関係をそれぞれ多項式モデルを用いて推定した。ただし、効果の加法性に配慮して平均および分散に関してはあらかじめ対数変換を、相関係数に関してはあらかじめFisherの Z 変換をそれぞれ施した上で2次の多項式モデルを当てはめた。そして、これらから部品特性変数の平均および分散、ならびに部品特性変数間の共分散と設計変数の関係を推定する関数を導出し、さらに、これらに基づいて期待品質コストと $\mathbf{X}$ の関係を推定する関数を導出し、これを $\hat{c}_{Q2}(\mathbf{X})$ とおいた。最後に、 $\hat{c}_{Q2}(\mathbf{X}) + c_M(\mathbf{X})$ を最小化すべき目的関数として、設計法1の場合と同様に125通りの設計解を得た。

以上の手順に従って、設計法1および設計法2によってそれぞれ125通りの設計解を得るという作業を実験の反復回数 $r = 5, 10, 20, 40$ の4通りについて行った。反復回数 r のもとで設計法 k によって得られた l ($l = 1, 2, \dots, 125$) 番目の設計解を $\mathbf{X}_{r,k,l}^*$ とおくことにする。ここに、 $l = 1, 2, \dots, 125$ はそれぞれ $(X_1, X_7, X_8) = (400, 50, 400), (400, 50, 500), \dots, (800, 150, 800)$ に対応している。最後に、得られた解の質を確認するために確認実験を行った。任意の設計解 $\mathbf{X}_{r,k,l}^*$ のもとで誤差変数の値をランダムに与えてそれぞれ10000回ずつ実験を行い、品質コストの平均 $\bar{c}_Q(\mathbf{X}_{r,k,l}^*)$ を計算し、 $\bar{c}_T(\mathbf{X}_{r,k,l}^*) = \bar{c}_Q(\mathbf{X}_{r,k,l}^*) + c_M(\mathbf{X}_{r,k,l}^*)$ とおいた。ここに、実験の反復回数が大きいため得られた $\bar{c}_T(\mathbf{X}_{r,k,l}^*)$ はほぼ $c_T(\mathbf{X}_{r,k,l}^*)$ に等しいと考えられる。

$r = 40$ の場合を例に取り、得られた結果の一例を示す。まず、 $l = 1$ すなわち (X_1, X_7, X_8) を $(400, 50, 400)$ に固定したもとでは設計法1、設計法2ともに同じ設計解 $\mathbf{X}_{40,1,1}^* = \mathbf{X}_{40,2,1}^* = (400, 80, 80, 0.8, 0.8, 140000, 50, 400, 80, 80, 0.8, 0.8, 140000)$ が得られた（あらかじめ固定した X_1 、 X_7 お

Table 5 Comparisons of Q_{rk} between the design methods

	design method 1 (k=1)	design method 2 (k=2)
r=5	1.0233	0.9995
r=10	1.0061	0.9996
r=20	1.0032	0.9995
r=40	1.0000	0.9998

よび X_8 の値にはそれぞれアンダラインを引いた). このとき, $\bar{c}_T(\mathbf{X}_{40,1,1}^*) = \bar{c}_T(\mathbf{X}_{40,2,1}^*) = 2008.15$ であった. 次に, $l=2$ すなわち $(X_1, X_7, X_8) = (400, 50, 500)$ のもとでは, 設計法1によって設計解 $\mathbf{X}_{40,1,2}^* = (400, 80, 80, 0.8, 0.8, 140000, \underline{50}, \underline{500}, 80, 80, 0.8, 0.8, 140000)$, 設計法2によって設計解 $\mathbf{X}_{40,2,2}^* = (400, 80, 100, 0.8, 0.8, 140000, \underline{50}, \underline{500}, 80, 80, 0.8, 0.8, 140000)$ がそれぞれ得られた. この場合, $\bar{c}_T(\mathbf{X}_{40,1,2}^*) = 2511.60$ および $\bar{c}_T(\mathbf{X}_{40,2,2}^*) = 2523.57$ となり, 設計法1によって設計法2よりも質の良い設計解が得られている. 一方, $l=3$ すなわち $(X_1, X_7, X_8) = (400, 50, 600)$ のもとでは, 設計法1によって設計解 $\mathbf{X}_{40,1,3}^* = (400, 100, 100, 0.8, 0.8, 140000, \underline{50}, \underline{600}, 80, 80, 0.8, 0.8, 140000)$, 設計法2によって設計解 $\mathbf{X}_{40,2,3}^* = (400, 80, 120, 0.8, 0.8, 140000, \underline{50}, \underline{600}, 80, 100, 0.8, 0.8, 140000)$ がそれぞれ得られた. このとき, $\bar{c}_T(\mathbf{X}_{40,1,3}^*) = 3192.75$ および $\bar{c}_T(\mathbf{X}_{40,2,3}^*) = 3168.67$ であった. この場合は, 逆に設計法2によって設計法1よりも質の良い設計解が得られている.

続いて, 設計法1および設計法2を反復回数 $r=5, 10, 20, 40$ のもとで適用した場合の平均的な設計解の質を互いに比較するために, 設計法1を $r=40$ のもとで用いた場合を基準として,

$$Q_{rk} = \frac{1}{125} \sum_{l=1}^{125} \frac{\bar{c}_T(\mathbf{X}_{r,k,l}^*)}{\bar{c}_T(\mathbf{X}_{40,1,l}^*)}$$

を計算した. $\bar{c}_T(\mathbf{X}_{r,k,l}^*)$ は小さいほど望ましいので, Q_{rk} が小さいほど相対的に質の良い設計解が得られていると判断できる. 結果を表5に示す. 表より, (1) 反復回数に関わらず設計法2によって設計法1より平均的に質の良い設計解が得られていること, および (2) 設計法1と設計法2の設計解の質の差は反復回数が小さくなるほど顕著になっていることが確認できる.

次に, 設計法2を $r=5$ のもとで用いた場合の実験規模を設計法1を $r=40$ のもとで用いた場合と比較してみる. 総実験回数は $1/12 (= 243/729 \times 5/40)$ に低減されている. さらに, 個々の実験の規模も低減されているが, 個々の実験の規模を仮に内側因子と外側因子の総数で評価することになると, これは平均すると約 $3/5 (\approx (17/26 + 14/26)/2)$ に低減されている. したがって, このとき, 分解的アプローチを用いることによって, 設計解の質は向上しているにもかかわらず, 総実験規模は約 $1/20 (= 1/12 \times 3/5)$ にまで縮小されていることになる. 以上より, 提案した分解的アプローチによる品質設計法の本適用例における有効性が確認できる. 一般には, 提案した品質設計法の有効性は, 設計問題の規模, すなわち設計変数や誤差変数の数が大きくなり, かつ製品特性変数の平均・分散などと設計変数の関係が複雑になるにしたがって, 大きくなる傾向にあると考えられる.

6. 結 言

本論文では, 品質設計において設計解の質を維持しながら実験規模を縮小するための手段として, 製品が複数の部品に並列

分解される場合を想定し, 分解的アプローチによる新たな品質設計法を提案した. そして, 提案した品質設計法を具体的な設計問題に適用し, その有効性を確認した.

対象製品の部品への分解の仕方および個々の部品の部品特性変数の選び方に関していくつかの候補が考えられる場合には, どの候補を選択するかが問題となるが, この場合は, 主として次の3点を考慮して選択する候補を決定すればよい.

- 製品の分解の仕方や部品特性変数の選び方は, 個々の部品を対象とした実験における内側因子の個数, 外側因子の個数などに影響を与え, その結果, 必要となる実験規模を決定づけることになる. したがって, 必要となる実験規模ができるだけ小さくなるように, これらを決定することが求められる.
- 製品の分解の仕方や部品特性変数の選び方は, 個々の部品を対象とした実験における測定量の個数, 個々の測定にかかる手間などに影響を与え, その結果, 単位実験あたりに必要となる労力を決定づけることになる. したがって, 必要となる労力ができるだけ小さくなるように, これらを決定することが求められる.
- 製品特性変数と部品特性変数の関係を表す関数は, 製品の分解の仕方や部品特性変数の選び方に依存しているが, この関数が複雑になると, 分解的アプローチを適用する過程が煩雑になる. したがって, この関数ができるだけ簡単になるように, 製品の分解の仕方や部品特性変数の選び方を決定することが求められる.

これらの三つの要求は互いに矛盾する場合もあり得るが, その場合は設計者が何を重視するかを判断して, 選択する候補を決定する必要がある.

本論文では, 対象製品は単一の製品特性変数を持つものとして議論を進めたが, 二つ以上の製品特性変数を持つ場合にも, 損失関数をそれら複数の製品特性変数の関数として与えることによって, 提案した品質設計法を適用可能である. また, 対象製品は二つの部品に並列分解されるものと仮定したが, これは表記の煩雑さを避けるためであり, 対象製品が三つ以上の部品に並列分解される場合に対しても容易に拡張可能である. なお, 対象製品が複数の部品に分解され, これらの部品間に並列以外の関係が存在する場合に対して, 分解的アプローチを適用するための方法に関しては, 次報で報告する予定である.

参 考 文 献

- 1) 例えば, 田口玄一: 品質工学講座1 開発・設計段階の品質工学, 日本規格協会, (1988).
- 2) 山品 元, 奥村 進, 水山 元: 複数の特性変数を考慮したもとで製造コスト最小化を目的とする品質設計法, 精密工学会誌, 59, 9 (1993) 1459.
- 3) 山品 元, 水山 元, 上野潤一: 解析的アプローチによる品質設計法, 精密工学会誌, 62, 10 (1996) 1420.
- 4) G.Box: Signal-to-Noise Ratios, Performance Criteria, and Transformations, Technometrics, 30, 1 (1988) 1.
- 5) R.V.Leon, A.C.Shoemaker and R.N.Kacker: Performance Measures Independent of Adjustment, Technometrics, 29, 3 (1987) 253.
- 6) 例えば, 横山巽子: 品質工学講座4 品質設計のための実験計画法, 日本規格協会, (1988).
- 7) SAS Institute Inc.: SAS User's Guide: Statistics, Version 5 Edition, (1985).