ラッピングにおける砥粒粒径分布推移の シミュレーション (第3報)*

——砥粒の追加供給を行う場合——

吉岡 正人** 萩原 純 —***

Simulation of Time-dependent Distribution of Abrasive Grain Size in Lapping (3rd Report)

— Simulation for Repeated Supply of Abrasive Grains —

Masato YOSHIOKA and Jun-ichi HAGIWARA

The time-dependent distribution of abrasive grain size in a lapping process has been obtained from the simulation which was described in the last paper. It has also prescribed the decrease in the amount of effective working grains. This paper describes a new analytical procedure to estimate a rational amount of additional abrasives at each time of repeated supply from the simulation result. It is based on the concept that the rational amount is what is necessary and sufficient to supplement the decrease mentioned above. It is shown that the analytically estimated rational amount decreases with time in the beginning of a lapping process, however it gradually reaches a constant value. This seems to be due to the decrease in effectively working grains with time. Finally a lapping test is performed supplying the estimated amount of abrasive grains. The result shows that the additional supply is sufficiently effective, therefore it suggests that this analytical procedure and its fundamental concept are reasonable.

Key words: lapping, simulation of grain size distribution, repeated abrasives supply, rational supply amount, effective working grains

1. 結 言

ラッピング中に砥粒が破碎を起こし、粒径分布が時間とともに変化する現象は経験的にはよく知られている。しかし、これを系統的に取り扱った研究はこれまでのところあまり多くは見られない。わずかに、池田によってシリコン単結晶のラッピング中に見られる粒径分布の推移が報告されている程度である¹⁾。

本研究は、粒径分布や平均粒径の時間的変化を、砥粒破碎確率などの確率論的パラメータを用いたシミュレーションによって予測し、その結果に基づいて適切な砥粒供給量、供給タイミングなどを決定しようとするものである。第1報²⁾ではシミュレーションの方法について述べ、多くの仮定を導入してモデル的にシミュレーションを行った。その結果を、MgO単結晶のガラス板上でのハンドラッピング実験から求められた粒径分布の測定結果と比較して、シミュレーション法の有効性を確かめた。

しかし、第1報のシミュレーションでは、破碎確率、推移確率などのパラメータを設定する際に、あまりにも多くの非現実的な仮定が用いられていた。そこで第2報³⁾では、これらのパラメータを合理的に設定し、より信頼性の高いシミュレーション結果を得るために、ラッピングの過程をモデル化した砥粒破碎試験を行った。砥粒破碎試験の結果に基づいて定められたパラメータによるシミュレーションの結果は、先に述べた測定結果とよりよく一致しており、破碎試験の有効性を示すものであった。また、第2報の結果から、ラッピングの経過にともなう平均粒径の減少をより現実的に予測することが出来るようになった。この砥粒破碎試験は、試験荷重やラップ、工作物の種類

などの試験条件を変えながらその後も引き続き行われた。その結果から、破碎確率、推移確率、砥粒増加率などのパラメータの間には一定の相関関係があることが認められた。また、砥粒粒度が変化した場合に破碎確率がどのように変化するかについても明らかにした。これらの結果もすでに別報⁴⁾にて報告した。

しかし以上のシミュレーションは、いずれも砥粒をラッピングの開始時に1回だけ供給する場合について、その後の粒径分布の推移を求めたものである。実際のラッピング工程においては、ラッピング中に連続的にあるいは間欠的に砥粒を追加供給するのが普通であるから、シミュレーションの結果は、実用的な意味ではあまり有意義であるとは言えない。そこで本報では、砥粒を追加供給しながらラッピングを行う場合を取り扱った。シミュレーションに先立って、適正な追加供給とは砥粒粒径分布をどのような状態に保てば良いのかについて考察した。その考察結果を満足するような砥粒供給量が適正な追加供給量となる。この適正追加供給量を、第2報までと同様のシミュレーションから求めた。最後に、シミュレーションに用いたのと同じ条件下でラッピング実験を行って粒径分布の推移を測定し、シミュレーションから予測された追加供給量の有効性を検討した。

2. 適正な砥粒追加供給に対する考え方

ラッピング時間とともに変化する砥粒粒径分布や平均粒径に対し、砥粒を追加供給するのは、加工状態を一定に保つためであると考えるのが一般的であろう。そのために、粒径分布全体の形状をつねに初期状態と同じに保つような供給量を適正供給量と考えるのも一つの考え方にはちがいない。しかし、砥粒の破碎によって総砥粒数は時間とともに急速に増大するから、もし分布形状を一定に保とうとするなら、必要な供給量もやはり時間とともに急速に増加させざるを得ない。実際に、このよう

* 原稿受付 平成 8年11月27日

** 正 会 員 山梨大学工学部 (甲府市武田4-3-11)

*** 学生会員 山梨大学大学院

な考え方に基づくシミュレーションも行って見たが、その結果は、砥粒供給量を時間の指数関数として増加させなければならないという結果になった。これは全く非現実的な供給法と言わざるを得ない。

実際には、破碎を起こして非常に細くなった砥粒の多くは、ラップ液とともに洗い流されてしまうであろう。たとえラップ上に残留したとしても、工作物と接触することはなく加工作用に影響を及ぼすことはないはずである。したがって、加工状態を一定に保つためには、必ずしも粒径分布全体の形状を一定にする必要はなく、加工作用に影響を及ぼす粒径の大きい砥粒のみに注目すればよいと考えられる。このような、直接工作物に接触してラッピング作用に寄与する砥粒は作用砥粒と呼ばれる。また、作用砥粒の粒径の最小値を作用砥粒径と呼ぶ。ここでは、工作物の面積当たりの作用砥粒数および作用砥粒径が常に初期状態と同じ一定値となるように砥粒の供給を行うことを適正な砥粒追加供給と考える。厳密には、作用砥粒数のみならず、その分布状態をも一定に保たなければ加工状態が一定であるとは言えないかもしれない。しかし、前述のようにその方法は現実的ではないので、ここでは近似的に加工状態を一定に保つ方法として上述の考え方に従うこととした。

このような考え方に基づいて、シミュレーションにおける砥粒追加供給の手順を示したものが図1である。図1の縦軸には、粒径 x に対応する砥粒の面積当たり個数 $g(x)$ を取り、分布 $g(x)$ のうち特に粒径の大きい右端部分のみを示してある。いま、①に示すように、初期分布において作用砥粒径 X よりも大きい砥粒の数を n とする。一定時間の加工を行った後、②のように分布形状が変化し、初期作用砥粒相当数（粒径が初期作用砥粒径 X よりも大きい砥粒数）もある数 Δn だけ減少したとする。そこで③に示すように、この減少分を補う量だけ砥粒を追加供給して初期作用砥粒相当数を元と同じ状態に戻す。この操作をシミュレーション上で行うのである。

追加供給を行う際には、作用砥粒だけを選別して供給することはもちろん出来ないから、未使用状態の初期粒径分布をもつ砥粒を必要量だけ供給するものとした。このような操作を行うと、全砥粒の粒径分布は次第に初期分布とは異なるものになる。さらに、平均粒径や標準偏差も一定値を保たない。それにもかかわらず、図1に示した追加供給方法を適正とした理由は上に述べた通りである。

3. 初期作用砥粒径の決定法

以上の考え方にしたがって砥粒を追加供給しながらラッピングを行う場合のシミュレーションを実行するためには、はじめに初期作用砥粒径を設定しなければならない。初期作用砥粒径はもちろんラッピング圧力や砥粒濃度などのラッピング条件によって変化する。また、砥粒と工作物の接触状態によっても異なるであろう。たとえば金属材料のラッピングでは、接触は塑性的または粘性的であることが予想されるが、硬ぜい材料ではその状態は弾性的またはぜい性的であろう。ここでは、前報までと同様に、シミュレーションの結果を硬ぜい材料のラッピング実験の結果と比較することを想定しているので、接触は弾性的とみなすことにした。砥粒と工作物が弾性的に接触する場合の作用砥粒数や粒径は、すでに今中により理論的に求められている⁵⁾。本研究では、その方法にならって初期作用砥粒径を求めた。以下にその概略を述べる。

Fig.1 Process of repeated supply of abrasives in the simulation of abrasive grain size distribution

砥粒粒径分布形状を正規形とし、砥粒と工作物の接触が弾性的であるとすると、ラッピング荷重 W は個々の砥粒の分担荷重の総和として式(1)で表される。ここで砥粒分担荷重の算出にはHertzの弾性接触理論⁶⁾から求められる押付け荷重と弾性的接近量の関係を利用している。

$$W = A \cdot P = (\gamma^2 + \gamma'^2)^{-3/2} \frac{N}{\sigma \sqrt{(2\pi)}} \times \int_X^{\infty} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-M}{\sigma}\right)^2\right\} (x-X)^{3/2} r_1^{-1/2} dx \quad (1)$$

ここで A は工作物の面積、 P はラッピング圧力、 N は工作物面積 A 中に存在する全砥粒数で、砥粒粒径 x は平均値 M 、標準偏差 σ の正規分布をとると仮定している。 r_1 は砥粒先端の曲率半径で、これは後述するように砥粒粒径によって異なる。 γ および γ' はそれぞれ砥粒と工作物、工作物とラップの材質の組合せから決定される定数で、式(2)のように表される。

$$\gamma^{(i)} = \left\{ \frac{3}{4} \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right) \right\}^{1/3} \quad (2)$$

ここで E_1 、 ν_1 および E_2 、 ν_2 は、 γ に対してはそれぞれ砥粒と工作物の、 γ' に対してはそれぞれラップと工作物のヤング率、ポアソン比である。

式(1)中に現れる X が問題の作用砥粒径である。したがって、砥粒、工作物、ラップの材質、砥粒数および粒径分布形状、さらには工作物の大きさ、ラップ圧力などの加工条件が設定されれば、式(1)から作用砥粒径 X が求められる。しかし、式(1)の右辺の積分は解析的には求められないので、今中の手法⁵⁾にならって次のような処理を行った。まず、砥粒先端曲率半径 r_1 は、粒径 x に比例すると仮定し、 $r_1 = a \cdot x$ (a : 比例定

Fig.2 Approximation of normal distribution by linear function

Table 1 Parameters used in Eq.(4) and Eq.(5)

Area of lapped surface	A	825mm ²
Lapping weight	W	19.6N
Lapping pressure	P	23.8kPa
Young's modulus of abrasives (WA#600)		368GPa
Young's modulus of work (MgO)		78GPa
Young's modulus of lap (Glass)		66GPa
Poisson's ratio of abrasives		0.30
Poisson's ratio of work		0.16
Poisson's ratio of lap		0.25
Proportional constant	a	0.121
Mean diameter of unused abrasives	M	31.2μm
Standard deviation of initial distribution of the diameter	σ	7.7μm
Density of abrasives	ρ	3.96kg/L
Density of lapping fluid (Water)	ρ'	1.00kg/L
Concentration of lapping compound	m	0.13

数)とする。さらに、作用砥粒径 X が平均粒径 M に比べて十分大きいとすると、式(1)の右辺の積分範囲は正規分布の右端部分になるから、この部分の分布形状を、図2に示すように正規分布に近い直線分布で近似する。すなわち、粒径分布を

$$\phi(x) = \frac{2}{j^2 \sigma^2} (X_1 - x) \quad (3)$$

の一次関数で表す。ここで X_1 は、直線分布における最大粒径であり、 j は積分範囲内で式(3)によって正規分布を近似的に表現させるための定数である。 $r_i = a \cdot x$ の関係および式(3)を用いると、式(1)は次のように書き換えられる。

$$W = A \cdot P = \frac{8}{35} (r^2 + r'^2)^{-3/2} a^{1/2} X_1^2 (1 - \xi)^{3/2} \frac{N}{\sigma \sqrt{2\pi}} \times \int_{\xi}^{\infty} X_1 \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{X - M}{\sigma} \right)^2 \right\} dx \quad (4)$$

ここで、 $\xi = X/X_1$ である。式(4)において ξ 以外は既知量であり、右辺の積分は正規分布表から値が求められるので、右辺の値がラッピング条件から定まる左辺の値に等しくなるように ξ を求めることが出来る。 ξ が求められれば、 $\xi = X/X_1$ の関係から作用砥粒径 X が求められる。式(4)中の N は、やはり今中によって、砥粒粒径分布や砥粒濃度の関数として次のように求められている⁶⁾。

$$N = \frac{3.73A(1 + \lambda \sigma / M)}{M^2 \left\{ 1 + \frac{\rho}{\rho'} \left(\frac{1}{m} - 1 \right) \right\}} \quad (5)$$

ここで ρ および ρ' はそれぞれ、砥粒とラップ液の密度、 m はラップ剤濃度(重量比)である。したがって N と λ 以外はラッピング条件だけから決まる定数である。本研究では、シミュレーションの結果をMgO単結晶のラッピング実験結果と比較す

Fig.3 Simulated amount of additional supply of abrasives on assumption of constant breakage probability

ることを想定しているので、式(4)、式(5)中に用いる諸定数もラッピング実験に対応する値とした。それらの諸定数を表1にまとめる。

一方、定数 λ は統計学的に母集団の大きさ(ここでは砥粒総数に相当する) N と一定の関係が成立することが確かめられており⁶⁾、この関係と式(5)に表1の諸定数を代入して得られる N と λ の関係を連立させて、 $N = 10^{6 \sim 39}$ の値が得られた。この N および表1の各定数値を式(2)、式(4)に代入し、作用砥粒径は $X = 44.4\mu\text{m}$ と求められた。すなわちこの値が、初期分布形状として正規分布を持つ砥粒集団の初期作用砥粒径である。以下のシミュレーションでは、維持されるべき作用砥粒径の目標値としてすべてこの値を用いた。

4. 砥粒粒径分布の変化にともなう破碎確率の変動

前節において決定された初期作用砥粒径を用い、図1に示した方法にしたがって砥粒を追加供給する場合のシミュレーションを行った。その際、砥粒破碎確率をどのように設定するかによってシミュレーションの結果は大きく異なるものになることが予想される。

前報³⁾までに用いた仮定のように、破碎確率は砥粒粒径分布のいかにかわからず、粒径のみによって決定されたとすると、一定時間間隔ごとの追加供給量は常に一定となる。その理由は以下の通りである。図1の砥粒供給法によれば、追加供給を行った直後に初期作用砥粒径以上の粒径を持つ砥粒数は常に同じである。したがって、もし破碎確率が粒径のみによって決まるならば、次の供給時までには破碎し減少する砥粒数も毎回同じになるからである。このことは、シミュレーションを行うまでもなく当然得られるはずの結果である。この場合は、1回目の供給量をシミュレーションによって求めれば、その後は毎回同じ量を供給すればよいことになる。実際、上に述べた仮定に基づいて、1分ごとに砥粒追加供給を行いながら、20分までシミュレーションを行ったところ、毎回の追加供給量は図3に示すように上述の予想を裏付ける結果となった。図3において、追加供給量は、初期供給量に対する割合で示してある。各供給時間ごとのわずかな供給量の相違は、計算上の誤差によるものであろう。なお、図3のシミュレーションに用いた破碎確率、推移確率、砥粒増加率などのパラメータは、前報で用いたMgO単結晶のガラス板上におけるハンドラッピング実験および砥粒破碎試験をもとにして定められた値と同じである。

一方、もしも破碎確率が砥粒粒径のみならず、粒径分布にも影響を受けると仮定すると、砥粒供給量は図3とは異なる結果になることが予想される。この仮定が正しいとしても、ラッピングの経過とともに粒径分布が推移することにより、同一粒径の砥粒の破碎確率がどのように変化するかを正確に求めることはきわめて困難である。ただ、定性的には次のような予測は可能であろう。前節で求めた“作用砥粒径”は、すでに述べたように、“砥粒および工作物と接触して有効なラッピング作用を営む砥粒の粒径”のことである。しかしながら、ガラスやMgO単結晶のような弾性的（ぜい性的）材料に対しては、単に接触するだけで破壊などの有効なラッピング作用を営まない砥粒が存在すると思われる。今中では、この点を考慮して、前者を有効作用砥粒、後者を作用砥粒と呼んで区別している⁵⁾。すなわち、前節で求めた作用砥粒径 X は、今中の用法では有効作用砥粒径に相当する。さらに彼は、有効作用砥粒数と作用砥粒数の関係を示し、いくつかの例について有効作用砥粒数を計算している⁵⁾。今中の求めた有効作用砥粒数や砥粒径は、粒径分布関数を正規分布と仮定しているから、本シミュレーションのように時々刻々分布形状が変化する場合にはそのまま適用することは出来ない。しかし、有効作用砥粒径よりも小さい作用砥粒径が存在するという考え方は重要である。この考え方に従えば、砥粒の破碎や追加供給にともなって総砥粒数が増加すると、有効作用砥粒径と作用砥粒径の中間の粒径を持つ砥粒数も増加することになる。そうすると、荷重を分担するだけで有効なラッピング作用を営まない砥粒が増加することになるから、有効作用砥粒の破碎確率はそれだけ低下すると予想される。ここでは、以上述べたような原因による破碎確率の変化を次のように仮定した。

粒径分布の時間変化に伴って、作用砥粒径や作用砥粒数もまた刻々と変化するが、任意の分布形状に対して作用砥粒径は一般的に求められない。そこで、まず前節で求めた初期分布に対する有効作用砥粒径 X をしきい値として設定し、これより $y\%$ だけ小さい粒径を初期作用砥粒径 X' とする。 $X' = X(100 - y)/100$ である。初期状態において X および X' よりも粒径の大きい砥粒数を N_0 および n_0 とし、比 N_0/n_0 （初期状態においては、これは有効作用砥粒数と作用砥粒数の比になる）を求める。同様に、任意の時刻 t においても、それぞれの砥粒数を N_t および n_t とし、比 N_t/n_t を求める。初期状態における N_0/n_0 と、任意の時刻における N_t/n_t の相対比 i を破碎確率変動係数とする。すなわち、

$$i = \frac{n_0}{N_0} \times \frac{N_t}{n_t} \quad (6)$$

である。 i は、任意の時刻において、しきい値 X 、 X' 以上の粒径を持つ砥粒数の比が、初期状態のそれに対してどのように変動しているかを示す量で、初期状態 $t=0$ では当然 $i=1$ となる。時刻 t において、粒径が X' と X の間にある砥粒数が増加すれば、比 N_t/n_t は N_0/n_0 よりも小さくなるから、 i は1よりも小さくなる。この i を初期破碎確率に乘じて時刻 t における破碎確率を与えれば、粒径分布の変化に対応した破碎確率の変化を表すことが出来る。砥粒粒径のみによって決まる初期破碎確率 $p_0(x)$ は、表1の条件に対して

$$p_0(x) = \frac{1}{6.0M} \times \frac{x}{2M} \quad (7)$$

と与えられているので⁴⁾、これに式(6)の i を乗じて破碎確率の変動に対応させた。なお、以後のシミュレーションにおいて、作用砥粒径と有効作用砥粒径の相違を表す係数 y は10%と

Fig.4 Simulated amount of additional supply of abrasives on assumption of fluctuating breakage probability

した。この値はあくまでも仮定の値であるが、正規分布に対する今中の計算値⁵⁾ $X'/X \sim 0.92$ を参考にして設定した。

以上の考え方にしたがって砥粒追加供給を行いながら、粒径分布推移のシミュレーションを行い、供給時間ごとの供給量を求めた。砥粒供給時間間隔は、2分、1分、30秒とした。

5. 適正な砥粒追加供給量

前節で述べた考え方にしたがって刻々と砥粒破碎確率を変化させながら、一定時間間隔当たりの有効作用砥粒数の減少量をシミュレーションから求めた。その減少量を補うために必要な供給砥粒量を図4に示す。図4に示した追加供給量は、各供給時間における“適正な”供給量を示している。この適正追加供給量は、ラッピング時間の経過とともに減少しているが、次第に一定の値に収束している。ラッピング開始時の供給量の減少は、前節で述べた破碎確率の減少による。その後、時間の経過とともに有効作用砥粒径以下、作用砥粒径以上の粒径を持つ砥粒数が一定の飽和値に達し、供給量が一定値に近づくものと考えられる。一定供給量に達する時間は、供給時間間隔によらず

Fig.5 Comparison of measured grain diameter distributions between the cases with and without repeated supply of abrasives

Fig.6 Comparison of simulated grain diameter distributions between the cases with and without repeated supply of abrasives

ラッピング開始から16分程度とほぼ一定である。各供給時間ごとの供給量は、供給時間間隔によって異なるのは当然であるが、開始から20分間の総供給量は、供給時間間隔2分、1分、30秒に対してそれぞれ、初期供給量の29.9%、32.6%、34.1%となった。しかし、各供給時間における供給量は供給時間間隔の長い方が大きく、それだけ供給時の作用砥粒数の変化は大きいと考えられる。これらのことから、供給時間間隔が長いほど供給量の節約にはなるが、加工状態を一定に保つためにはより頻繁に供給する方が良いことがわかる。

6. 砥粒追加供給を行う場合のラッピング実験

シミュレーションから求められた砥粒の“適正追加供給量”が、実際のラッピングにおいても有効適切であるかどうかを実験的に判断するために、シミュレーションに用いたのと同じ表1に示した条件のもとでラッピング実験を行った。砥粒の追加供給量は前述の“適正”追加供給量とし、供給時間間隔は1分とした。同時に、ラッピング開始前に1回だけ砥粒を供給し、その後は追加供給を行わない場合についてもラッピング実験を行い、両者の粒径分布推移を実験的に求めた。粒径分布の測定方法については、前報²⁾までにすでに述べたのと同じであるからここでは省略する。

測定結果を図5に示す。図5には、とくに作用砥粒径付近の

粒径分布推移に注目するため、粒径が30μm以上の部分のみの分布を示した。各粒径における相対度数値は、粒径30μm以下の砥粒をも含めた、全体に対する値である。粒径測定用のサンプリング砥粒の個数が150個程度と少ないため、追加供給の有無による粒径分布推移状況の相違について断定的に結論を出すことは避けなければならないが、定性的には以下の相違点があげられる。第一に、すでに述べたように本実験における追加供給法では、粒径分布自体を一定に保つことは出来ず、それは図5にも現れているが、分布推移の速度が追加供給を行うことによって遅くなる傾向がはっきりと認められる点である。第二に、とくに有効作用砥粒径に相当すると思われる40～50μmの粒径を持つ砥粒の存在割合の時間的減少が、追加供給を行うことによって相当に小さくなっている。このことは、追加供給の効果を明らかに示しているものと考えられる。なお、比較のために、シミュレーションから求めた粒径分布推移の、砥粒追加供給の有無による相違を図6に示す。図6にも、図5に認められる追加供給の効果が明瞭に現れている。

7. 結 言

ラッピングにおける砥粒粒径分布推移のシミュレーションに基づいて適正な砥粒追加供給量を求める手法を提示し、ガラスラップ上でのMgO単結晶のラッピングを例として適正追加供給量を求めた。求められた追加供給量を与えながらラッピング実験を行って粒径分布を測定し、以下の結論を得た。

- (1) 適正な砥粒追加供給量を、砥粒の有効作用砥粒数を一定に保つという考え方からシミュレーションを用いて定める方法を提示した。
- (2) 有効作用砥粒の破碎確率が粒径分布形状にも依存するという仮定に基づいて、適正追加供給量の時間的変化を求めた。適正追加供給量は、初期にはラッピング時間の経過とともに減少するが、次第に一定値に収束する。
- (3) 追加供給の時間間隔が大きいほど、砥粒の総供給量は少なくすむが、加工状態を一定に保つためにはより頻繁に追加供給を行うほうがよい。
- (4) 砥粒追加供給実験における粒径分布の推移の状況は、明らかに無供給の場合と相違しており、シミュレーション結果と一致する傾向を示している。

参 考 文 献

- 1) 池田正幸：非金属結晶材料のラッピング機構に関する研究、電子技術総合研究所報告、709 (1970) 31。
- 2) 吉岡正人：ラッピングにおける砥粒粒径分布推移のシミュレーション、精密工学会誌、60, 10 (1994) 1439。
- 3) 吉岡正人、萩原純一：ラッピングにおける砥粒粒径分布推移のシミュレーション（第2報）、精密工学会誌、61, 9 (1995) 1269。
- 4) 吉岡正人、萩原純一：ラッピングにおける砥粒粒径分布推移のシミュレーション——砥粒破碎モデル試験結果の比較検討——、砥粒加工学会誌、41, 1 (1997) 20。
- 5) 今中 治：ガラスのラッピングに関する研究（第5報）、電気試験所彙報、25, 4 (1961) 283。
- 6) K.L. Johnson: Contact Mechanics, Cambridge University Press, Cambridge, (1985) 184。