ファジィ数理計画に基づく CO₂ レーザ加工条件の最適化*

布 引 雅 之** 木 暮 徹 志*** 長 谷 川 素 由**
奥 田 孝 一** 仁 木 努† 野 波 正 信††

Optimization of Cutting Conditions for CO₂ Laser Cutting based on Fuzzy Mathematical Programming

Masayuki NUNOBIKI, Tetushi KOGURE, Motoyoshi HASEGAWA
Koichi OKUDA, Tsutomu NIKI and Masanobu NONAMI

Although it is still difficult to clarify the relation between cutting quality and the cutting conditions with influencing of complexities of its cutting mechanism, laser cutting has been recognized to be an indispensable technology in the recent untraditional machining. This paper deals with methodology to optimize cutting conditions such as laser power, gas pressure and cutting velocity for CO₂ laser cutting of steel. This methodology has five stages. Firstly, experiments are carried out to collect data of surface characteristics produced under the various conditions. Secondly, using experimental data, multiple regression models of surface characteristics are constructed. Also, profit rate of CO₂ laser cutting is formulated. Thirdly, evaluation functions are determined as to fuzzy membership function. Fourthly, optimum cutting condition based on the fuzzy mathematical programming is deduced. Finally, the satisfactory cutting condition obtained by this methodology is verified experimentally.

Key words : CO₂ laser cutting, optimum cutting condition, multiple regression analysis, profit rate, fuzzy mathematical programming

1. は じ め に

CO₂ レーザ切断加工は、加工機は高価であるが、加工の高速性、自由度の大きさ、省工程化の便益に加えて、高付加価値加工や難削材料の加工に関しては他をもって替えがたい利点があるため、製造業においては板金加工を中心に広く普及¹⁾してきた。しかし、これまでに、CO₂ レーザ切断加工の加工特性値と加工条件の関係については実験的に解明しようとする研究^{2)~7)}は見受けられるが、レーザ切断プロセスそのものに関しては部分的にしか行われていない^{8)~12)}。したがって、実際の加工条件の設定においては、個々の加工対象ごとに試行錯誤的に決められているのが現状である。このように、加工条件の決定にあたっては実務者の直感、経験に大きく依存するため、公差や精度を考慮しすぎて加工条件を過度に安全側にたおしたり、加工条件の設定に個人差が生じることが多い。

一般に、レーザ切断実験は、各加工条件を独立に扱うのではなく、多角的に行いそれらの結果を総合的に取り扱う必要がある。本研究では、加工条件としてレーザ出力、送り速度、加工ガス圧を取りあげ、各加工特性値を多変量解析によって定式化するとともに、レーザ加工における利潤率についても定式化を試み、これらを評価関数として最適加工条件を求める。

ただし、一般にこれら評価項目には顧客より達成すべき水準が与えられているために、上記の評価関数には顧客の要求という情報も取り入れる必要がある。そこで、本手法では、評価項目間でトレードオフを行い、顧客にとって最も高い満足度を得られる加工条件が決定できるように、ファジィ数理計画法¹³⁾を適用した加工条件決定手法を提案する。

2. 本手法の概要

図1は、ここで行った最適加工条件の導出過程である。まず、予備実験を行い、各種の加工条件下で加工した切断部をセルフバーニング、ドロス付着、良好切断、裏面不良、ガウジングの5つに分類し、良好切断ができる加工空間を探索する。

次に、選定した加工空間において再度加工を行い、得られた加工面の各加工特性値を測定する。ここでは加工特性値として、切断面粗さ、カーフ幅、熱影響層厚さ、ドロス高さ、テーパ比を取り上げた。また、加工条件としてはレーザ出力、加工速度、加工ガス圧を採用し、水準を多角的に設定してレーザ切断加工実験を行う。さらに、加工実験結果を多変量解析により定式化する。一方、経済性に関する評価項目として利潤率を導入する。各評価項目に関する満足度評価には、希求水準と中間的な満足度の領域を持つ線形メンバシップ関数を導入する。

次に、ファジィ数理計画法を用いて最適化計算を行い最適加工条件を導出する。最適加工条件の決定に当たっては、ファ

Fig.1 Optimization method of cutting conditions

* 原稿受付 平成9年6月2日

** 正 会 員 姫路工業大学工学部 (姫路市書写2167)

*** 正 会 員 K T I セミコンダクター(株) (西脇市平野町302-2)

+ 光洋精工 (大阪市中央区南船場3-5-8)

++ 学生会員 姫路工業大学大学院

ジィ目標とファジィ制約の共通集合であるファジィ決定と呼ばれるファジィ集合を作成し、最大化決定法により最適加工条件を決定する。最後に、得られた最適加工条件の追認実験を行う。

3. 実験

3.1 実験条件

実験には三菱電機(株)社製CO₂レーザ加工機ML806T-3016Sを用いた。ビームはTEM₀₀モードで連続発振させ、焦点距離127mmのZn-Se製メニスカスレンズによりスポット半径0.1mmの領域に集光する。表1は実験条件である。加工因子としてレーザ出力、加工速度、加工ガス圧を取りあげ、レーザ出力は400、500、600Wの3水準に、加工速度は500、1000、2000、3000、4000、5000mm/minの6水準に、加工ガス圧は98、196、294kPaの3水準にそれぞれ設定した。ここでは加工速度が加工特性に最も大きく影響すると考えられるために、多くの水準を設定している。ただし、焦点位置は被加工材表面、加工ガスは酸素、加工ガスノズル径は1.5mmとし、加工実験中は一定に維持した。被加工材にはSPCC(第一種冷間圧延鋼、厚さ1mm)を用いた。

Table 1 Factors and levels on experimental conditions

Factors	Levels
Laser power P W	400, 500, 600
Cutting velocity V mm/min	500, 1000, 2000, 3000, 4000, 5000
Gas pressure p kPa	98, 196, 294

3.2 品質評価項目

図2はレーザ切断後の試料断面の模式図である。図には加工品質を評価するために本研究で考慮した5つの加工特性値とその測定箇所を示している。切断面粗さとしては中心線平均粗さRaを取り上げ、切断面中央部5か所においてストライエーションと直角方向、すなわちレーザ切断方向と同方向に測定し、それらの平均値を用いた。カーフ幅Kerfは試料表面を上方から観察した場合の切断溝幅の最大値で表した。ドロス高さDrossはレーザ切断部に付着しているドロスを観察し、その高さの最大値を測定値とする。熱影響層厚さHAZは、レーザ切断方向に対して直角に切断した断面の中央部5か所の熱影響層厚さを測定し、その平均値を用いる。熱影響層厚さは、レーザ切断方向に直交する断面を研磨、腐食した後に顕微鏡を用いて測定した。テーパ比Taperは、試料上部テーパのみを考え式(1)で定義する。ここでhは試料上面からのテーパの深さであり、bは試料上面からの深さhにおける切断溝幅である。

Fig.2 Characteristics of laser cut surface

4. 加工特性値に関する重回帰式

まず3つの加工因子、レーザ出力P、加工速度Vおよび加工ガス圧pを式(2)により、それぞれ x_1 、 x_2 、 x_3 でコード化して実験を行い、その結果に基づき加工特性値と加工因子の統計的モデルを多変量解析により求める。

$$x_1 = \frac{P-500}{500-400}, x_2 = \frac{V-3000}{3000-2000}, x_3 = \frac{p-196}{196-98} \quad (2)$$

導出する重回帰モデルは3次モデルを基準とした。また、変数増減法による変数選択を行い、影響の少ない項は削除した。多変量解析結果の一部を以下に示す。式(3)、(4)はそれぞれ、切断面粗さとカーフ幅について有意水準5%で得られた重回帰式である。それぞれの決定係数 R^2 は0.859と0.892であった。

a) 切断面粗さ (Ra)

$$P_1(X) = 1.893 - 0.380 x_3 - 0.103 x_1 x_2 - 0.131 x_2 x_3 + 0.214 x_2^2 - 0.547 x_3^2 - 0.076 x_2^3 + 0.097 x_2^2 x_3 \quad (R^2=0.859) \quad (3)$$

b) カーフ幅 (Kerf)

$$P_2(X) = 282.636 + 7.917 x_1 - 7.405 x_2 - 5.650 x_3 + 2.083 x_1 x_3 - 1.265 x_2^2 - 1.565 x_2^2 x_3 + 2.917 x_3^2 x_1 + 2.000 x_3^2 x_2 \quad (R^2=0.892) \quad (4)$$

同様に、熱影響層厚さ、ドロス高さ、テーパ比についてもそれぞれ回帰式を求めた。これらの決定係数はそれぞれ0.896、0.817、0.731であった。ただし、これらの実験式は良好な切断が可能な加工条件内での実験結果より求めたものである。式中のXには次式で設定した実験空間を満足するという制約を与えている。

$$\begin{aligned} -1.0 &\leq x_1 \leq 1.0 \\ X = \{x_1, x_2, x_3\} \quad -2.5 &\leq x_2 \leq 2.0 \\ -1.0 &\leq x_3 \leq 1.0 \end{aligned} \quad (5)$$

良好な切断ができる実験空間内において、すべての加工特性値に対して寄与が大きい加工変数は、加工速度および加工ガス圧であった。レーザ出力については、400Wから600Wの範囲内では、加工特性に与える影響が加工速度や加工ガス圧に比べて小さいことがわかった。

図3はレーザ出力を400Wに固定し、加工速度Vと加工ガス圧pをパラメータとして描いた各特性値の重回帰式の3次元グラフィックスを示している。除去領域の幾何形状を表す粗さとカーフ幅については、加工速度2 m/minの前後で傾向が異なっていた。図4に示すように、低加工速度の加工条件では加工面にストライエーションが観察されたが、高加工速度では明らかなストライエーションは観察されなかった。これは、加工速度が遅い場合、酸化反応が周期的に生じる度にカッティングフロントが加工速度より早い酸化反応速度(約2m/min)で進行するが、加工速度が遅い場合、カッティングフロントの進行速度は加工速度に支配されるためであると考えられる。熱影響層厚さおよびドロス高さは、加工速度、加工ガス圧の増加に対して減少する傾向がある。これは、加工速度が速くなるにつれて、過

Fig.3 Schematic view of multiple regression model
Laser power: 400w , Material: SPCC

Fig.4 Cutting surface and profile

Laser power: 400W
Gas pressure: 294kPa
Material: SPCC

剰なエネルギーが切断部以外には蓄積されないためと考えられる。一方、テーパ比のモデルは凹型になっている。これは式(1)は上部テーパだけを考慮していたが、実際には下部での2次燃焼の影響を受けたためと考えられる。

各特性値を比較すると傾向が異なる点があり、すべての特性値について高い満足度を期待する場合、得られる加工条件にトレードオフ条件を課す必要が生じる。ここでは、加工特性値に加えて、経済的な観点から利潤率を導入する。以上、6つの評価項目を用いて、顧客の要求に対応した最適加工条件を導出する。

5. 利潤率モデル

加工条件の最適化を図るために、加工特性の他に経済的項目を加える必要がある。ここでは利潤率を取り上げる。一般に利潤率 c は単位生産時間 t における単位収益 r と単位生産費用 u との差(すなわち利潤)である。次に各項目について説明する。

5.1 単位生産時間

ある製品をPN個(piece)加工する場合の単位生産時間 t (min/pc)は単位準備段取り時間 t_p (min/pc)、単位実加工時間 t_w (min/pc)および単位保守時間 t_m (min/pc)の和として式(6)で与えられる。

$$t = t_p + t_w + t_m = \left(\frac{T_{NC}}{PN} + \frac{T_{Lot}}{LS} \right) + \frac{C_1}{V} \quad (6)$$

ただし、

$$C_1 = (1 + \alpha \frac{T_e}{T_0}) \cdot L \quad (7)$$

上式では、LSはロットサイズ、 T_{NC} (min)はNCプログラム作成時間、 T_{Lot} (min)はロットサイズLS個の段取り時間、 T_e (min)は保守(ここでは主としてレーザガス交換時間)に要する時間、 T_0 (min)はレーザガス封じ切り時間、 α は総発振時間と実加工時間の比、およびLは加工経路の距離(mm)である。このように単位生産時間は加工速度 V (m/min)の関数として表される

5.2 単位生産費用

単位生産費用 u (¥/pc)は、単位材料費 k_m (¥/pc)、単位直接労務費 k_w (¥/pc)の和であり式(8)のように表される。

$$u = k_m + k_w = k_{md} + \frac{L}{V} \{ f(P) + g(p) + C_2 \} + t \cdot D_w \quad (8)$$

ただし、

$$f(P) = \frac{B_{ep}}{\varepsilon} \cdot P \quad (9)$$

$$g(p) = B_{pro} \cdot (0.2777 \cdot p + 31.714) \quad (10)$$

$$C_2 = B_{La} \cdot S_{La} \cdot \frac{\alpha}{T_0} \quad (11)$$

以上より、 k_{md} は原材料費(¥/pc)、 D_w は単位労務費(¥/min)、 ε は加工機の電力変換効率、 B_{ep} は電力単価(¥/wmin)、 B_{pro} は加工ガス単価(¥/l)、 B_{La} はレーザガス単価(¥/l)および S_{La} (l)はレーザガス封入量である。このように単位生産費用はレーザ出力 P 、加工速度 V および加工ガス圧 p の関数として表される。

5.3 利潤率

利潤率 c (¥/min)は製品1個当たりの収益 r (¥/pc)とすると式(12)で表せる。

$$c = \frac{1}{t} [r - k_{md} - \frac{L}{V} \{ f(P) + g(p) + C_2 \}] - D_w \quad (12)$$

Table2 Coefficients of the profit rate

PN 1000 pc	T _c 60 min	B _{po} 1.6 ¥/l	S _{La} 4.77 l
LS 24 pc	T _o 1440 min	B _{cp} 0.2E-3 ¥/wmin	D _w 50 ¥/min
T _{NC} 30 min	a 1.5	B _{La} 63.8 ¥/l	L 520 mm
T _{Lot} 2 min	r 111 ¥/pc	k _{md} 33 ¥/pc	ε 0.044

式 (12) において、加工条件 P , p , V をそれぞれ式 (2) で規準化し、各定数に値を代入すると式 (13) が得られる。これを最適加工条件決定のための評価項目の一つとして $P_6(X)$ とする。計算に必要な値は一般的な切断加工に基づいて表 2 のように設定した。なお、表中の加工ガス、レーザガスの体積は圧力 490kPa 時の値である。

$$P_6(X) = \frac{-14196 x_1 + 67835 x_2 - 22642 x_3 + 57928}{113.3 x_2 + 892.4} \quad (13)$$

6. 最適加工条件の導出

前章までに、加工特性に関する評価項目として 5 項目、経済性に関する評価項目 1 項目を取りあげ、それぞれ定式化した。

本章では、上記の各式に対して、顧客の要求を表す「評価項目-満足度関数」を考慮した評価関数を作成し、ファジィ数値計画法を適用して加工条件の最適化を行う。

6.1 メンバシップ関数の設定

意志決定者は各評価項目について主観的な判断基準を持っており、通常、その主観的判断基準には曖昧さが含まれている。これは「目標 P をだいたい s 以下 (以上) にしたい」というファジィ目標であり、このような意志決定者の主観的判断基準をファジィ集合論における線形のメンバシップ関数で表現する。

ただし、ファジィ数値計画法に用いる評価関数は、加工因子と満足度の関数であるので、上記のメンバシップ関数を加工因子と満足度の関数に変換する必要がある。この評価関数は一般に非線形関係になる。

一例として切断面粗さ $P_1(X)$ に関する評価関数の作成過程を図 5 に示す。A 軸は切断面の粗さ $P_1(X)$ 、B 軸は各粗さを生成する加工条件 X 、C 軸は粗さの満足度 $\mu_1(X)$ である。まず、図の A-C 平面にファジィ目標の線形メンバシップ関数を設定する。具体的には、まず各加工特性値関数 $P_i(X)$ を最適にするそれぞれの加工条件 X_i において生成される粗さの値 $P_1(X_i)$ を求める。これらの $P_1(X_i)$ について顧客の満足度を区間 $[0, 1]$ の

Fig.5 Fuzzy goal and evaluation function

値で確定する。ここで得られた加工特性値と満足度の関係を線形関数で近似し、希求水準 s_i と中間的な満足度をもつ区間 d_i を決定する。次に、加工特性値の A-B 平面の回帰モデルを介して、B-C 平面に加工条件と粗さに関する満足度の評価関数を作成する。

6.2 ファジィ数値計画

代替案の集合 X 上にファジィ目標 G 、ファジィ制約 C が与えられたときの意思決定では、ファジィ目標 G とファジィ制約 C の共通集合であるファジィ決定 D を用いる¹⁴⁾。ファジィ決定 D は式 (14) で定義される。また、そのメンバシップ関数 $\mu_D(X)$ は各メンバシップ関数を最小オペレータに従い統合化した式 (15) で表される。ファジィ決定 D における意思決定として、 D に帰属する度合いを最大にする X を選ぶ最大化決定を用いる。

$$D = G \cap C \quad (14)$$

$$\mu_D(X) = \min(\mu_G(X), \mu_C(X)) \quad (15)$$

ここで、式 (15) を計算機上で取り扱えるように、これと等価な数値計画問題に変換する。最適加工条件の数値的決定問題を、補助変数 λ を導入して非線形計画問題の形に帰着させ、ファジィ決定のメンバシップ関数 $\mu_D(X)$ を最大にするような X^* を求める。 λ の最大値 $\lambda(X^*)$ がファジィ決定 μ_D の値であり、それを与える X^* が最適加工条件となる。

$$\mu_D(X^*) = \sup \mu_D(X) \quad (16)$$

なお、非線形計画法の計算には制約条件付き最小化問題の解法として「逐次 2 次計画法 (SQP 法)」を用いた。

Fig.6 Membership functions of evaluation functions

Table 3 Coefficients of membership functions

$P_i(X)$	$P_1(X)$ Ra μm	$P_2(X)$ Kerf μm	$P_3(X)$ HAZ μm	$P_4(X)$ Dross μm	$P_5(X)$ Taper c	$P_6(X)$ ¥/pc
S_i	1.5	250	40	0	0.12	150
d_i	0.5	20	20	50	0.02	50

7. 計 算 結 果

図 6 (a) は 5 つの加工特性値と満足度に対して設定したメンバシップ関数であり、図 6 (b) が利潤率と満足度に対して設定したメンバシップ関数である。表 3 は各メンバシップ関数に対して設定した希求水準 s_i と中間的な満足度を持つ区間 d_i の値を示している。ここで、例えば切断面粗さに関しては、0～1.5 の区間は満足度 1 で、1.5～2.0 の区間の満足度は図のように線形に変化し、2.0 よりも大きい領域では満足度は 0 となる。

評価項目のメンバシップ関数 $\mu_i(X)$ ($i=1\sim6$) を統合したファジィ決定のメンバシップ関数 $\mu_D(X)$ は式 (17) によって与えられる。従ってファジィ意志決定は、最大化決定に基づく式 (18) で求められる。

$$\mu_D(X) = \min(\mu_1(X), \mu_2(X), \mu_3(X), \mu_4(X), \mu_5(X), \mu_6(X)) \quad (17)$$

$$\mu_D(X^*) = \max_{X^* \in X} \mu_D(X) \quad (18)$$

ここで、補助変数 λ を導入することにより式 (19) ～ (21) に示す非線形計画問題の形に帰着でき、最小オペレータに従って統合した最小メンバシップ関数を最大にするような X^* を求める問題と等価ととらえて解析が可能である。 $\lambda(X)$ の最大値 $\lambda(X^*)$ がファジィ決定 μ_D の値であり、それを与える X^* が最適加工条件となる。

$$\lambda(X) \rightarrow \text{Max} \quad (19)$$

Subject to

$$1 - \frac{P_i(X) - s_i}{d_i} \geq \lambda(X) \quad (i=1\sim5) \quad (20)$$

$$1 - \frac{s_6 - P_6(X)}{d_6} \geq \lambda(X) \quad (21)$$

表 4 は、先に設定したメンバシップ関数を制約条件とした場合の被加工材 SPCC に対する最適加工条件である。また、表 5 はこの最適加工条件における各加工特性値と満足度の計算結果である。本ケーススタディにおいてはファジィ決定 $\mu_D(X^*)$ の値は 0.678 であった。これはすべての評価関数を統合して得た選考解は、評価関数全体に対して 7 割程度の満足度が得られることを意味している。

次に、本手法によって求められた加工条件について、追認実験を行った結果が表 6 である。期待値は本手法により推定された最適加工条件での加工特性値である。実験結果は、20 回の追認実験より得られた実際の加工データの平均値で、これらの結果は本手法の有用性を示している。

Table 4 Optimum cutting conditions

Factors	Laser power P	Cutting velocity V	Gas pressure P
Optimum value	400W	4200mm/min	265kPa

Table 5 Expectation and its satisfactory level

Characteristics	Ra μm	Kerf μm	HAZ μm	Dross μm	Taper	c ¥/pc
Expectation	1.6	256	46	0.0	0.108	134
Satisfaction	0.747	0.679	0.711	1.000	1.000	0.679

Fuzzy Decision $\mu_D(X^*) = 0.678$

Table 6 Experimental results

Characteristics	Expectation	Experimental result	
		Mean	Variance
Ra μm	1.6	1.69	0.0262
Kerf μm	256	255.0	15.9
HAZ μm	46	46.9	15.7
Dross μm	0	0	0
Taper μm	0.108	0.090	2.59E ⁻⁵

8. 結 言

本研究は、CO₂ レーザ加工における最適加工条件をファジィ数値計画によって求める一つの手順を提案した。最適加工条件の決定に当たっては、加工特性値および利潤率のモデルを評価関数としている。

まず、加工特性値に関する評価項目として切断面粗さ、カーフ幅、熱影響層厚さ、ドロス高さおよびテーパ比を取りあげた。良好な切断ができた場合の実験データに基づいて加工特性値と加工条件の重回帰モデルを求めた。また、この実験空間（レーザ出力 400～600W、加工速度 0.5～5.0m/min、ガス圧 98～294kPa）においては、レーザ出力が加工特性値に及ぼす影響は小さいことがわかった。

次に、経済性に関する評価項目として利潤率を取りあげ、レーザ加工における利潤率を定式化し、レーザ出力、加工速度およびガス圧の関数として表現できることを示した。

本手法の有用性を実証するための具体的なケーススタディを行った結果、最適加工条件としてレーザ出力 400W、加工速度 4.2m/min、ガス圧 265kPa が得られ、追認実験によってその妥当性を確認した。

参 考 文 献

- 安永暢男：レーザが変える加工技術，海文堂，(1992)。
- 有年雅敏ほか：アルミニウム合金薄膜のレーザ切断に関する研究，日本機械学会論文集 (C 編)，54, 507 (1988) 2794。
- 金岡 優：レーザ切断精度におよぼすビーム集光特性の影響，日本機械学会論文集 (C 編)，56, 531 (1990) 3116。
- 金岡 優：軟鋼厚板のレーザ切断面品質に関する研究，日本機械学会論文集 (C 編)，57, 539 (1991) 2441。
- 金岡 優：レーザ切断精度におよぼす偏光度の影響，日本機械学会論文集 (C 編)，57, 544 (1991) 3997。
- 宮本 勇：レーザ切断のメカニズム，第 30 回レーザ熱加工研究会論文集，7 (1993) 1。
- 西川和一：レーザ切断における重要因子とビーム計測技術，第 27 回レーザ熱加工研究会論文集，1 (1992) 49。
- F. O. Olsen : Fundamental Mechanisms of Cutting Front Formation in Laser Cutting, Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng. (USA), 2207, (1994) 402。
- Y. Arata, H. Maruo, I. Miyamoto and S. Takeuti : Dynamic Behavior in Laser Gas Cutting of Mild Steel, Trans. JWRI, 8 (2), (1979) 15。
- L. Cai and P. Sheng : Analysis of Laser Evaporative and Fusion Cutting, ASME PED (Am. Soc. Mech. Eng. Prod. Eng. Div.), 68, 1 (1994) 469。
- M. J. Hsu and P. A. Morian : Thermochemical Modeling in CO₂ Laser Cutting of Carbon Steel, J. Mat. Sci., 29 (1994) 5607。
- P. Di Pietro and Y. L. Yao : A Numerical Investigation into Cutting Front Mobility in CO₂ Laser Cutting, Int. J. Mach. Tools Manufact., 35, 5 (1995) 673。
- 矢川元基：ファジィ推論－計算力学・応用力学への応用，培風館，(1991)。
- 坂和正敏：ファジィ理論の基礎と応用，森北出版 (1989)。