ボールエンドミル加工の再生びり振動に関する研究 (第1報)*

— 振動発生限界の理論的解析 —

田中久隆** 小幡文雄** 足森雅己*** 松原十三生†

Study on Regenerative Chatter Vibration in Ball End Milling (1st Report)
- Theoretical Analysis of Chatter Stability Limit -

Hisataka TANAKA, Fumio OBATA, Masami ASHIMORI and Tomio MATSUBARA

The chatter stability in ball end milling is analyzed using a feedback theory. The instantaneous depth of cut is determined by a simple cutting model. The dynamic cutting force due to the penetrating velocity of a cutter is considered in the cutting process. The unstable region is investigated on a surface machined during one cutting. The results obtained are as follows. The chatter vibration occurs easily in the region where the instantaneous depth of cut is small. The chatter stability is high when cross-feed normal to tool-feed direction is downward. Up milling has a high stability compared with down milling. Higher stability is obtained if lower cutting speed is chosen. Depth of cut does not affect the chatter stability except the case of "downward cross-feed and up milling." High stiffness, high natural frequency and high damping ratio of the clamping system of the end mill results in a high stability.

Key words: ball end milling, chatter stability, dynamic cutting force, feedback theory, unstable region

1. 緒 言

金型製作などに欠かせないエンドミル加工では、エンドミル自身の剛性や振動減衰性が低いため再生びり振動が容易に発生し、生産性や仕上げ面性状に悪影響を及ぼす。そのため、再生びり振動に対する安定領域を正確に把握し、振動の生じない安定な切削を行わなければならない。

スクエアエンドミル加工の再生びり振動については、これまでTlustý¹⁾やTsai²⁾によるびり安定性解析に関する研究、あるいは佐野³⁾による時間領域でのエンドミルの挙動に関する研究などがある。それに対してボールエンドミル加工では、従来再生びり振動に関する研究は見あらず、切削力特性に関する研究⁴⁾⁵⁾、あるいは加工精度や仕上げ面生成機構に関する研究⁶⁾⁷⁾が報告されているだけである。

そこで本研究では、著者が既に報告したスクエアエンドミル加工の再生びり振動理論⁸⁾をボールエンドミル加工に適用し、切削面における振動発生領域を調べるとともに、振動発生限界に及ぼす切削パラメータの影響を考察した。なお、工具の切込み方向の振動速度に比例する切削力、いわゆる動的切削力と切れ刃各部のねじれ角は振動発生限界に大きな影響を及ぼすと考えられるので、これらを考慮して解析を行った。

2. 理 論 解 析

2.1 瞬間切削力

本研究では、切削送りを傾斜面に沿って水平に与える切削方

(a) Section containing axis of rotation

(b) Section normal to axis of rotation

Fig. 1 Cutting model for ball end milling

* 原稿受付 平成9年8月26日

** 正 会 員 鳥取大学工学部 (鳥取市湖山町南4丁目101番地)

*** 正 会 員 鳥取県工業試験場 (現、鳥取県商工労働部; 鳥取市東町2丁目110番地)

† 正 会 員 名古屋工業大学 (名古屋市昭和区御器所町)

式を考える。

ボールエンドミル加工における切込み深さは、図1に示すようにエンドミルの回転とともに変化するだけでなく、切れ刃の各点でも異なる。図1(a)は、エンドミル刃先部を回転軸を含む断面で見た図である。図中、 R はボール部半径、 a は垂直方向切込み、 f_p はピックフィード、 θ は被削材傾斜角である。図1(b)は、図1(a)の切れ刃上の一点Gを通り回転軸に垂直な断面をエンドミル上方から見た図である。 f は1刃当たりの送り、 ω はエンドミル回転角速度である。

いま、エンドミル刃先部の中心を加工面に対して平行に点 O_0 から点 O へ移動させた後（上向きピックフィード）、 X 軸のマイナス方向にエンドミルを送った場合（上向き削り）を考える。1パスの切削で除去されるのは、図1(a)に示す領域D-E-F-Dである。角度 ψ における線分GIは、刻々変化する実切込み深さではなく、1回の切削による切込み深さを $Y-Z$ 平面に投影したもので、ここでは見かけの切込み深さと呼ぶ。この見かけの切込み深さは、図1(a)中の点Iの Z 座標値 Z'_I を用いて

$$S_i(\psi) = 1 + \frac{Z'_I}{\cos\psi} \quad (1)$$

と表すことができる。ただし、上式の $S_i(\psi)$ 、 Z'_I は R で無次元化したものである。各時刻における実切込み深さを厳密に計算するのはかなり難しい。そこで、GH断面の $S_h(\psi)$ （これを、干涉深さと呼ぶ）を考える。 $S_h(\psi)$ はエンドミルの回転とともに変化するが、計算するのは容易である。そこで、切れ刃各点の実切込み深さは干涉深さ $S_h(\psi)$ と同様に変化し、 $S_h(\psi)$ が最大値に達するとき、つまり刃先が点Mに達するとき最大値になると仮定する。このように考えると、実切込み深さの最大値 $S_{\max}(\psi)$ は見かけの切込み深さ $S_i(\psi)$ を用いて

$$S_{\max}(\psi) = \sin(\theta + \psi)$$

$$-\sqrt{\sin^2(\theta + \psi) - 2F_f \sqrt{\sin(\theta + \psi) \cdot S_i(\psi) - \{S_i(\psi)\}^2} + F_f^2} \quad (2)$$

と書ける。ここで、 $F_f = f/R$ である。さらに、実切込み深さは $S_{\max}(\psi)$ に達する前後で直線的に変化するとみなせば、

$$u(\phi, \psi) = \frac{\phi - \phi_1}{\phi_2 - \phi_1} S_{\max}(\psi) \quad (\phi_1 \leq \phi < \phi_2) \quad (3)$$

$$u(\phi, \psi) = \frac{\phi_3 - \phi}{\phi_3 - \phi_2} S_{\max}(\psi) \quad (\phi_2 \leq \phi \leq \phi_3) \quad (4)$$

と表せる。ただし、 ϕ_1 、 ϕ_2 および ϕ_3 は切削開始点A、干涉深さの最大点M、そして切削終了点Cの切れ刃回転角である。

式(3)、(4)で表される切込み深さを用いると、微小切れ刃要素に作用する切削力は次式のように表される。

$$dF = \frac{\tau_s \cdot R^2 \cdot u(\phi, \psi)}{\sin\phi_s \cdot \cos(\phi_s + \beta - \alpha)} d\psi \quad (5)$$

ここで、 τ_s は被削材のせん断強さ、 ϕ_s はせん断角、 β は摩擦角、 α は傾斜切削における有効すくい角である。 dF を主分力 dF_c と背分力 dF_n に分け、切削に関わっている切れ刃部について積分すると、 X 軸および Y 軸方向の切削力 F_{0X} 、 F_{0Y} は

$$F_{0X}(\phi) = \int_{\psi} \cos\phi dF_c + \int_{\psi} \sin(\theta + \psi) \cdot \sin\phi dF_n \quad (6)$$

Fig. 2 Block diagram of regenerative chatter vibration

$$F_{0Y}(\phi) = \int_{\psi} \sin\phi dF_c - \int_{\psi} \sin(\theta + \psi) \cdot \cos\phi dF_n \quad (7)$$

と表される。なお、一般にエンドミルの Z 軸方向の剛性と Z 軸まわりのねじり剛性は、エンドミルのたわみ剛性に比べて高いので、本研究では $X-Y$ 平面におけるたわみ振動だけを考える。また、再生びびり振動の発生は瞬間切りくず厚さの変化に起因するものであるから、エンドミルの振動方向は図1(b)の y 軸方向と仮定し、1自由度の振動モデルで近似する。

2.2 再生びびり振動の発生限界

ボールエンドミル加工で振動が生じる場合、ボール部最下点から角度 $\theta + \psi$ にある微小切れ刃要素 i の瞬間切込み深さ $u_i(t)$ は次のように表される。

$$u_i(t) = u_{0i}(t) - \sin(\theta + \psi) \{y(t) - y(t - \tau)\} \quad (8)$$

ここで、 $u_{0i}(t)$ は振動が生じないときの切込み深さ、 $y(t)$ は現在の工具変位、 $y(t - \tau)$ は前回切削時の工具変位、 τ は切削の周期である。工具の振動速度に比例する動的な切削力を考慮すると⁸⁾、 $X-Y$ 平面における瞬間切削力は次のように書ける。

$$F_{XY}(t) = \sum_i \left\{ \Delta k_{cXY} u_i(t) - \frac{\Delta k_{cXY} u_{0i}(t) (\cot\phi_s - \tan\delta)}{V \sin(\theta + \psi)} \dot{y}(t) \right\} \quad (9)$$

ここで、 Δk_{cXY} は微小切れ刃要素に対する切削剛性、 $\delta (= \beta - \alpha)$ は切削力方向、 V は切削速度、 $\dot{y}(t)$ は工具変位速度であり、 Σ は切削に関わっている微小切れ刃要素について加算することを意味している。式(9)に式(8)を代入すると、瞬間切削力は

$$F_{XY}(t) = F_{0XY}(t) - \sum_i \left\{ \Delta k_{cXY} \sin(\theta + \psi) \{y(t) - y(t - \tau)\} \right\} - k_d \dot{y}(t) \quad (10)$$

と表される。ただし、

$$F_{0XY}(t) = \sum_i \{ \Delta k_{cXY} u_{0i}(t) \} \quad (11)$$

$$k_d = \frac{F_{0XY}(t) (\cot\phi_s - \tan\delta)}{V \sin(\theta + \psi)} \quad (12)$$

である。なお、式(10)の右辺第1項 $F_{0XY}(t)$ は振動が生じないときの $X-Y$ 平面の切削合力で、前節の式(6)と式(7)から求められる。式(10)をラプラス変換すると次式が得られる。

$$F_{XY}(s) = F_{0XY}(s) - \sum_i \left\{ \Delta k_{cXY} \sin(\theta + \psi) Y(s) (1 - e^{-s\tau}) \right\} - k_d \cdot s Y(s) \quad (13)$$

一方、工具変位と瞬間切削力の関係は1自由度振動系の場合、

Fig. 3 Three-dimensional cutting model for ball end milling (Up-Up)

Fig. 4 Unstable region generated during one cutting (Up-Up)

Fig. 5 Unstable region generated during one cutting ($f = 0.06 \text{ mm/tooth}$)

$$\frac{Y(s)}{F_{XY}(s)} = \frac{1}{k_m \left\{ \left(\frac{s}{\omega_n} \right)^2 + 2\zeta \left(\frac{s}{\omega_n} \right) + 1 \right\}} = \frac{1}{k_m} G_m(s) \quad (14)$$

となる。ここで、 k_m は方向性をもつ構造剛性（ $= k / \cos(\lambda - \phi)$ ， λ ：切削力 F_{XY} がY軸となす角）であり、また $\omega_n = \sqrt{k/m}$ ， $\zeta = c / 2\sqrt{mk}$ である。式(13)と(14)から、再生びり振動に対するブロック線図は図2のようになる。図2に示されるフィードバック系の安定性は、 $F_{0XY}(s)$ に対する $F_{XY}(s)$ の伝達関数の特性方程式から決定され⁹⁾、振動発生限界は次式で表される。

$$\frac{\sum_i \{ \Delta k_{cXY} \sin(\theta + \psi) \}}{k_m} = 2 \left(\zeta + \frac{k_d \omega_n}{2k_m} \right) \left(1 + \zeta + \frac{k_d \omega_n}{2k_m} \right) \quad (15)$$

3. 理論解析結果

本研究では、切削条件とボールエンドミルの仕様・支持系振動特性に標準値を設定し、影響を調べる変数以外はこの標準値を用いて数値計算を行った。標準値は、切削条件については切削速度22m/min、ピッチフィード4mm、切込み1.5mm、被削材傾斜角45°とし、ボールエンドミルについては1枚刃、直径25mm、剛性 $k = 7 \text{ MN/m}$ 、固有振動数 $F_n = 1500 \text{ Hz}$ 、減衰比 $\zeta = 0.1$ とした。これらの振動特性値は、軸まわりの方向性がほとんどないエンドミルの実測値を参考にした。また、被削材のせん断強さ τ_s は686MPa、切れ刃の垂直すくい角 α_n は5°、摩擦角 β は40°と仮定し、せん断角 ϕ_s はMerchantの第1切削方程式より求めた。なお、ボール部の切れ刃ねじれ角 γ は、工具顕微鏡により切れ刃部を計測し、以下に示す ψ^* の2次式で表した。

$$\gamma = -0.00121\psi^{*2} + 0.339\psi^* + 4.56 \quad (16)$$

ここで、 ψ^* はボール部最下点からの切れ刃の角度である。

本研究で対象としている傾斜面加工では、上向きピッチフィード・上向き削り(Up-Up)，下向きピッチフィード・上向き削り(Down-Up)，上向きピッチフィード・下向き削り(Up-Down)，下向きピッチフィード・下向き削り(Down-Down)の4つの切削方式がある。以下、各切削方式を上記かっこ内の呼称で表す。

3.1 再生びり振動の発生領域

図3は、ボールエンドミルによる傾斜面加工の模式図を示している。切削方式はUp-Upである。図中、1刃による1回の切削で生成される切削面は領域A-B-C-Aである。この領域を平面にしたものが図4に示される切削面展開図である。図4において、縦軸は傾斜加工面に垂直な Z' 軸から測った切れ刃の角度 ψ であり、横軸はエンドミルの回転角 ϕ である。右ねじれの切れ刃の場合、切削面展開図の左下端の点Bから切削が始まり、主軸の回転とともに切れ刃は右へ移動し、右尖端点Cで切削が終了する。図中、灰色で示された部分が再生びり振動の発生領域を表している。なお、切れ刃を表す線が多少湾曲しているのは、切れ刃にねじれがついているためである。

図4(a)は1刃当たりの送り $f = 0.1 \text{ mm/tooth}$ の場合であり、再生びり振動は発生しない。図4(b)に示すように、1刃当たりの送りを 0.06 mm/tooth と小さくすると再生びり振動が発生する。これらの図から、再生びり振動の発生限界は図の(a)と(b)の間にあることがわかる。送りを 0.02 mm/tooth とさらに小さくすると、再生びり振動の発生領域は切削面展開図のほとんどの領域に広がる(図4(c))。

図5に、Up-Up以外の3つの切削方式における振動発生領域を示す。なお、1刃当たりの送りはすべて $f = 0.06 \text{ mm/tooth}$ である。図5および1刃当たりの送りがそれと同じ図4(b)をあわせて考えると、以下のことがわかる。同じ上向き削りの場合、図5(a)の下向きピッチフィードより図4(b)の上向きピッチフィードの方が振動が発生しやすい。これは下向き削りの図5(b)と図5(c)でも同様である。下向きピッチフィードで振動が発生しにくい

Fig. 6 Influence of cutting speed on chatter stability

Fig. 7 Influence of depth of cut on chatter stability

Fig. 8 Influence of cross-feed on chatter stability

Fig. 9 Influence of inclination angle of workpiece on chatter stability

は、切削速度の低いエンドミル中心部で主に切削が行われるので、動的切削力の項（式(15)右辺の k_d の項）が大きくなり、安定性が増すためと考えられる。

ピックフィード方向が同じ場合を比べると、上向きピックフィードの図4(b)と図5(b)では少しわかりにくいですが、下向きピックフィードの図5(a)と図5(c)より、下向き削りで振動が発生しやすいと言える。また、これら4つの図から再生びり振動は、いずれも瞬間切込み深さが小さい箇所が発生することがわかる。すなわち、上向き削りでは切削初期に、下向き削りでは切削終期に振動が生じやすい。

3.2 振動発生限界に及ぼす切削条件の影響

従来、エンドミル加工の振動発生限界として切込みや切削幅が用いられている。しかし、例えば切込みを大きくしても上向き削りの場合、振動が生じやすい切削初期の瞬間切込み深さは変わらず、安定切削領域（図4のC点付近）が広がるだけで、振動発生限界は変わらない可能性がある。また、図4に示されたように振動発生限界に及ぼす送りの影響は大きい。

そこで、本研究では既報⁸⁾と同様、1刃当たりの送り f に反比例する速度比 K_v （テーブル送り速度 V_f に対するエンドミル周速度 $R\omega$ の比）を振動発生限界の評価変数にとった。すなわち、速度比 K_v は

$$K_v = \frac{R\omega}{V_f} = \frac{2\pi R}{f} \quad (17)$$

である。以下に、4つの切削方式に対して、再生びり振動発生限界に及ぼす種々の切削条件の影響を示す。図中、縦軸は速度比 K_v である。また、計算結果を示すそれぞれの線の上側が不安定領域で下側が安定領域である。

3.2.1 切削速度の影響

図6に各切削方式に対する切削速度の影響を示す。この図から、すべての切削方式で低切削速度安定性を示すことがわかる。また、Down-Upの振動発生限界が最も高く、Up-Downの限界が最も低いこともわかる。これは、3.1節で述べたこと、すなわち「下向きピックフィードより上向きピックフィード、上向き削りより下向き削りで振動が発生しやすい」とことと一致している。

3.2.2 切込みの影響

以下、切削速度を標準条件22m/minに固定して、他の切削パラメータの影響を調べる。まず、図7に切込みの影響を示す。Down-Upでは、切込みが大きくなると振動発生限界が高くなり、他の切削方式に比べるとその値は非常に高い。また、Down-Up以外では振動発生限界は切込みの影響をほとんど受けない。これは例えばUp-Upの場合、切込みを大きくしても図4で上側（A-C部）に安定領域が広がるだけで、振動が生じはじめる左下部分（点B付近）は瞬間切込みに何ら影響を受けないためである。

Fig. 10 Influence of natural frequency of clamping system of end mill on chatter stability (Up-Up)

3. 2. 3 ピックフィードの影響

図8にピックフィードの影響を示す。図から明らかなように、ピックフィードの影響は各切削方式により異なっている。前述の切込みの影響と同様、Down-Upの振動発生限界が他のものよりかなり高い。上向き削りの場合（Up-UpおよびDown-Up）はピックフィードを大きくすれば振動発生限界が高くなるが、下向き削りの場合（Up-DownおよびDown-Down）にはほとんど一定か、あるいは振動発生限界が低くなる。

3. 2. 4 被削材傾斜角の影響

図9に被削材傾斜角の影響を示す。いずれの切削方式でも、被削材傾斜角が大きくなると振動発生限界は低くなっている。したがって、急勾配の傾斜面の加工では再生びり振動が発生しやすいことがわかる。被削材傾斜角が小さい場合は再生びり振動は発生しにくい、ボールエンドミルの回転軸付近で切削を行うため切削速度が低くなり、仕上げ面粗さが悪くなると考えられる。

3. 3 振動発生限界に及ぼすエンドミル支持系振動特性の影響

図10と図11に振動発生限界に及ぼすエンドミル支持系振動特性の影響を示す。これらは、Up-Upに対する計算結果である。両図より剛性、固有振動数および減衰比が高くなると、ほぼそれに比例して振動発生限界が高くなることがわかる。したがって、エンドミル支持系の振動特性値を高くすることは、再生びり振動の防止方法として有効な方法と言える。

4. 結 言

ボールエンドミルによる傾斜面加工の再生びり振動発生限界を、動的切削力および切れ刃ねじれ角を考慮して理論的に解析し、種々の切削パラメータの影響を調べた。その結果、以下の結論が得られた。

- (1) 切削面における再生びり振動の発生領域を調べ、上向き削りでは切込み深さが小さい切削初期に、下向き削りでは切削終期に振動が発生することを示した。
- (2) 上向き削りより下向き削りの方が、また下向きピックフィードより上向きピックフィードの方が再生びり振動が発生しやすい。

Fig. 11 Influence of damping ratio of clamping system of end mill on chatter stability (Up-Up)

- (3) 切削速度が低くなるほど、また被削材傾斜角が小さくなるほど振動発生限界が高くなる。
- (4) 下向きピックフィード・上向き削りでは、切込みの増加とともに振動発生限界が高くなる。しかし、他の切削方式では、振動発生限界に及ぼす切込みの影響は無視できる。
- (5) ピックフィードを大きくすると、上向き削りの場合には振動発生限界が高くなる。一方、下向き削りではほぼ一定か、あるいは若干限界が低くなる。
- (6) ボールエンドミル支持系の剛性、固有振動数および減衰比を高くすると振動発生限界が高くなる。

以上の理論解析結果は、実験により検証されなければならない。それについては、別報の実験的解析で詳しく述べられる。

謝 辞

終わりに、数値計算に協力された当時の鳥取大学大学院生、森脇栄輔氏ならびに学部生、浅沼拓也氏に深く感謝致します。

参 考 文 献

- 1) J. Tlustý : Dynamics of High-Speed Milling, Trans. ASME, J. Eng. Ind., **108**, 2 (1986) 59.
- 2) M. D. Tsai, S. Tanaka, M. Inui, F. Kimura and T. Sata : Prediction of Chatter Vibration by Means of a Model-Based Cutting Simulation System, Ann. CIRP, **39**, 1 (1990) 447.
- 3) 佐野雅基, 白瀬敬一, 平尾政利, 安井武司 : エンドミル加工におけるびり振動の解析, 1996年度精密工学会春季大会学術講演会講演論文集, (1996) 151.
- 4) 細井俊明, 星 鉄太郎 : うず巻状刃先をもつボールエンドミルの切削作用, 日本機械学会論文集, **44**, 378 (1978) 722.
- 5) 藤井義也, 寺井文浩 : ボールエンドミルシミュレータに関する研究一切削抵抗解析, 精密工学会誌, **54**, 12 (1988) 2301.
- 6) 藤井義也, 岩部洋育 : ボールエンドミルによる切削力曲線と加工精度との関係, 精密機械, **48**, 5 (1982) 649.
- 7) 是田規之, 江川康夫, 黒田基文, 渡辺 健, 井伊良治 : ボールエンドミル加工における表面粗さの生成過程の解析, 精密工学会誌, **59**, 9 (1993) 1537.
- 8) 田中久隆, 小幡文雄, 足森雅己, 松原十三生 : エンドミル加工の再生びり振動に関する研究（第1報）—側面切削における振動発生限界の理論的解析, 精密工学会誌, **62**, 8 (1996) 1136.
- 9) H. E. Merritt : Theory of Self-Excited Machine-Tool Chatter, Trans. ASME, J. Eng. Ind., **87**, 11 (1965) 447.