超精密加工面のカオス特性*

樋口 誠 宏** 矢野 章 成** 山 本 登*** 山 口 智 実**
井 川 直 哉† 木 嶋 茂†† 耳 目 直 信†† 室 義 一 郎††

Chaotic Characteristics of Mirror-Finished Surface Produced by Ultra-Precision Turning

Masahiro HIGUCHI, Akishige YANO, Noboru YAMAMOTO, Tomomi YAMAGUCHI
Naoya IKAWA, Shigeru KIJIMA, Naonobu KENMOKU and Giichiro MURO

Mirror-like surfaces obtained by the ultra-precision turning using diamond cutting tools are smooth to the eye, but rough under a microscope. Although a lot of work has been done on the roughness of the mirror-finished surface, its inhomogeneous static structure is not yet well analyzed. This has led to attempt to discuss quantitatively whether the surface texture was indeed chaotic or not. In the paper, the trajectory on the attractor reconstructed in phase space from a measured surface profile was characterized by the Lyapunov exponent and the correlation dimension. The characterization shows that the mirror-finished surface has the strange attractor, the positive Lyapunov exponent and the finite correlation dimension and hence it has the chaotic characteristics. Further, the mirror-finished surface produced by the ultra-precision turning becomes more chaotic as the feed rate and the cutting speed decrease.

Key words : mirror-finished surface, ultra-precision turning, chaos, attractor, Lyapunov exponent, correlation dimension

1. 結 言

単結晶ダイヤモンド工具を用いて、磁気ディスク基板やポリゴンミラー、レーザ反射ミラーなどを鏡面加工する超精密切削加工技術はすでに定着したと思われる。しかし、粗さ数十nmオーダーの鏡面の性質については、これまでに多くの研究^{1)~4)}がなされたとはいえ、いまだ十分に説明されてはいない。

鏡面は微視的に観察すると、複雑な様相を示している。ところが、この複雑にみえる表面の微細構造が無秩序に形成されるのか、あるいは緩やかな規則に支配されて形成されるのかは明確になっていない。この点を明らかにするためには、まず、鏡面の微細構造を適切なパラメータを用いて評価することが必要となる。しかし、粗さやうねりパラメータ、ピーク密度や凹凸平均間隔などの空間的パラメータ、二乗平均平方根傾斜や粗さ面積率などの複合的パラメータ、相対負荷面積や表面高さ分布のひずみ度などの統計的パラメータ、パワースペクトラムなどの周波数分析パラメータなど、一般の工学表面の評価に用いているパラメータ⁵⁾で鏡面の微細構造を特徴づけたとしても、その形成メカニズムを推測する手掛かりが得られることは期待できない。それ故、それに代わるものとして、位相幾何学、確率統計学、非平衡線形統計力学などの多様な学問領域と密接に関連するカオス理論^{6)~8)}の適用が欠かせないものと思われる。

以上の観点から、筆者らは超精密加工面のカオス解析を行い、超精密加工現象のダイナミクスの軌跡として形成された加工面の微細構造に内在するカオス性の同定と、切削パラメータがカオスの微細構造の形成に及ぼす影響について明らかにした。以下に、それらについて言及する。

2. 実験装置と方法

解析の対象とした鏡面は、単結晶ダイヤモンド工具で正面切削された磁気ディスク基板の加工面である。磁気ディスク基板

の表面は丸コーナ付切れ刃で荒削りされた後、直線切れ刃で鏡面に仕上げられた。そのとき用いた超精密旋盤と工具、また変化した切削パラメータの範囲は、表1に示すとおりである。

鏡面の性質を精査するに当たり、切削パラメータを変えて得られる様々な加工面の工具送り方向の断面曲線(測定長さ1mm)を、触針式表面粗さ測定器(小坂研究所, SE-3300, 触針先端丸み半径0.5 μ m, 測定力0.3mN, 最高倍率50万倍)を用いて測定し、それをサンプリング間隔0.125 μ mで量子化した8000個の表面高さデータを用意した。なお、断面曲線の振幅方向の量子化の分解能は測定倍率のフルスケールを2¹²分割するものであった。

Table1 Cutting conditions

Machine tool	Diamond turning machine (TOYADA machine works, AHP-20-25N)
Workpiece	Magnetic disk substrate Disk size: 3.5inch-0.8mmTH Material: Al-Mg alloy A5086 (annealed)
Cutting tools	Finishing tool with square corner Tool material: Diamond (Single crystal) Tool edge angle: 45° Tool width: 1.22mm Roughing tool with rounded corner Tool edge angle: 90° Corner radius: 1.0mm
Cutting parameters	Cutting speed V: 180-720m/min Feed rate f: 20-80 μ m/rev Depth of cut t: 5-20 μ m Tool setting angle ϕ : -0.1-0.1° Coolant: SUNCUT DT-100

3. 超精密加工面のカオス性の同定

図1は超精密加工されたディスク基板表面の断面曲線群を鳥瞰図として表した例である。表面は粗さ42nmSRyの鏡面に仕上げられているが、測定倍率を上げると、不規則で複雑な微細な構造が観察されるようになってくる。このような鏡面の性質を、以下に述べる方法でカオス解析した。

3.1 アトラクタとポアンカレ写像

超精密加工面の微細構造が予測のできない確率的要因によるのではなく、 d 個の変数で記述される力学系に支配されて形成されるものとする。そのような場合、 d 次元の相空間に変数へ

* 原稿受付 平成10年2月9日

** 正会員 関西大学工学部(吹田市山手町3-3-35)

*** 関西大学工学部

† 正会員 大阪電気通信大学工学部(寝屋川市初町18-8)

†† (株)ムロコーポレーション(栃木県那須郡烏山町南1-12-25)

クトルの時間的な推移、いわゆるアトラクタを描くと、特徴的なパターンを示す。そこで、1次元の時系列データである断面曲線を次元の異なる相空間に埋め込み、アトラクタを再構成して、それを観察することを行った。

まず、断面曲線をサンプリング間隔 Δt で離散化した表面高さデータ $x_i \equiv u(i\Delta t)$, $i=1, 2, \dots, M$ から、 $\tau = m\Delta t$ の時間遅れをもつ d 個のデータを取り、それを成分とする表面高さベクトル $\vec{x}_i = \{x_i, x_{i-1}, \dots, x_{i-(d-1)}\}$ を構成する。ベクトル $\vec{x}_i$ は d 次元相空間上の1点を与えるので、 i を変えて N 個 ($M \geq N+d-1$) のベクトルを逐次、相空間に埋め込み、アトラクタを構成する。

図2は、丸コーナ付切れ刃で荒削りされたディスク基板表面の断面曲線(a)と、それを3次元相空間へ埋め込んで再構成したアトラクタ(b)である。断面曲線からは、ディスク基板表面に一定ピッチの送りマークが形成されているように観察される。

Fig.1 3-D topographical plots of a sample mirror finished surface

しかし、アトラクタを見ると、 x_i 軸まわりの軌道が x_{i-1} 軸と x_{i-2} 軸方向に不安定にゆらいている様子が認められる。そこでこの相空間の x_i 軸まわりにポアンカレ断面 $\Sigma(\psi)$ を設け、各断面と軌道とが交差する点群を求めると、図2(c)のようになる。これを見ると、ポアンカレ断面上で軌道の伸長や収縮が起きているので、このアトラクタはカオスの特徴を内包していると推測される。

つぎに、直線切れ刃によって仕上げ削りされた表面の断面曲線とそのアトラクタを、図3に示す。断面曲線を見ると、粗さは荒削り面に比べて格段に小さくなっているが、微細な凹凸が非周期的に形成されているのがわかる。また、3次元相空間に構成したアトラクタも非常に複雑な振る舞いを見せている。それゆえ、本アトラクタから仕上げ削り面の微細な凹凸がランダムであるのか、カオスであるのかを推測することができないので、以下に述べる方法で明らかにする。

3.2 リアプノフ指数の解析

超精密加工面の構造的複雑さが確率的要因に起因するのか、あるいは、切削の力学系の不安定性によるのかは、アトラクタの性質を定量的に測る指標から判定される。その一つであるリアプノフ指数はアトラクタの不安定性、すなわち表面高さベクトルの軌道がある方向に拡大し、別の方向に縮小する様子を時間平均した量で、以下のように定義される。

ある相空間におけるアトラクタ上の表面高さベクトル $\vec{x}_i$ と、それに最も近いベクトル $\vec{x}_j$ の距離を、 $a_1(0) = |\vec{x}_i - \vec{x}_j|$ とする。また、ベクトル $\vec{x}_i$ と $\vec{x}_j$ から時間 k 遅れたベクトル $\vec{x}_{i+k}$ と $\vec{x}_{j+k}$ の距離を、 $a_1(k) = |\vec{x}_{i+k} - \vec{x}_{j+k}|$ とする。いま、これらの距離が指数関数的に伸長、あるいは収縮するとき、その時間平均入はつぎのように表される。

Fig. 2 Surface profile for rough turned surface, its trajectory in a three dimensional state space and Poincaré map points of the trajectory

(a) Surface profile
 $V = 720 \text{ m/min}, t = 10 \mu\text{m}, f = 20 \mu\text{m/rev}$

(b) Trajectory

Fig. 3 Surface profile for very fine turned surface and its trajectory in a three dimensional state space

$$\lambda = \frac{1}{k} \log \frac{a_i(k)}{a_i(0)} \quad (1)$$

ここで、 λ は初期値 $\vec{X}_i$ と $\vec{X}_j$ の選び方、また遅れ k の大きさによって異なった値をとるので、幾通りかの初期値について λ を求め、それらを平均して任意性を少なくする。

$$\lambda = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{nk} \sum_{i=1}^n \log \frac{a_i(k)}{a_i(0)} \quad (2)$$

ただし、 n はベクトル間の距離を計算する回数である。

以上のように定義されるアトラクタのリアプノフ指数を、多次元空間の直交する各軸方向に解析し、それらを大きい順に並べたスペクトルを求め、つぎのようにカオスの判定を行った。

リアプノフ指数 $\lambda > 0$ ならば、その方向にアトラクタの伸長が、 $\lambda < 0$ ならば収縮が起こる。また $\lambda = 0$ ならば伸縮が起こらない。それゆえ、すべてのリアプノフ指数が正の値をもつとき、ベクトルの軌道は発散状態にあり、ランダム系であることを示す。またリアプノフ指数の少なくとも1つが正の値をもつと、軌道の伸長と収縮が起き、カオス系であることを示す。すなわち、最大のリアプノフ指数 λ_m が正であることがカオスであることの1つの条件となる。

そこで、図2に示した丸コーナ付切れ刃による荒削り面と、図3に示した直線切れ刃による仕上げ面の各断面曲線から構成したアトラクタについて、遅れ k を変化させてリアプノフスペクトルを求め、その性質を調べた。その結果、最大リアプノフ指数 λ_m は図4に示すように正の小さな値に収束し、また他のリアプノフ指数は0または負に収束することから、両切削面の断面曲線はカオス性を有していると判断される。したがって、超精密加工面の構造的複雑さは確率的要因、いわゆるランダムな外乱によって生成されたものでなく、切削の力学系に内在する不安定な要因に起因するものであると考えられる。

Fig. 4 Variation of Lyapunov exponent with number of time step for the surface profiles shown in Fig. 2 and Fig. 3

3.3 相関次元の解析

砥石作用面の断面曲線のように、特徴的な長さのない、一見ランダムに見える図形が統計的に自己相似という性質を示すとき、図形は非整数次元のフラクタル構造をもつ。もし、不安定な軌道を描くアトラクタがフラクタル構造をもつならば、もとの時系列データはカオスである条件の1つを満たす。そのため、軌道の構造がフラクタルであるか否かを判断するために、以下に述べる相関次元が測定される。

いま、相空間におけるアトラクタ上の1つの表面高さベクトル $\vec{X}_i$ から、半径 R の範囲にあるベクトル $\vec{X}_j$ の存在確率

$\Theta(R - |\vec{X}_i - \vec{X}_j|)$ を求める。これを i と j を変えて調べ、それらの平均値を相関積分 $C(R)$ とする。

$$C(R) = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \Theta(R - |\vec{X}_i - \vec{X}_j|) \quad (3)$$

ただし、 $\Theta(z)$ は $z \geq 0$ ならば1、 $z < 0$ ならば0を与えるヘビサイド関数である。

つぎに、半径 R を変えて相関積分 $C(R)$ を求め、両者の間に $C(R) \propto R^D$ のべき乗則が成立すると、相関次元は次式のように決定される。

$$D_c = \lim_{R \rightarrow 0} \left(\frac{\log C(R)}{\log R} \right) \quad (4)$$

以上のように定義される相関次元 D_c を、いろいろな次元の相空間の上に構成されたアトラクタについて求め、相空間次元 d に対する変化を調べる。そのとき、相空間の次元 d の増大につれて相関次元 D_c が一定値に収束したならば、ランダムに見えた時系列データは有限な D_c 次元のフラクタル構造をもつことになる。すなわち、観測された時系列データはカオスであることの根拠を得たことになる。

図5は、図3の磁気ディスク基板の仕上げ面を1~13次元の相空間に埋め込んで構成したアトラクタについて、半径 R に対する相関積分 $C(R)$ の変化を計算した結果である。図5より、相関積分 $C(R)$ は R が10nmより小さい領域で、 $C(R) \propto R^D$ のようにスケールされるのがわかる。そこで、各グラフの傾きから相関次元 D_c を求め、それを相空間次元 d に対してプロットしたのが、図6である。同様に、図2の荒削り面についても計算した相関次元 D_c を同図に示している。

図6において、仕上げ面の場合、7次元より大きい相空間で、アトラクタの相関次元 D_c が非整数の約4.5に収束している。一方、荒削り面では3次元以上の相空間で、相関次元 D_c が約1.3

Fig.5 Plots of $\log C(R)$ as a function of $\log R$ for the surface profile shown in Fig.3

Fig.6 Correlation dimension plotted as a function of the embedding dimension for the surface profiles shown in Fig.2 and Fig.3

に収束している。これより、仕上げ面と荒削り面はともにフラクタルな性質をもち、カオスである条件を満たしている。また、仕上げ面の方が荒削り面よりも複雑で不規則な微細構造をもつことが、相関次元値の大きさからいえる。このように複雑さの違った加工面を形成する切削の力学系は、相関次元が一定値に収束する相空間次元の値と同数以下の変数によって記述される。すなわち、仕上げ面の形成には多くても7つの独立変数が、一方、荒削り面の形成には多くても3つの独立変数が関与していることが推定される。

4. 超精密加工面のカオス特性に及ぼす 切削パラメータの影響

前章で述べた解析結果より、磁気ディスク基板の超精密加工はカオス的な表面を形成することがわかった。そこで、仕上げ条件を変えてディスク基板を加工し、得られた様々な鏡面をリアプノフ指数と相関次元で特徴づけて、鏡面のカオス特性に及ぼす切削パラメータの影響について調べた。

前田ら¹⁾²⁾は、工具設定角を変えると鏡面の粗さが異なることを報告している。まず工具設定角の影響について検討した。図7に仕上げ面の粗さ R_y と工具設定角 ϕ の関係を示す。ここでいう工具設定角は、直線切れ刃ダイヤモンド工具の前切れ刃が被削面に対してなす角をさす。

図7より、工具設定角 ϕ を正または負にとると、基本的に、切削方向に垂直な面内の横、前切れ刃の転写が行われる。しかし、仕上げ面の鳥瞰図から明らかなように、工具設定角 ϕ が正の場合、横切れ刃による切削作用に付随して、Al合金に含まれる晶出物や介在物に起因するといわれているむしろやひっかき傷のため、粗さは大きくなっている。また、工具設定角 ϕ が負の場合、送りマークの稜線部分にバリが発生して、やはり粗さは大きくなっている。

それに対し、工具設定角 ϕ をほぼ 0° （筆者らの実験結果では約 0.02° ）にすると、前切れ刃によるバニシング作用によって、粗さの小さな鏡面が形成される。なお、このバニシング作用は圧縮残留応力を発生させ⁹⁾、その大きさは微小部X線応力測定装置（理学電機製、PSPC/RSF）を用いた筆者らの測定では、約50MPa程度であった。

さて、工具設定角 ϕ が仕上げ面のリアプノフ指数 λ_m と相関次元 D_c に及ぼす影響は、図8のように示される。図より、工具設定角 ϕ を正または負にとると、リアプノフ指数 λ_m と相関次元 D_c は小さくなり、工具設定角 ϕ をほぼ 0° にしたとき、それ

Fig.7 Influence of tool setting angle on surface roughness

Fig. 8 Variation of Lyapunov exponent and correlation dimension with tool setting angle

Fig. 9 Variation of surface roughness, Lyapunov exponent and correlation dimension with feed rate and cutting speed

らは最も大きくなるのがわかる。この結果は、工具設定角 $\phi = 0^\circ$ の下に形成される仕上げ面の相空間におけるアトラクタが、特に、指数的にある方向に大きく発展して、別の方向に縮小する複雑なフラクタル図形の様相を呈していることを定量的に表現している。つまり、元の仕上げ面が周期性の崩れた微細な凹凸形状の幾何学的複雑性をもっていることを示唆している。このような解釈の妥当性は、図7に示した仕上げ面の鳥瞰図を見れば明らかである。したがって、微細な構造をもつ粗さの小さな仕上げ面を得るには、工具設定角を約 0° にすることが必要となるが、その切削機構はバニシング作用を伴うため、多くのパラメータに影響される複雑なものであると推察される。

つぎに、仕上げ削り条件が仕上げ面のカオス特性に及ぼす影響を、図9に示す。仕上げ面の粗さ R_y は送り速度 f が低いほど、

また切削速度 V が速いほど小さくなる。しかし、リアプノフ指数 λ_m と相関次元 D_c は送り速度 f と切削速度 V が共に小さいほど大きくなる。これは低送り、高切削速度領域ほどバニシング効果が大きいためであると考えられる。

以上のように、単結晶ダイヤモンド工具を用いた超精密加工では、工具設定角、送り速度、切削速度が鏡面の微細構造の形成に影響することが明らかになった。しかし、前述の相関次元の解析結果は、仕上げ面形成に最大7つのパラメータが関与することを示唆しているので、鏡面のカオス性に影響する未知のパラメータをさらに明らかにしたいと考えている。

5. 結 論

超精密加工された磁気ディスク基板表面の断面曲線からアトラクタを再構成し、そのポアンカレ写像、リアプノフ指数、相関次元を解析した結果、以下の結論が得られた。

- (1) アトラクタの最大リアプノフ指数が正の小さな値を示し、また相関次元が非整数の一定値に収束したので、磁気ディスク基板表面はカオスの性質を示す。
- (2) 直線切れ刃による仕上げ削り面は丸コーナ付切れ刃による荒削り面に比べてリアプノフ指数と相関次元の大きい高次元カオスの特徴を示す。
- (3) 直線切れ刃工具の設定角をほぼ 0° にすると、リアプノフ指数と相関次元の大きい微細構造をもつ鏡面が形成される。
- (4) 低送り速度、低切削速度領域において、リアプノフ指数と相関次元の大きい高次元カオスの特徴をもつ鏡面が生成される。

以上のことから、超精密加工面の構造的複雑さは切削の力学系に内在する不安定な要因に起因するものであると考えられる。

謝 辞

本研究は平成9年度関西大学重点領域研究助成のもとに行われたことを記し、謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) 前田幸男, 樹田正美, 西口 隆, 沢 真司, 伊藤 立: ダイヤモンド工具によるAl合金の鏡面切削に関する研究(第1報)ーバイト設定角の切削面粗さへの影響ー, 精密工学会誌, 54, 10, (1988) 1993.
- 2) 前田幸男, 樹田正美, 西口 隆, 沢 真司, 伊藤 立: ダイヤモンド工具によるAl合金の鏡面切削に関する研究(第2報)ー摩耗バイトによる切削面形成メカニズムー, 精密工学会誌, 55, 5, (1989) 847.
- 3) 半澤一哉, 江田 弘, 貴志浩三, 上野秀雄: 超精密切削加工に関する研究ー磁気ディスクサブストレートの加工ー, 精密工学会誌, 53, 4, (1987) 571.
- 4) 菅野 健, 竹内喜代松, 吉田嘉太郎: Al合金の鏡面加工について(第2報, 工具摩耗と表面性状), 日本機械学会論文集C編, 57, 536, (1991) 1346.
- 5) 柳 和久: 磁気記録媒体における表面凹凸のキャラクタリゼーション, 精密工学会誌, 61, 11, (1995) 1516.
- 6) 長谷川素由, 劉建成: 旋削・研削加工面の表面キャラクタリゼーション, 精密工学会誌, 61, 11, (1995) 1537.
- 7) R.C.Hilborn: Chaos and Nonlinear Dynamics, Oxford University Press, (1994).
- 8) 山本 登: 非線形数学入門, 関西大学出版部, (1997).
- 9) 菅野 健, 竹内喜代松, 後藤崇之, 吉田嘉太郎: Al合金の鏡面加工について, 日本機械学会論文集C編, 53, 485, (1987) 222.