パラレルメカニズムを用いた三次元座標測定機（続報）*

—リンク配置の検討と誤差解析—

大岩孝彰** 久利直道*** 馬場周平†

New Coordinate Measuring Machine using Parallel Mechanism (2nd Report)

-Link Layout Design and Error Analysis-

Takaaki OIWA, Naomichi KURI and Shuhei BABA

This study proposes a new coordinate measuring machine (CMM) based on a parallel mechanism consisting of closed loop link mechanism. The use of this mechanism will potentially improve the stiffness, accuracy and efficiency of the CMM. This report describes link layout design for isotropic measuring resolutions. Moreover, error analysis was performed to obtain tolerances of various mechanical parameter errors. The obtained main results are as follows. (1) When three straight lines between three spherical joints and a probe tip are perpendicular to each other, the measuring resolutions become isotropic. (2) Overlapping between the struts and those lines, the resolution variation is minimized. (3) Increase of the base radius and decrease of the stage radius and the probe length reduce the resolution variation. (4) Maximum measurement error varies in proportion as the measuring length is multiplied by the parameter error.

Key words: coordinate measuring machine, parallel mechanism, closed loop mechanism, link layout design, error analysis, isotropic point, parameter error

1. 緒 言

近年、立体的で複雑な形状を持つ機械部品の寸法や形状の精密測定が要求が著しく高まっている。現在、このような測定は直交座標型の三次元座標測定機（以下CMM）で行われることが多いが、精度的および能率的に限界に達しつつある。そこで本研究では、従来の直交型とは異なる閉ループ構造を並列に配置したパラレルメカニズムを用いたCMM（図1）を提案している¹⁾²⁾。図中の3本の直動ジョイント（ストラット）の長さを変化させるとステージは空間内を移動し、プローブが測定対象に触れた瞬間のストラットの伸縮量を内蔵の測長ユニットで測定して、プローブ先端の三次元座標位置を計算する。この方式では従来の直交型CMMと比較して、以下の特長を持つと考えられる。

- (1) 測長ユニットの延長線上近くに測定点を配置することが可能である。これにより、測定値が機構の運動誤差の影響を受けにくくなる³⁾。
- (2) トラス構造のため部材には主に引張りまたは圧縮荷重のみが作用し、たわみが生じにくく剛性が高い。
- (3) 測長ユニットが並列に配置されているため、各測定軸の誤差が累積しない。
- (4) 各軸の質量が累積せず、可動部の慣性質量が小さい。したがって、固有振動数や移動速度を高く設定できる。

前報²⁾ではまず測定機の原理について述べ、CMMに適した

空間3自由度パラレルメカニズムの総合、順・逆運動学解析および測定領域の計算を行った。さらに簡易型マニピュレータを製作し、駆動して機構の運動を確認した。

本報では、測定空間内の測定分解能が均一になるようなリンク配置の検討を行う。さらに、リンク長さやジョイント位置などの機構パラメータに誤差があった場合の測定精度を推定するための誤差解析を行う。

2. リンク配置の最適設計

従来の直交座標型CMMの場合、測定分解能は測長ユニットの分解能に依存するが、測定空間内で原理的に均一であり、かつXYZ方向でのそれも同一となっている。しかしパラレルメカニズムを用いたCMMでは前報の5章で指摘したように、測定空間内のプローブの位置により分解能が変化し、さらにXYZ方向の分解能も均一とならない。これは図2のような測定点までの距離の測定による座標測定方法すなわち三辺測量において、距離測定の分解能を一定とした時に座標測定の分解能が測

Fig. 1 Proposed CMM based on parallel mechanism

* 原稿受付 平成10年8月24日

** 正 会 員 静岡大学工学部（浜松市城北3-5-1）

*** 学生会員 静岡大学大学院（現、三菱電機(株)：東京都千代田区丸の内2-2-3）

† 静岡大学大学院

Fig. 2 Measuring resolution on trilateration

Fig. 3 Displacement transformation from link to measuring point

Fig. 4 Coordinate system for calculation

定領域内で均一とならないことと相似である。そこでパラレルメカニズムをCMMとして用いる場合、測定空間内での分解能の等方性化とその変動が小さくなるようなリンク配置を求める必要がある。さらに、分解能自体の大きさについては、測長器の分解能と比較して過大になることや極端に小さくなることは避けなければならない。そこで本章では微小運動学と特異値分解を用いて分解能の評価を行い、CMMに適したリンク配置を検討する。このような微小運動学は、ロボット用のメカニズムの静剛性やアクチュエータ・エンドエフェクタ間の発生力の関係を調べるためにしばしば用いられている^{4) 5)}。

2.1 原理

まずストラットの長さ（球面ジョイントから回転ジョイントまでの間を示す）を $l = (l_1, l_2, l_3)^T$ とし、測定点であるプローブ先端の座標値を $x = (x, y, z)^T$ とする。 x は l の関数であるので

$$x = F(l) \quad (1)$$

となり、前報での順運動学解析により数値計算により求められる。ストラットの微小な伸縮量を $\delta l = (\delta l_1, \delta l_2, \delta l_3)^T$ 、プローブの微小変位を $\delta x = (\delta x, \delta y, \delta z)^T$ とすると、両者の関係は、

$$\begin{aligned} \delta x &= \frac{\partial F}{\partial l} \delta l \\ &= J \delta l \end{aligned} \quad (2)$$

で表される。ここで式(2)の 3×3 の偏導関数行列がヤコビ行列 J である。関数 F は非線形であるので、偏導関数は l の関数であり、 $J(l)$ は線形変換を行う行列である。つまりヤコビ行列は各ストラットに内蔵する3台の測長器の分解能を XYZ 空間内の測定分解能に変換する行列であると解釈できる。したがってこの行列を3つの特異値 λ_i ($i=1, 2, 3$) からなる対角行列 M と行、列の直交行列 U, V の積に書き換える操作、つまり特異値分解を行うと、

$$J = U^T M V \quad (3)$$

となり、その性質がより明らかとなる。ここで $U = (u_1, u_2, u_3)^T$, $V = (v_1, v_2, v_3)^T$, $M = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ となる。式(3)を式(2)に代入すると、

$$U \delta x = M V \delta l \quad (4)$$

つまり、

$$u_i \cdot \delta x = \lambda_i v_i \cdot \delta l \quad (5)$$

となる。式(5)はストラットの微小伸縮量を表す δl 空間における v_i 方向の成分が、プローブの微小移動量を表す δx 空間において u_i 方向に λ_i 倍されて変換されることを表している。つまり、 δl 空間の球の中の各ベクトルに行列 J を掛け合わせると δx 空間には図3に示すような楕円体が得られる。特異値 λ_i はこの楕

Fig. 5 Relation between probe Z-displacement and condition number

円体の主軸の長さを与えるものであるから、特異値の大きい方向ほど測定分解能が大きくなることになる。したがって、3つの特異値の最大と最小の比、すなわち行列の条件数 $\text{cond } J$ が1に近ければ、測定分解能が等方的であるということになる。本報ではこの条件数 $\text{cond } J$ を測定分解能の等方性を評価する指数として用いた。

次に分解能自体の大きさについて評価する手段を検討する。上述のように、3本のストラットの長さを δl 空間の球の中で微小長さ変化させたとき、プローブの微小移動空間は δx 空間で特異値を主軸に持つ楕円体（条件数 $\text{cond } J = 1$ のとき球）になるから、その体積 V は

$$V \propto \det J \quad (6)$$

となる⁶⁾。つまり $\det J$ が小さいほど測定分解能は高くなるが、測定空間は狭くなる。そこで本報では、ヤコビ行列の行列式の値 $\det J$ を測定分解能の大きさを評価する指数として用いた。

以上の $\text{cond } J$ と $\det J$ を図4に示すCMMの各寸法すなわちベース半径 r_B 、ステージ半径 r_S およびプローブ長さ l_S を変化させ、プローブ先端座標値を測定空間内で移動した場合について計算した。なお、ベース面上の球面ジョイントとステージ面上の回転ジョイントは 120° 間隔で配置されているものとする。

2.2 分解能が等方なプローブ位置

まず、ベース半径 r_B を 500mm, 900mm とし、プローブ長さ l_S を 0mm, ± 100 mm, ± 200 mm と変化させた。プローブ長さ l_S が負の場合はプローブ先端がステージより上方にあることを意味する。またステージ半径 r_S を 0mm, 50mm, 100mm と変化させた。図5はプローブをZ軸に沿って移動したときの条件数の変化を示している。ステージ半径やプローブ長さにかかわらず、ベース半径が同じ場合の計算値は同一の線上にプロットされ、条件数はリンク配置に関係なく、ベース半径とプローブ先端の座標値のみで決定される。そして、ベース半径 500mm では $Z = -353.6$ mm のとき、900mm では $Z = -636.4$ mm のとき $\text{cond } J = 1.0$ となり、このとき XYZ 方向の分解能が等しくなる（等方点）。このとき、ベース面上の3個の球面ジョイントとプロー

Fig. 6 Link configuration at isotropic point (cond J=1.0)

Fig. 7 Relation between probe X-displacement and condition number

Fig. 8 Relation between probe X-displacement and condition number

ブ先端を結ぶ3本の直線は図6のように互いに直交することがわかった。これは、図2の二次元の三辺測量においても、基準点と測定点を結ぶ2本の直線が直交したとき測定分解能がXY方向で等方的となることと相似である。そして、プローブが等方点にあるときベース面と3本の直線のなす角は35.26°となる。以上の幾何学的関係より、等方点のZ座標値は

$$Z = \frac{r_B}{\sqrt{2}} \quad (7)$$

となる。ls=rs=0の場合も同一の結果となる。また図5のベース半径500mmと900mmのグラフを比べると、機械寸法が大きい900mmの場合の方が、Z方向の移動距離に対する条件数の増加が緩やかであることがわかる。

次に、プローブを等方点(0, 0, -636.4)からX方向に移動した場合の条件数の変化を図7に示す。ステージ半径が50mm、プローブ長さlsが0mm, ±100mm, ±200mmの場合について計算した。この図からZ方向と同様に等方点から離れるにしたがい分解能が等方的でなくなることがわかる。さらに、X方向ではプローブ長さlsの変化の影響が表れている。特にプローブ長さを長くした場合は等方性の悪化がより大きい。同様の計算をステージ半径を変えて行った結果を図8に示す。プローブ長さを変化させた場合と同様に等方性の変化が現れるが、その程度は軽微であった。

次に測定分解能の大きさを表すdet Jの計算結果を図9に示

Fig. 9 Relation between probe Z-displacement and determinant

Fig. 10 Link geometries used in calculation

す。Z=-636.4mmの等方点付近ではプローブ長さls=0の場合にグラフの傾きが0となり、分解能の変動が最小となる。特にls=rs=0の場合には、等方点でdet Jは1となり、このときCMMの分解能は等方であつ測長器の分解能と同一となることを示している。プローブ長さが長くなるにしたがい、det Jは増加し分解能は大きくなる。さらに傾きが0となる点が等方点の下方に移動する。このことから、実用上の測定領域は等方点のやや下方を中心とすることがよいと思われる。また、プローブを等方点からX方向に移動した場合のdet Jの変化は僅少であった。

2.3 測定ユニットの延長線上にプローブがある場合

緒言に述べたように、本CMMでは測長器の延長線上にプローブ先端を配置できることが特長の一つとなっている。本節では図10に示す5種類の基準姿勢の場合についてcond Jとdet Jを計算した。特に(a)はls=rs=0の場合、(b)と(c)はストラットの延長線上にプローブ先端がある場合、(d)と(e)は延長線上にない場合である。ベース半径rBは900mmとした。

まず、プローブのZ方向座標と条件数の関係は、(a)～(e)のすべてで前節図5の結果と同一となり、リンク配置の違いは現れない。次にプローブを等方点からX方向に移動した場合の条件数の変化を図11に示す。ストラットの延長線上にプローブがある(a)～(c)の場合はグラフはほぼ重なり、(d)の場合は条件数の変化は大きくなる。Y方向へ移動させた場合もほぼ同様の結果であった。

次に図12はプローブのZ方向移動量と分解能の大きさを表すdet Jの関係を示している。図中の鎖線は等方点Z=-636.4mmを表す。前節で述べたように、等方点では(a)のグラフの傾きは0となり、det Jは最小値1となる。この図から、(a)の形が最も分解能の変化が小さいことがわかる。それに対して(d)の場合は分解能の変化が大きくなる。プローブをX方向に移動させた場合のdet Jの変化はいずれの場合も微小であった。

以上の結果をまとめると、ストラットの延長線上にプローブを配置したほうが分解能が等方化され変動も小さいこと、ステ

Fig. 11 Relation between probe X-displacement and condition number

Fig. 12 Relation between probe Z-displacement and det J

Fig. 13 Errors of mechanical parameters

ージ半径とプローブの長さはできるだけ小さい方がよいこと、(d)と(e)の場合の比較ではステージの大きい(e)の方がよいことなどがわかった。分解能の等方性を表す条件数 $\text{cond } J$ と大きさを表す $\det J$ の絶対量について考察すれば、本報での計算に用いたベース半径、ステージ半径、プローブ長さ、そして測定領域 $400 \times 400 \times 400$ 程度の範囲内では、条件数は $1 \sim 1.6$ 、 $\det J$ は $0.8 \sim 2$ の範囲内にある。これは XYZ 方向での分解能の違いが最大 1.6 倍程度、測長ユニットの分解能とCMMの測定分解能の違いが $0.8 \sim 2$ 倍程度異なることを示しており、この程度であれば充分使用許容範囲にあると思われる。

3. 誤差解析

直交座標型CMMを組立する場合、各軸の直角度を調整していくことにより、作業空間における測定精度が基本的に保証される。パラレルメカニズムを用いたCMMの場合、ジョイントの座標値、リンクの初期長さおよびプローブの長さなどの機構パラメータを正確に求める必要がある。そして、実機におけるパラメータの実測値と順・逆運動学計算式中の値が異なっていた場合、測定誤差が生ずることになる。本章では各機構パラメータの誤差が測定精度に及ぼす影響について調査する。

3.1 測定シミュレーション

本章では、2点間の長さ測定のシミュレーションを測定空間内で XYZ 方向に行い、機構パラメータの誤差が測定値に及ぼす影響について調べる。基準となる機構パラメータは $r_B = 900\text{mm}$ 、 $r_s = 32\text{mm}$ 、 $l_s = 35\text{mm}$ 、測定範囲は $X = \pm 50\text{mm}$ 、 $Y = \pm 50\text{mm}$ 、 $Z = 400 \pm 50\text{mm}$ とした。パラメータに与える誤差は図13に示すように、ベース面上の球面ジョイント1の半径方向位置誤差 Δr_B および円周方向位置誤差 $\Delta \theta_B$ 、ステージ面上の回転ジョイント1の半径方向位置誤差 Δr_s および円周方向位置誤差 $\Delta \theta_s$ 、ストラット1の長さ誤差 Δl およびプローブの長さ誤差 Δl_s とした。2番目および3番目のジョイントとストラットの機構パラメータ誤差については、 Z 軸に軸対称な配置にあるため省略した。

例えば、パラメータに誤差がない場合、プローブを測定空間内で $100 \times 100 \times 100$ の立方体を形作るように移動させると図14の実線のようになる。ここで Δr_B を長さで $+1\text{mm}$ 与え、先ほどと同じリンク伸縮量を与えると図中の破線のようになり正しい立方体とならない（誤差は 100 倍拡大表示してある）。この立方体表面の XYZ 方向のひずみは 100mm の長さの測定物を XY Z 方向に測定した際の誤差と等価となる。

3.2 測定位置による誤差

シミュレーション結果の例を図15に示す。矢印の長さは、測

Fig. 14 Influence of position error of spherical joint 1

定空間内で座標軸に平行に置かれた長さ 20mm の測定物を測ったときの測定誤差を表している。 X 軸に沿った矢印は長さ測定を X 方向に行った場合の測定誤差を表し、矢印が正方向の場合は偏差が正であることを示す。太い矢印は最大誤差を表している。図(a)および(b)はベース面上の球面ジョイント1の位置誤差 Δr_B および $\Delta \theta_B$ の影響を示している。球面ジョイント1に近い位置（例えば $X50$ 、 $Y \pm 50$ 、 $Z - 350$ ）での Z 方向の測定で測定誤差が大きくなるのがわかる。同様な傾向はステージ上の回転ジョイントに位置誤差を与えた場合（図(c)、(d)）、ストラットの長さ誤差を与えた場合（図(e)）でも見られる。プローブ長さに誤差を与えた場合（図(f)）では測定空間の上側ほど XY 方向の測定誤差が拡大する傾向があった。それに対して Z 方向の誤差は僅少であった。以上をまとめると、誤差を与えた箇所に近い測定空間での誤差が増大することが推察できる。

3.3 最大測定誤差量

前節の測定シミュレーション結果における各測定方向の最大誤差量と測定長さの関係の例を図16に示す。図はベース面上の球面ジョイント1に誤差 $\Delta r_B = 1\text{mm}$ を与えた場合である。誤差量と測定物の長さの関係は線形となり、他のパラメータに誤差を与えた場合も同様の結果となった。さらに、測定物の長さを 10mm とした場合の最大測定誤差とパラメータ誤差の関係を図17に示す。図は同様に Δr_B を与えた場合の例であるが、他のパラメータに誤差を与えた場合も誤差 $\pm 1\text{mm}$ の範囲内ではほぼ線形となった。したがって、各方向の測定誤差量 ϵ は、

$$\epsilon = C \times L \times e \quad (8)$$

から求められる。ここで、 C は各機構パラメータと測定方向に固有の係数 (mm^{-1})、 L は測定長 (mm)、 e は機構パラメータ誤差量 (mm) である。 C の値を表1に示す。係数の $+$ は測定値が実際より長く、 $-$ は短く測定されることを意味する。

Fig. 15 Influence of parameter errors on measurement error in working space

Fig. 16 Relation between measurement error and measuring length

Fig. 17 Relation between measurement error and parameter error

Table 1 Coefficient of measurement error			
Parameter error	Coefficient C × 10 ⁻³ /mm		
	X	Y	Z
Δr _B	+1.14	-0.14	-2.05
Δθ _B	-0.03	+0.10	-0.36
Δr _S	+0.77	+0.14	-2.17
Δθ _S	-0.27	+1.64	-3.75
Δl	+0.95	-0.17	-1.74
Δl _S	+3.12	+3.15	+0.15

以上の結果より、CMMに 1μm/100mm の測定誤差を発生させる機構パラメータの誤差量は式(8)を用いて、ベース面上の球面ジョイント 1 の位置については半径方向 4.9μm、円周方向 27.7μm、ステージ上の回転ジョイント位置については半径方向 4.6μm、円周方向 2.7μm、ストラットの長さは 5.7μm、プローブ長さは 3.2μm となる。従って、機構パラメータをこのような許容値内になるように CMM を製作するか、パラメータの校正を行う必要がある。以上はパラメータ誤差を単独に与えた場合であるが、実際には複数のパラメータ誤差が同時に存在するため、さらに測定誤差が増大することを考慮する必要がある。

4. 結 言

前報で提案したパラレルメカニズムを用いた三次元座標測定機の測定分解能の均一化を目的としてリンク配置の検討を行い、さらに誤差解析を行った結果、次の結論を得た。

- (1) プローブとベース上のジョイントを結ぶ 3 直線が互いに直交する場合に X Y Z 方向の測定の分解能が等方となる。
- (2) 3 本のストラットがそれらの直線と重なるとき、分解能の変化が最小になる。
- (3) ベース面のジョイントの半径位置が大きく、ステージ半径とプローブ長さが小さいほうが分解能の変化は小さい。
- (4) 測定誤差の最大値は測定長さで機構パラメータに比例し、その係数は機構パラメータと測定方向により固有な値となる。
- (5) CMMに 1μm/100mm の測定精度を生じさせる機構パラメータの誤差の大きさは、ベース面上のジョイント位置誤差 4.9μm、ステージ上のジョイント位置誤差 2.7μm、ストラット長さ誤差 5.7μm、プローブ長さ誤差 3.2μm であった。

今後は試作機について、また機構の運動誤差が測定値に及ぼす影響について報告する。本研究の一部は高度自動化技術振興財団の平成 7 年度研究助成金および平成 9 年度科学研究費補助金奨励研究 (A) により行われた。記して謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) T. Oitwa : New Coordinate Measuring Machine Featuring a Parallel Mechanism. Int. J. Jpn. Soc. Prec. Eng., 31, 3 (1997) 232.
- 2) 大岩孝彰：パラレルメカニズムを用いた三次元座標測定機—基本原理と運動学—, 精密工学会誌, 64, 12 (1998) 1791.
- 3) 大岩孝彰, 高野雅士, 久利直道, 馬場周平, 松田 孝：パラレルメカニズムを用いた高速・高精度三次元座標計測システム (第 3 報) —アッペの原理とパラレルメカニズム—, 1998 年度精密工学会春季大会学術講演会講演論文集, (1998) 404.
- 4) 広瀬茂男：ロボット工学—機械システムのベクトル解析—, 装華房, (1987) 172.
- 5) 新井健生：静力学特性に基づくパラレルリンクマニピュレータの解析と統合, 日本ロボット学会誌, 10, 4 (1992) 526.
- 6) 川崎晴久：ロボット工学の基礎, 森北出版, (1991) 75.