ブロックゲージ比較測定における不確かさ*

—デュアルヘッド測定機—

首藤俊二**

Measurement Uncertainty for Calibration of Gauge Block /

Shunji SHUTOH

Key words: measurement uncertainty, gauge block, dual head comparator

1. はじめに

欧州市場におけるブロックゲージの販売では、トレーサビリティを証明する校正証明書を求められることが多い。当社はEAL（欧州認定制度：現EA）のメンバーであるNKO（オランダ校正協会）の認定を受け、欧州向けのブロックゲージの校正業務も行っている。EALでは測定機の校正方法（EAL-G 21）および不確かさの算出方法（EAL-R 2 * SUPPLEMENT）の手順を文書で示している。本稿では紹介を兼ねて、この手順に従って求めた不確かさについて記述した。

2. ブロックゲージの測定法

ブロックゲージは、実用的な長さの実用標準として多くの分野に使用されている。その測定には光の波長を利用した干渉測定法と、干渉測定法によって校正された標準ブロックゲージを基準として、二つのブロックゲージの寸法差から長さを求める比較測定法がある。一般に使用されているブロックゲージは、比較測定法による等級0, 1, 2級が多い。

3. 比較測定機

ブロックゲージの比較測定機には検出器が上1

* 原稿受付 平成11年3月26日
** (株)ミットヨ広島事業所宮崎工場
(宮崎県宮崎郡田野町甲10652-1)
1969年(株)三豊製作所(現ミットヨ)入社。現在、宮崎工場勤務

個のシングルヘッド測定機と、上下に1個の検出器を持つデュアルヘッド測定機（図1）がある。日本ではシングルヘッド測定機が一般的で、デュアルヘッド測定機はなじみが薄い。デュアルヘッド測定機は、上下の測定子でブロックゲージを挟み込んで測定するため、曲がりのある薄いブロックゲージでも曲がりの影響を受けずに測定することが可能である（図2）。ブロックゲージの国際規格「ISO 3650」では比較測定機の例としてデュアルヘッド測定機が示され、欧米ではシングルヘッド測定機より高精度な測定機として位置づけられている。本稿では、当社で開発したデュアルヘッド測定機（図3）を例に取り上げた。

比較測定機（GBCD-100 A）の仕様

- (1) ブロックゲージの測定範囲：0.5～100 mm
- (2) 検出器：電気マイクロメータ
- (3) 最小表示値：0.01 μm

図1 デュアルヘッド比較測定機の原理図

図2 測定機の特長

図3 比較測定機

4. 不確かさ

4.1 数学的モデルの構築

二つのブロックゲージの比較測定における出力量はそれらの長さの差 D で、標準ブロックゲージの寸法 L_N' と校正される被測定ブロックゲージの実際の寸法 L_P' で次式のように関連づけられる。

$$D = L_P' - L_N' \quad (1)$$

また、上記の式は次のように置き換えられる。

$$D = (L_P + L_P \times \alpha_P \times \Delta t_P) - (L_N + L_N \times \alpha_N \times \Delta t_N) + V \quad (2)$$

ここで

L_P : 被測定 BG の 20°C での長さ

L_N : 標準 BG の 20°C での長さ

α_P : 被測定 BG の線膨張係数

Δt_P : 被測定 BG の 20°C からの温度差

α_N : 標準 BG の線膨張係数

Δt_N : 標準 BG の 20°C からの温度差

V : 被測定 BG の中央位置からのずれを表す (BG はブロックゲージを表す)。

$$L_P = \{L_N(1 + \alpha_N \times \Delta t_N) + D - V\} \times (1 + \alpha_P \times \Delta t_P)^{-1}$$

$$(1+x)^{-1} = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - \dots (x^2 < 1)$$

$$= \{L_N(1 + \alpha_N \times \Delta t_N) + D - V\} \times \{1 - \alpha_P \times \Delta t_P + (\alpha_P \times \Delta t_P)^2 - \dots\} \quad (3)$$

式 (2) の第 3 項以降の高次の項は微小で省略でき、初項の影響のみが考慮される。

$$= (L_N + L_N \times \alpha_N \times \Delta t_N + D - V) \times (1 - \alpha_P \times \Delta t_P)$$

$$= L_N + L_N \times \alpha_N \times \Delta t_N + D - V - L_N \times \alpha_P \times \Delta t_P$$

$$- L_N \times \alpha_N \times \Delta t_N \times \alpha_P \times \Delta t_P$$

$$- D \times \alpha_P \times \Delta t_P + V \times \alpha_P \times \Delta t_P$$

$$L_N \times \alpha_N \times \Delta t_N \times \alpha_P \times \Delta t_P \approx 0,$$

$$D \times \alpha_P \times \Delta t_P \approx 0, \quad V \times \alpha_P \times \Delta t_P \approx 0$$

$$= L_N + L_N \times \alpha_N \times \Delta t_N + D - V - L_N \times \alpha_P \times \Delta t_P$$

$$= L_N + D - V + L_N(\alpha_N \times \Delta t_N - \alpha_P \times \Delta t_P) \quad (4)$$

ここで、標準ブロックゲージと被測定ブロックゲージの間の温度差を $\delta t = \Delta t_P - \Delta t_N$ 、線膨張係数の差を $\delta \alpha = \alpha_P - \alpha_N$ とすると、式 (4) は次式となる。

$$= L_N + D - V + L_N \times \{\alpha_N \times \Delta t_N - (\delta \alpha + \alpha_N) \times (\delta t + \Delta t_N)\}$$

$$= L_N + D - V + L_N \times \{(\alpha_N \times \Delta t_N) - (\delta \alpha \times \delta t)$$

$$- (\delta \alpha \times \Delta t_N) - (\alpha_N \times \delta t) - (\alpha_N \times \Delta t_N)\}$$

$$= L_N + D - V - L_N \times (\delta \alpha \times \delta t + \delta \alpha \times \Delta t_N + \alpha_N \times \delta t)$$

$$\delta \alpha \delta t \approx 0$$

$$= L_N + D - V - L_N \times (\delta \alpha \times \Delta t_N + \alpha_N \times \delta t)$$

$$= L_N + D - V - L_N \times \delta \alpha \times \Delta t_N - L_N \times \alpha_N \times \delta t \quad (5)$$

相関がない入力量の合成標準不確かさ $u_c(y)$ は、次の式で与えられる合成分散 $u_c^2(y)$ の平方根である。

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left[\frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2 u^2(x_i)$$

測定される量 y は、この測定値に影響を与える N 個の入力量 $x_1, x_2, \dots, x_N$ の関数として、次の式で表される。

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N)$$

ここで、 $x_1, x_2, \dots, x_N$ には、「測定される量 (例：式 (5) の D)」である場合と「測定されないが影響を及ぼす量 (例：式 (5) の $\delta \alpha$)」である場合があり、不確かさの要因である。もし、 $x_1, x_2, \dots, x_N$ がすべて独立で、相関がない場合は、測定値 y の合成標準不確かさ $u_c(y)$ は、入力量 $x_1, x_2, \dots, x_N$ の標準不確かさ $u(x_1), u(x_2), \dots, u(x_N)$ の自乗和の正の平方根として次の式で表せる。

$$u_c(y) = \sqrt{c_1^2 u^2(x_1) + c_2^2 u^2(x_2) + \dots + c_N^2 u^2(x_N)} \\ = \sqrt{\sum_{i=1}^N c_i^2 u^2(x_i)}$$

c_i は感度係数と呼ばれ、入力量 $x_1, x_2, \dots, x_N$ の各々の変化に伴って測定値 y がどのように変化するかを示し、関数 f を入力値 x_i で偏微分した偏導関数 $\partial f / \partial x_i$ で表される。すなわち

$$c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i}$$

となるので、測定値 y の合成標準不確かさ $u_c(y)$ は、次の式となる。

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left[\frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2 u^2(x_i)}$$

上式を式 (5) に適用すると合成の分散 $u^2_{(LP)}$ は次のように表される。

$$u^2_{(LP)} = u^2_{(LN)} + u^2_{(D)} + u^2_{(V)} + \delta \alpha^2 \times \Delta t_N^2 \times u^2_{(LN)} \\ + L_N^2 \times \Delta t_N^2 \times u^2_{(\delta \alpha)} + L_N^2 \times \delta \alpha^2 \times u^2_{(tN)}$$

$$\begin{aligned}
 & + \alpha_N^2 \times \delta t^2 \times u_{(LN)}^2 + L_N^2 \times \delta t^2 \times u_{(aN)}^2 \\
 & + L_N^2 \times \alpha_N^2 \times u_{(\delta t)}^2 \\
 & \delta t^2 \cong 0, \quad \delta \alpha^2 \cong 0 \\
 & = u_{(LN)}^2 + u_{(D)}^2 + u_{(V)}^2 + L_N^2 \times \Delta t_N^2 \times u_{(\delta \alpha)}^2 \\
 & + L_N^2 \times \alpha_N^2 \times u_{(\delta t)}^2 \quad (6)
 \end{aligned}$$

ここで

$u_{(LP)}$: 合成標準不確かさ

$u_{(LN)}$: 標準 BG の不確かさ

$u_{(D)}$: 寸法差測定による不確かさ

$u_{(V)}$: 中央測定の中央からのずれによる不確かさ

$u_{(\delta t)}$: 標準 BG と被測定 BG の温度差による不確かさ

$u_{(\delta \alpha)}$: 線膨張係数の差による不確かさ

を表す。

4.2 各不確かさ要因の見積もり

4.2.1 標準ブロックゲージの寸法の不確かさ $u_{(LN)}$

標準ブロックゲージの不確かさは「校正の不確かさ」および「経年変化」等に起因する校正以後の寸法変化が挙げられる。

$$u_{(LN)}^2 = u_{(LI)}^2 + u_{(LV)}^2 \quad (7)$$

(1) 標準ブロックゲージの校正の不確かさ $u_{(LI)}$

標準ブロックゲージに使用するブロックゲージは K 級で、光波干渉測定によって校正される。その測定の不確かさは 100 mm 以下のブロックゲージで拡張不確かさ $U = 0.04 \mu\text{m}$ ($k=2$) である。標準不確かさは

$$40/2 = 20 \quad [\text{nm}]$$

となるが、標準ブロックゲージは 2 回の反復測定が行われるので次の枠内に示す定理に従って

$$u_{(LI)} = 20/\sqrt{2} = 14 \quad [\text{nm}]$$

とした。

以前に多くの繰返し測定が行われた時の標準偏差 S_p がある場合、実際の校正で n 回の繰返し測定を行う場合、標準不確かさは $U = S_p/\sqrt{n}$ とできる。

(2) 標準ブロックゲージの経年変化 $u_{(LV)}$

標準ブロックゲージは K 級を使用する。その変化量の許容値は $0.045 \mu\text{m}$ 以下である (JIS B 7506-1997)。これは三角形分布が仮定でき、その不確かさは、

$$u_{(LV)} = 45/\sqrt{6} = 18 \quad [\text{nm}]$$

よって式 (7) から、標準ブロックゲージの寸法の標準不確かさ $u_{(LN)}$ は、

$$u_{(LN)} = \sqrt{u_{(LI)}^2 + u_{(LV)}^2} = \sqrt{14^2 + 18^2} = 22.8 \quad [\text{nm}]$$

4.2.2 中央寸法差測定の不確かさ $u_{(D)}$

中央寸法差測定の不確かさ (測定機の誤差) を分析すると次式になる。

$$u_{(D)}^2 = u_{(T)}^2 + u_{(S)}^2 + u_{(DR)}^2 \quad (8)$$

$u_{(T)}$: 検出器の不確かさ

$u_{(S)}$: 繰返しの不確かさ

$u_{(DR)}$: デジタル化による丸めの不確かさ

(1) 検出器の不確かさ $u_{(T)}$

測定機の校正は、EAL で規定された校正手順 (EAL-G 21) に従った。この手順書では、校正に使用するブロックゲージの種類、繰返し数および不確かさの計算の基となるデータの取り方について記述している。検出器の不確かさは下式で示される。

$$u_{(T)}^2 = u_{(P)}^2 + u_{(C)}^2 + u_{(R)}^2 \quad (9)$$

$u_{(P)}$: 測定機の校正用ブロックゲージの不確かさ

$u_{(C)}$: 測定機の校正時の繰返しの不確かさ

$u_{(R)}$: 感度校正の不確かさ

① 校正用ブロックゲージの不確かさ $u_{(P)}$

校正用ブロックゲージの不確かさは校正証明書より 15 nm ($K=3$)

$$u_{(P)} = 15/3 = 5 \quad [\text{nm}]$$

② 評価時の繰返しの不確かさ $u_{(C)}$

数多くの繰返し測定における標準偏差は 7 nm であった。校正時の繰返し測定 10 回での不確かさは、

$$u_{(C)} = 7/\sqrt{10} = 2.2 \quad [\text{nm}]$$

③ 感度校正の不確かさ $u_{(R)}$

感度校正は $10 \mu\text{m}$ 段差の校正用ブロックゲージで、(+) 段差 (-) 段差の 2 方向について行う。校正証明書に示された器差と段差測定値の差の 10 回の繰返しの平均値で、(+) 段差 (-) 段差の 2 方向の測定値の大きい方で評価する。校正証明書に示された器差との差は 20 nm であった。 $10 \mu\text{m}$ 範囲での矩形分布と考え

$$u_{(R)} = 20/\sqrt{3} = 11.5 \quad [\text{nm}]$$

よって検出器の不確かさは

$$u_{(T)} = \sqrt{5^2 + 2.2^2 + 11.5^2} = 12.7 \quad [\text{nm}]$$

2 点式測定機において、この不確かさは上下の検出器の変位量に比例すると考えられる。JIS B 7506 によると、薄いブロックゲージの曲がりの許容値は $4 \mu\text{m}$ 、寸法公差は $\pm 0.45 \mu\text{m}$ (JIS B 7506, 2 級) であるから、上側検出器の最大変位量は $4.45 \mu\text{m}$ である。また下側検出器は $4 \mu\text{m}$ となる。検出器の不確かさをこれらの変位量に比例配分すると下記のように修正される。

$$u_{(T)} = \sqrt{\left(12.7 \times \frac{4.45}{10}\right)^2 + \left(12.7 \times \frac{4}{10}\right)^2} = 7.53 \quad [\text{nm}]$$

(2) 繰返し測定の不確かさ $u_{(S)}$

通常ブロックゲージの中央寸法の測定は 2 回行う。比較測定機の繰返しの標準偏差は 7 nm と評価してあるので、その不確かさは、

$$u_{(S)} = 7/\sqrt{2} = 4.9 \quad [\text{nm}]$$

(3) デジタルの丸めによる不確かさ $u_{(DR)}$

比較測定機の分解能は、 $0.01 \mu\text{m}$ である。デジタルの丸めによる不確かさは矩形分布と考えられるので、

$$u_{(DR)} = \frac{10}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = 2.9 \quad [\text{nm}]$$

よって式(8)から、中央寸法測定の不確かさ $u_{(D)}$ は、

$$u_{(D)} = \sqrt{7.53^2 + 4.9^2 + 2.9^2} = 12.5 \text{ [nm]}$$

4.2.3 中央位置からのずれによる寸法偏差の影響 $u_{(V)}$

100 mm のゲージブロックの許容寸法偏差は $0.12 \mu\text{m}$ である (JIS 7506, 0 級)。この偏差が 9 mm 幅に沿って生じ、中央位置から半径 0.5 mm の範囲内で測定されると仮定をすると $V = 0.12 \times 0.5 / 9 = 0.007 \mu\text{m}$ で矩形分布と考えて

$$u_{(V)} = 0.007 / \sqrt{3} = 4 \text{ [nm]}$$

一方、標準ブロックゲージは K 級であり、寸法偏差の影響は無視できる。

4.2.4 ブロックゲージの温度差の不確かさ $u_{(\delta t)}$

温度慣らし後の両ブロックゲージの温度差は、 $\pm 0.03^\circ\text{C}$ 以内であることが確認された。したがって両ブロックゲージの温度差は $\pm 0.03^\circ\text{C}$ の範囲内で、矩形分布をなすと考えられる。

$$u_{(\delta t)} = 0.03 / \sqrt{3} = 0.017 \text{ [K]}$$

ここでスチールブロックゲージの線膨張係数の平均値は $10.9 \times 10^{-6} \text{ [K}^{-1}\text{]}$

X_i の上限値と下限値が既知の場合：もし上限値 $a_{u,i}$ と下限値 $a_{l,i}$ が影響量 (計測器の誤差限界・温度範囲) の値として推定できるなら、それを用いても良い。

X_i の推定値： $x_i = \frac{1}{2}(a_{u,i} + a_{l,i})$ ，分散の推定値： $s^2_{x_i} = \frac{1}{12}(a_{u,i} + a_{l,i})^2$ 。

もし、限界値間の差 ($a_{u,i} - a_{l,i}$) が $2a_i$ として示されれば、上式は $s^2_{x_i} = \frac{1}{3}a_i^2$ で示される。

4.2.5 線膨張係数の差の不確かさ $u_{(\delta \alpha)}$

ブロックゲージの線膨張係数の不確かさは $\pm 1 \times 10^{-6}/\text{K}$ (JIS B 7506) で与えられ、矩形分布と推定される。

$$u_{(\alpha)} = \frac{(1 \times 10^{-6})}{\sqrt{3}} = 0.58 \times 10^{-6} \text{ [K}^{-1}\text{]}$$

二つの線膨張係数の差の不確かさは

$$u_{(\delta \alpha)} = (2 \times (0.58 \times 10^{-6})^2)^{0.5} = 0.67 \times 10^{-6} \text{ [K}^{-1}\text{]}$$

4.2.6 標準温度 (20°C) の不確かさ $u_{(\Delta t_N)}$

室温の管理は $20 \pm 1^\circ\text{C}$ であるので、室温はこの範囲において矩形分布と推定する。

$$\Delta t_N = 1 / \sqrt{3} = 0.577^\circ\text{C}$$

5. 不確かさ要因のまとめ

不確かさをまとめると表 1 のようになる。

5.1 合成標準不確かさ $u_{(LP)}$

合成標準不確かさは、合成分散式 (6) の平方根で表される。

$$\begin{aligned} u_{(LP)}^2 &= u_{(LN)}^2 + u_{(D)}^2 + u_{(V)}^2 + L_N^2 \times \Delta t_N^2 \times u_{(\delta \alpha)}^2 \\ &\quad + L_N^2 \times \alpha_N^2 \times u_{(\delta t)}^2 \end{aligned} \quad (6)$$

$$= 22.8^2 + 9.4^2 + 4^2 + L_N^2 \times 0.577^2 \times (0.67 \times 10^{-6})^2$$

表 1 比較測定における不確かさ要因

	不確かさ要因	記号	不確かさ ($k=1$)	単位
1	標準 BG の寸法の不確かさ	$u_{(LN)}$	22.8	nm
2	中央寸法測定の不確かさ	$u_{(D)}$	9.4	nm
3	中央位置からのずれの不確かさ	$u_{(V)}$	4	nm
4	GB の温度差の不確かさ	$u_{(\delta t)}$	0.017	K
5	熱膨張係数の差の不確かさ	$u_{(\delta \alpha)}$	0.67×10^{-6}	K^{-1}
6	標準温度 (20°C) の不確かさ	$u_{(\Delta t_N)}$	0.577	$^\circ\text{C}$

図 4 比較測定の不確かさ

$$\begin{aligned} &+ L_N^2 \times (10.9 \times 10^{-6})^2 \times 0.017^2 \\ &= 624.2 + 0.18378 \times 10^{-12} \times L_N^2 \text{ [nm}^2\text{]} \end{aligned}$$

5.2 拡張不確かさ U

拡張不確かさは $k=2$ として次のようになる (図 4)。

$$\begin{aligned} U &= k \times \sqrt{u_{(LP)}^2} \\ &= 2 \times \sqrt{624.2 + 0.18378 \times 10^{-12} \times L^2} \text{ [nm]} : L = \text{nm} \end{aligned}$$

これを一般式で示すと次式となる。

$$U = 0.045 + L / 2000 \text{ [μm]} \quad (k=2) \quad L : \text{mm}$$

ブロックゲージの呼び寸法に換算した不確かさを次に示す。

$$L = 0 \text{ mm} : U = 45 \text{ nm}$$

$$L = 25 \text{ mm} : U = 58 \text{ nm}$$

$$L = 50 \text{ mm} : U = 70 \text{ nm}$$

$$L = 75 \text{ mm} : U = 83 \text{ nm}$$

$$L = 100 \text{ mm} : U = 95 \text{ nm}$$

6. おわりに

統計手法の知識に乏しい著者にとって、不確かさの見積もりは取りつきにくいテーマである。いくらかでも読者の参考になればと思い、また自身のための整理の意味も含めて基本公式を枠内に併記した。見積もりを行う人によって不確かさの要因列挙が異なり、同じ校正業務でも不確かさの値に差が生じることもある。算出の手順を公の規格とした場合に、計測のノウハウが不明りょうとなる恐れもあるが、校正のレベルを容易に比較できるというメリットもある。計測を担当するものとして、指針となる手順書が早期に世に出ることを期待するものである。

参考文献

- 1) 飯塚幸三：計測における不確かさの表現のガイド，日本規格協会，(1996)。
- 2) EAL Committee 2：EAL-G 21 “Calibration of Gauge Block Comparators”：EAL ホーム ページ：www.european-accreditation.org