音波の伝播モデルによる超砥粒ホイールの弾性係数の導出に関する研究(第1報)*

—無気孔砥石の弾性係数の近似式—

幾瀬 康史**

海野 邦昭**

Study on Deducing Elastic Modulus of Super Abrasive Grinding Wheel Using Acoustic Model(1st Report)

-Approximate Formula of Elastic Modulus on Grinding Stones without Pore-

Yasushi IKUSE and Kuniaki UNNO

The elastic modulus of the grinding stone part in super abrasive grinding wheels is considered to be an important mechanical property to estimate the grinding performance of the wheels, to select the suitable grinding wheel case by case. This paper describes the approximate formula of elastic modulus on the matrix type grinding stone without pore. This formula is obtained from the acoustic model based on the propagation of the elastic wave. The elastic modulus of the grinding stone can be conveniently calculated by the formula, if the mechanical property of grain and bond, and the composition of the grinding stone have been known. The elastic modulus measured by bending test and ultrasonic pulse method are compared with the calculated results in order to evaluate the accuracy of the formula. As a result of the comparison, it is confirmed that both of the measured elastic modulus of the grinding stone coincide with the calculated results, and there are the suitability of the formula and the acoustic model.

Key words : elastic modulus, super abrasive grinding wheel, matrix type grinding stone, acoustic model, elastic wave

1. はじめに

研削用砥石の構造物としての弾性係数は、砥石の5因子と密接な関係を有し、研削性能に影響を与える重要な要因である。特に弾性係数は、ビトリファイドボンドの研削砥石の結合度を評価する上で重要な機械的な性質の一つである¹⁾。しかし、超砥粒ホイールに関しては、砥粒層の弾性係数と研削性能の関係は、十分に明らかにされていないが、ドレッシング特性や研削性能等に影響する重要な因子であると考えられている。また、超砥粒ホイールの弾性係数の測定に従来のソニック法および超音波パルス透過法などを適用することは、ホイールの構造上困難である。したがって、砥石および超砥粒ホイールの砥粒層の弾性係数が、その構成および砥粒層に含まれる成分の機械的性質から簡便に計算できれば、砥石の選択、設計や研削性能の予測等で、有効な情報を与えるものと考えられる。

そこで、本研究では、超砥粒ホイールの砥粒層と砥石(以下両者を総称して砥石と呼ぶ。)内部を伝播する弾性波の伝播経路をモデル化し、音響的な弾性係数の近似式の導出を試みた。そして、ここでは、マトリックスタイプのものを対象として、気孔率がきわめて小さい砥石に関して、近似式を提案することにした。

2. 原 理

弾性体内部を伝播する弾性波には、基本的に縦波と横波がある。波長に比べて、十分に弾性体が大きく、一様で等方性として見なせる場合には、縦波の速度 C_p と横波の速度 C_s は次式で与えられる。

$$C_p = \sqrt{\frac{E}{\rho} \cdot \frac{(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}} = \sqrt{\frac{E}{\rho} \cdot K_p} \quad (1)$$

$$C_s = \sqrt{\frac{E}{\rho} \cdot \frac{1}{2(1+\nu)}} = \sqrt{\frac{E}{\rho} \cdot K_s} \quad (2)$$

ただし、 E は弾性体の弾性係数、 ρ は弾性体の密度、 ν はポアソン比を示す。また、 K_p 、 K_s は、ポアソン比により決定される定数を示す。これらの速度と弾性係数およびポアソン比の関係は、金属などの単一物質において成立する。また、砥粒、結合剤および気孔を含む一般砥石の弾性係数の評価に超音波パルス透過法が用いられていることを考慮すると²⁾、砥石は、ほぼ等方性として見なせ、式(1)および式(2)を適用できると考えられる。その場合、砥石の弾性係数、密度およびポアソン比を用いることになる。このことから、砥石内を伝播する縦波の単位長さ当たりの伝播時間 t_p は、

$$t_p = \sqrt{\rho_H / (E_H \cdot K_p)} \quad (3)$$

で与えられる。 E_H 、 ρ_H は、砥石の弾性係数、および砥石の密度である。また、 K_H は、砥石のポアソン比から求まる縦波の定数を示す。そして伝播時間 t_p は、到達しうる縦波の最短時間を示すことになる。

一方、砥石を透過する縦波の経路上に存在する砥粒や結合剤などの各要素の伝播時間から砥石の縦波の伝播時間 t_p を求めると次式となる。ただし、 i 番目の要素の伝播時間を t_i 、弾性係数を E_i 、密度を ρ_i 、定数を K_i および伝播距離を S_i とする。

$$t_p = t_1 + t_2 + \dots + t_n = \sum_{i=1}^n t_i = \sum_{i=1}^n S_i \sqrt{\rho_i / (E_i \cdot K_i)} \quad (4)$$

さらに、各要素の弾性係数 E_i 、密度 ρ_i および縦波の定数 K_i に平均値を適用すると、縦波の伝播時間 t_p は、次式となる。

$$t_p = \sqrt{\rho_s / (E_s \cdot K_s)} L_g + \sqrt{\rho_b / (E_b \cdot K_b)} L_b \quad (5)$$

$$L_g = \sum_{i=1}^n S_{g_i}, \quad L_b = \sum_{i=1}^n S_{b_i}$$

ただし、 E_s 、 ρ_s および K_s は、砥粒の平均弾性係数、平均密度および平均ポアソン比から求まる定数を示す。また E_b 、 ρ_b および K_b

* 原稿受付 平成11年2月5日

** 正 会 員 職業能力開発総合大学校 (相模原市橋本台4-1-1)

は、結合剤の平均弾性係数、平均密度および平均ポアソン係数から求まる定数を示す。また、 Lg および Lb は砥石単位幅における砥粒内と結合剤内の縦波の総伝播距離、 Sg_i および Sb_i は各要素の砥粒内および結合剤内の伝播距離を示す。式(5)の右辺の第1項が砥粒内部の伝播に要した時間に相当し、第2項が結合剤内部の伝播に要した時間を示すことになる。また、横波の伝播時間 t_h についても、縦波と同様に求めると、

$$t_s = \sqrt{\rho_s / (E_s \cdot K_s)} Lsg + \sqrt{\rho_b / (E_b \cdot K_b)} Lsb \quad (6)$$

$$Lsg = \sum_i Ssg_i, \quad Lsb = \sum_i Ssb_i$$

となる。ただし、 Ksg および Ksb は砥粒と結合剤の横波の定数、 Lsg および Lsb は砥石単位幅における砥粒内と結合剤内の横波の総伝播距離、 Ssg_i および Ssb_i は各要素の砥粒内および結合剤内の横波の伝播距離を示す。したがって、砥石の弾性係数は式(3)と式(5)から次式で与えられることになる。

$$E_H = \frac{\rho_H / K_H}{t_s^2} = \frac{\rho_H / K_H}{[\sqrt{\rho_s / (E_s \cdot K_s)} \cdot Lg + \sqrt{\rho_b / (E_b \cdot K_b)} \cdot Lb]^2} \quad (7)$$

なお、ポアソン比は、縦波と横波の速度比との関係から求められることから、砥石のポアソン比 ν_H は、次式で与えられる。

$$\nu_H = \{(C_p/C_t)^2 - 2\} / [2\{(C_p/C_t)^2 - 1\}] \quad (8)$$

ただし $C_p = 1/t_p$ 、 $C_t = 1/t_t$ となる。このことから、砥石の定数 K_H は、横波と縦波の速度が求まれば、算出することができることになる。

以上のことから砥粒および結合剤の機械的性質および、砥石の組成が既知で、 Lg と Lb が特定できれば、砥石の弾性係数は、求まることになる。そこで、砥石の弾性波の伝播時間の実験値と伝播モデルから Lg および Lb について検討する。

3. 砥石モデル

砥石内を伝播する弾性波の伝播距離を推定するため、砥石の構造を図1のようにモデル化した。本砥石のモデルは、気孔がきわめて少なく無気孔と見なせる砥石を対象としている。この場合のモデルの条件として、① 砥粒と結合剤は、砥石内部に均一に分散し、異方性を生じない。② 砥粒と結合剤は、十分密着しているものとする。また、この伝播モデルは、波長に比べ十分大きな砥石の内部から抽出したものとす。また、実際の砥粒は種々様々な形状をしているが、ここでは、各砥粒を平均砥粒径 dg を径とする球形と仮定する。

また、一般に2つの固体の境界面では、入射波に対して反射および屈折を生じ、それぞれに縦波と横波が発生するが、砥石の伝播速度を超音波を用いて測定すると、ほぼ式(1)、式(2)が成立し、その際の受信波も乱れをほとんど生じないことから、ここでは、縦波の入射の場合、その反射波および横波の影響を考慮しないで、縦波のみが伝播するものと仮定する。また、横波入射の場合も、同様に横波のみの伝播とする。

砥粒内の総伝播距離 Lg は、縦波上に任意の点を仮想した場合、その点が遭遇する砥粒数に関係することが考えられる。一方、砥石に平面波を送信し、その弾性波を巨視的に見ると、ほぼ平面波と見なすことができることから、砥石内の伝播経路は、ほぼ直線と見なすことができる。これらのことから、弾性波の砥石単位長さ当たりの平均遭遇砥粒数は、図1のモデルに示すように、間隔1となる2点間ABを直線で結んだとき、直線と交差する砥粒の個数 ng に比例するものと考えられる。また、 ng は、直径 dg で長さ1の円筒内の砥粒数と等しくなることから、

Fig.1 Grinding stone model without pore

$$ng = (\pi \cdot dg^2 / 4) \cdot Ng = 1.5 Vg / dg \quad (9)$$

で与えられる。ただし、 Ng は、単位体積当たりの砥粒数を示し、 $Ng = 6Vg / (\pi \cdot dg^3)$ で与えられる。したがって、 Lg は、

$$Lg = k \cdot ng \cdot dl = k \cdot Vg / dg \cdot dl \quad (10)$$

で与えられる。ただし、 dl は、砥粒1個当たりの砥粒内の平均伝播距離を示す。また、 k は比例定数である。一般に普通砥石の弾性係数は、砥粒率が一定ならば、粒度に無関係に一定となることから²⁾、伝播時間も、式(3)から粒度に無関係となる。同様に、マトリックスタイプの砥石においても、伝播時間は、粒度に関係なく一定となると考えられる。したがって、砥粒率が一定とした場合、式(5)の伝播時間 t_s は一定となるので、 Lg および Lb は、粒度に関係しないと見なされる。つまり、 dl は、平均砥粒径 dg に比例することになり、砥粒内の総伝播距離 Lg は

$$Lg = a \cdot Vg \quad (11)$$

となる。 a は、比例定数を示す。また、単位長さ当たりの砥石の総伝播距離を Lp と置くと、 Lb は、

$$Lb = Lp - a \cdot Vg \quad (12)$$

となる。

次に、 Lg 、 Lb に影響する因子として、結合剤と砥粒の伝播速度の相違によるものが考えられる。そこで、砥粒の速度と結合剤の速度の比を伝播速度比 Rv と定義し、そして Lg および Lb との関係を検討する。この場合、 Rv は次式で与えられるものとする。

$$Rv = \text{砥粒の伝播速度} / \text{結合剤の伝播速度}$$

砥石の伝播速度比 Rv は、約5～8となる。

砥粒のモデルに平面波が到来した時に、形成される波面の作図例を図2に示す。形成波面は、波の伝播に関するホイヘンスの原理に基づいて作図を行っている。なお、作図にあたっては、メタルボンドダイヤモンド砥石を想定し、砥粒と結合剤の伝播速度比を5としている。作図において、形成波面は、伝播速度

Fig.2 Wavefront after passing grain in case of plane wave using Huygens' principle

Fig.3 Wavefront of point sound source after passing grain using Huygens' principle

Fig.4 Relationship between curvature center of wavefront and incident angle

比 R_v が決まれば、その形状も決定されることから、伝播経路を形成波面に垂直な方向とすると、 L_b と L_g は、 R_v の関数となることからわかる。図では、平面波は左から進行し、最初の砥粒の到達点Aから入射している。砥粒透過後の波面は、ほぼ球形をなし、時間の経過に伴って曲率が增大していることが認められる。また、球形の形成波面の形成方向は、砥粒の最初の入射点Aによって決定されることがわかる。そして、A点以外の入射点では、平面波が時間的に遅れて入射することから、形成波面に影響する平面波の入射範囲は、 R_v が大きくなるにしたがって、A点近傍の小さな領域となる。このことから、 R_v が大きい場合、砥粒透過後の形成波面は、図2のA点に点音源を置いた場合に近似できるものと考えられる。そこで、点音源により砥粒透過後の形成波面をホイヘンスの原理に基づいて描くと、図3のようになる。ただし、作図は、同様に R_v を5としている。この場合、図2の平面波が到来により形成される波面と作図上で比較すると、入射角が大きくなるにしたがって誤差は大きくなるが、砥粒の右半分の領域で砥粒径の最大3%程度の誤差となり、平面波を砥粒表面上の点音源としても形成波面に及ぼす影響は小さいと見なされる。図における形成波面全体を見ると球形ではないが、弾性波の伝播に影響する砥粒の右半分に着目すると、きわめて球形に近いことがわかる。しかし、この形成される球形波面の中心 O_1 は、砥粒の中心 O とは異なる。この O 点との偏心量 δ は、 R_v によって変化する。そこで、次式の屈折の法則から偏心量 δ を求めると、図4となる。

$$\sin \theta_n / \sin \theta_k = C_p / C_b = R_v \quad (13)$$

ただし、 θ_n は入射角、 θ_k は屈折角、 C_p は砥粒の縦波の伝播速度、 C_b は結合剤の縦波の伝播速度を示す。砥石の伝播速度比 R_v は、約5~8となることから、 δ は、入射角 $0 \sim 45^\circ$ の範囲つ

Fig.5 Propagation course model

Fig.6 Arrangement of grains for simulation

まり図3の砥粒の右半分の範囲で形成される形成波面では、砥粒径に対して約7%以下と小さく、また各砥石間($R_v=5 \sim 8$)での δ の差は、最大で約3%程度となる。さらに δ は、 θ_n の 0° から 45° の範囲で、ほとんど一定であることがわかる。つまり、 R_v が大きくなると、砥粒透過後の形成波面は球形と見なせ、その曲率の中心は、砥粒の中心に近づき、近似的に形成波面の中心を砥粒の中心と同一と見なせることになる。また、砥粒に球面波が到来した場合でも、平面波と同様な結果となる。したがって、砥粒モデル透過後の形成波面の形状は、伝播速度比に関係なく、ほぼ等しいと見なすことができる。このことを、砥石全体から見ると、砥石は等方性でかつ均一であるという条件から、砥粒率一定の場合、平均的な砥粒および結合剤の内の伝播距離 L_g および L_b は、伝播速度比に関係なく一定になると考えられる。

以上のことから、砥粒の形状を球と仮定した場合、粒度および砥粒と結合剤の伝播速度比にほとんど影響しないと見なされることから、伝播距離 L_b および L_g は、砥粒率のみの関数となると推定される。

4. シミュレーション

砥石内の形成波面をマクロ的に見ると砥粒透過後の形成波面がほぼ球形と推定され、一方、砥石内を伝播する弾性波は、巨視的には平面波であることからほぼ伝播経路は直線に近いものと考えられる。また、伝播経路は、形成波面に対して垂直な方向となる。そこで、伝播経路のシミュレーションを行うために、図1のAB間を直線で結んだ時に交わる砥粒のみが、伝播経路に関与するものと仮定すると、図5のような縦波の伝播モデルが想定できる。形成波面は球形とし、その中心は、図4の結果を用いて求めている。そして、図の伝播経路を基に砥粒内および結合剤内の伝播距離 L_g 、 L_b を求めている。伝播経路上に遭遇する砥粒数は、式(9)の ng と等しくなる。また、砥粒は、図6のように直径 d_g の円筒内部にランダムに配置している。図の斜線部は、基準の砥粒に対して次の砥粒の存在する範囲を示す。平均砥粒間隔 S_g は、 $1/ng$ として計算している。次に、このシミュレーションの結果を示す。

図7に砥粒径の伝播経路に及ぼす影響を調べたシミュレーションの結果を示す。

ユン結果を示す。この場合、砥粒率を25%とし R_v を5としている。図から砥粒径に関係なく伝播経路は、一定となることがわかる。また、伝播速度比 R_v の伝播経路に及ぼす影響を調べたシミュレーション結果を図8に示す。この場合、砥粒率を25%としている。図から伝播距離 L_b および L_g は、 R_v に関係なくほぼ一定となることがわかる。そして、図9に砥粒率の伝播経路に及ぼす影響を調べた結果を示す。 L_g は砥粒率に比例して増加し、一方、 L_b は砥粒率に比例して、減少していることがわかる。また、総伝播距離は、砥粒率の増加に伴って、わずかに上昇しているものの、1にきわめて近い値をとることがわかる。したがって、これらのシミュレーションの結果は、前述の砥石のモデル化の結果と一致し、 L_g および L_b は、砥粒率によって表すことができることになる。また、砥粒の伝播経路は、ほぼ砥粒率に

Fig.7 Relationship between calculated propagation distance and average grain size

Fig.8 Relationship between calculated propagation distance and propagation speed ratio R_v

Fig.9 Relationship between calculated propagation distance and volumetric grain ratio

Table1 Component and mechanical property			
Composition			
Grain	SD		
Bond	Metal (Bronze)		
Grain size	100, 200, 400, 800		
Concentration	50, 75, 100, 125		
Mechanical Property			
	Unit	Grain	Bond
Elastic modulus	GPa	1050	119
Poisson's ratio		0.18	0.33
Density	kg/m ³	3515	8600

Fig.10 Method for measuring propagation time of longitudinal and transverse wave

よって特定できると見なされる。このことから、図9の結果から伝播距離 L_g および L_b を求めると、

$$L_g=1.45Vg \tag{14}$$

$$L_b=1-1.4Vg \tag{15}$$

で与えられることになる。

そこで、この結果と実験値を比較検討し、近似式の妥当性を検討することとする。なお、横波の伝播距離 L_{sg} および L_{sb} も同様に成り立つものとして測定値と比較検討する。

5. 実験方法

通常、砥石の製作時の気孔の発生程度をメタルボンドの砥石、レジンoidボンドの砥石およびビトリファイドボンド砥石と比較すると、メタルボンド砥石は、高粒度で砥粒率が高い場合でも発生しにくく、むらが生じにくいことから、弾性係数に及ぼす砥粒内の気孔の影響が少ないと考えられる。そこで、近似式の妥当性を検討するため、メタルボンド砥石を用いて、伝播時間および弾性係数を測定している。

砥石内の縦波の伝播時間の測定には、図10に示すように超音波パルス透過法を用い、横波の伝播時間の測定には、パルス反射法を用いている。そして、その伝播時間から弾性係数を求めている。また、伝播時間から求めた音響的な砥石の弾性係数と機械的な測定による弾性係数を比較するために、3点曲げ試験によって機械的な弾性係数も測定している。なお、超砥粒ホイールの弾性波の伝播時間を直接測定することは困難なので、 $4\times7\times40\text{mm}$ の直方体の試料を用いて、間接的に測定した。この場合、本試料形状は、波長に対して十分な大きさを持たないことから、誤差を生じることが予想されるが、波長に対して十分大きな試料との比較の結果、単位長さ当たりの伝播時間は、2%以下であることが確認されている。また、通常、縦波の伝播時間は、砥石の成形時のプレス方向によって伝播時間が異なるが、導出した近似式は、無気孔の砥石を対象としていることから、試料のプレス方向(4mm)とプレスに垂直方向(7mm)の伝播時間をそれぞれ測定し、伝播時間の短い方を測定値としている。そして実験に用いた試料の組成および機械的性質を表1に示す。これらの試料は、気孔率が2%以下のものを選定し、使用した。また、ダイヤモンドの弾性係数を $10.5\times10^2\text{ GPa}$ 、比重を3.515、およびポアソン比を0.18としている³⁾。

Fig.11 Influence of grain size in propagation time of longitudinal wave

Fig.12 Propagation time of longitudinal and transverse wave and Poisson's ratio in metal bond grinding stones

Fig.13 Pore ratio of metal bond grinding stones

6. 結果と評価

メタルボンド砥石の縦波の伝播時間と粒度の関係を図11に示す。図より縦波の伝播時間は、粒度に関係なくほぼ一定値になっていることがわかる。このことから、伝播距離 L_g および L_b は、粒度には無関係であるといえ、近似式の導出結果と一致する。また、横波についても同様な結果を得ている。

また、メタルボンド砥石の伝播時間の測定値とシミュレーション結果を図12に示す。また、縦波と横波の伝播時間の測定値から式(8)で求めたポアソン比も記載する。この場合、試料として粒度#800と#400の砥石を用いている。図から縦波および横波の伝播時間の測定値は、砥粒率に比例することがわかる。したがって、伝播時間は、砥粒率 V_g の1次関数で近似できることになる。このことは、 L_b および L_g を砥粒率 V_g の1次式と仮定しても、十分伝播時間を近似できることを意味する。また、シミュレーション結果と測定値を比較すると、シミュレーションの方が測定値より伝播時間が、縦波および横波共にやや短くなっているが、砥石のむらや砥粒形状を考慮すると、きわめて良好な近似といえる。また、図12の実験に用いた試料の気孔率を図13に示す。図13の気孔率と図12の伝播時間を比較すると、気孔率の増加に伴って、縦波の伝播時間の増加傾向が見られる。この傾向は、気孔の多いものの場合さらに大きくなる。このことから、弾性係数の近似式の精度をさらに高くする1つの方法として、気孔率を考慮した近似式の提案が必要となる。

次に、曲げ試験および超音波パルス透過法を用いて測定したメタルボンド砥石の弾性係数と近似式による計算値の比較を図

Fig.14 Comparison of elastic modulus of metal bond grinding stones

14に示す。超音波パルス法により測定した弾性係数は、近似式から求めた計算値に比べ、やや低い値となっている。これは、図12の縦波の伝播時間の測定値と計算値との誤差により生じている。しかし、曲げ試験により求めた弾性係数は、計算値より大きくなることからわかる。これは、力学的な弾性係数と音響弾性係数の違いにより生じたものと考えられる。このような傾向は、超音波パルス透過法とソニック法により求めた普通砥石の弾性係数の比較においても同様な結果となっている⁴⁾。

以上の比較結果から、砥粒率が約30%以下の範囲で式(7)の近似式に基づいて、メタルボンド砥石の弾性係数の推定ができるといえる。このことから、伝播経路のモデルの妥当性が認められ、砥石の弾性係数のモデル化が音響的伝播モデルにより可能であることが明らかとなった。なお、砥粒率が30%以上になると気孔率が高くなり、気孔を含めた弾性係数の近似式の検討が必要となる。

7. おわりに

弾性波の伝播モデルから無気孔砥石の弾性係数の近似式を導出した。そして、メタルボンド砥石を用いて、その弾性係数と超音波パルス透過法および曲げ試験からの測定値とを比較した。その結果、きわめて高い相関関係が得られ、近似式の妥当性が確認された。なお、レジノイド砥石に関しても、ほぼ同様な結果が得られているが、砥粒にコーティングがされているものが多く、気孔を含みやすいことから、コーティング層および気孔の影響を考慮する必要がある。紙面の関係上、続報にて報告する予定である。

謝 辞

本研究にあたり貴重な試料の提供ならびにご助言をいただきましたノリタケダイヤ(株)河端則次氏に深く感謝いたします。

参 考 文 献

- 1) 海野邦昭, 篠崎 襄: 微粒砥石の結合度の評価—研削砥石の結合度に関する研究(第3報), 精密機械, 38, 1(1972)161.
- 2) 海野邦昭, 篠崎 襄: 研削砥石の動弾性係数と機械的強さ—研削砥石の結合度に関する研究(第4報), 精密機械, 38, 1(1972)349.
- 3) 砂川一郎: ダイヤモンドの物理的性質とそのキャラクターゼーション, シンポジウム「超精密部品加工におけるダイヤモンドの利用, その物性, 製造, 加工およびその応用」テキスト, 精密工学会, (1986)1.
- 4) 海野邦昭, 篠崎 襄: 研削砥石の動弾性係数—研削砥石の結合度測定に関する研究(第2報)—, 精密機械, 36, 9(1970)608.