多面体の類似度の定量化に関する研究 (第1報) *

— 凸分解を利用した新しいデータ構造の提案とその生成アルゴリズムについて —

向井伸治 ** 古川 進 *** 磯部俊夫 † 久保田宗人 *** 黒田 満 ††

Study on Determining Similarities of Polyhedra (1st Report)

— An Algorithm of Constructing New Data Structures of 3-D Objects Using Convex Decomposition —

Shinji MUKAI, Susumu FURUKAWA, Toshio ISOBE, Muneto KUBOTA and Mitsuru KURODA

As a basis for treating geometrical similarities of 3-D objects, an idea of a new data structure called “two layer structure with convex components” for representing polyhedra is presented. The two layer structure, which can be constructed uniquely for a polyhedron, consists of convex components separated into two layers, i.e., the first layer includes only positive convex components to be added and the second layer represents negative convex components to be subtracted from positive ones. The procedure for constructing the two layer structure consists of the following two processes. (1) Forward process: A concave polyhedron is decomposed and represented as a hierarchical tree structure with convex components. (2) Backward process: Components belonging to leaf nodes of the tree structure are put into the two layer structure according to the level of the node. The components are removed from the original polyhedron after processing each leaf node of the tree structure. These procedures are repeated to the modified object until the processes reach to the root node. The two layer structure can be applied for extracting features of polyhedra such as protrusions, holes and pockets, and comparing 3-D objects.

Key words: convex decomposition, data structure, form feature, similarity, polyhedra, CAD/CAM

1. 結 言

3次元立体形状の幾何的な類似度を定量的に評価することは、パターン認識やコンピュータビジョン、CAD/CAMの分野における多くの局面で必要である。具体的には、設計生産プロセスにおけるGTコードの自動生成や、設計モデルと製造品との形状検査、ビジョンの分野での立体認識などに適用できる^{1)~4)}。従来、形状比較の問題については、2次元図形に対しては多くの研究がなされてきているが、3次元立体へのアプローチは極めて少ない^{5)~8)}。著者らは、立体の分類や認識を行うための第一ステップとして、凸多面体の類似度を定量化する方法⁹⁾を提案した。本研究では、その方法を発展させて、凹部を有する一般の多面体形状の類似度を定量化する手法について考察を行った。その基本的な考え方は、(1)多面体を特徴部分の組合せとして記述する、(2)これらの特徴部分を比較する、というものである。立体の特徴部分に注目することで、人間の形状比較における認識判断に近いことが実現できるものと考えられる。すなわち、同一な部分あるいは類似している部分がどこで、相異している部分がどこか、といった識別が可能となるからである。また、ある視点から見えている立体の部分形状から類似度を推定するような場合においても、その特徴形状に注目することは有効であると考えられる¹⁰⁾。

本報告においては、多面体の類似度を定量化するための基礎

として、多面体を凸要素からなる特徴部分に分解して構造的に記述する方法について述べる。多面体モデルのボリューム分解により特徴表現を生成する方法に関しては幾つかの研究がなされてきている^{11)~15)}が、本研究では文献13)および14)で提案されている多面体の階層的記述法を発展させて、突起や穴などの簡単な形状特徴を表現できる新しいデータ構造として凸要素のみからなる「2層構造」を提案する。

以下ではまず、2層構造の生成の出発点となる多面体の階層的表現法について簡単に述べる。次に、2層構造が持つべき情報とその枠組みを示す。続いて、2層構造の生成法とその得失について述べる。バックワードプロセスと呼ぶ再凸分解過程の考え方、凸要素の形状特徴を認識する方法、特徴間の依存関係を記述する方法を説明し、実際の生成例を示す。

2. 凸分解による多面体の階層的表現

本章においては、依存関係を有する2層構造を生成するための出発点となる、凸多面体の階層構造によって多面体を記述する方法¹³⁾¹⁴⁾について簡単に述べる。

はじめに、実在面、仮想面、孤立稜線ループといった用語について説明する。分解の対象となる多面体(以下では原多面体という)に存在する面を実在面と呼ぶことにする。凸多面体の生成時に原多面体に存在しない面が作られることがある。その面を仮想面と呼ぶ。さらに、実在面は使用面と未使用面に区分する。使用面とは、階層構造のあるノードに対応する凸多面体を構成する面として使用される実在面のことである。凸多面体の内部に含まれる実在面はすべて未使用面である。また、実在面と仮想面の境界稜線ループを孤立稜線ループと定義する。

凸多面体階層構造の生成アルゴリズムは、次のとおりである。

* 原稿受付 平成12年2月3日

** 正 会 員 前橋工科大学工学部(前橋市上佐島町460-1)

*** 正 会 員 山梨大学工学部(甲府市武田4-3-11)

† 正 会 員 航空宇宙技術研究所(調布市深大寺東町7-44-1)

†† 正 会 員 豊田工業大学(名古屋市長久区方2-12-1)

Fig.1 Tree structure of polyhedron A

- (1) 原多面体の凸包立体（コンベックスハル）を生成し、これをルートノードの立体とする。
- (2) 生成された凸包立体の未使用面から構成される部分を取り出し、これに対して凸包立体を生成する。その際、未使用面群が互いに接点を持たない未使用面群に分割されるときには、その各々に対して凸包立体を生成する。
- (3) 未使用面がなくなるまで、(2) の手続きを繰り返す。
- (4) 生成される凸包立体において使用面が存在しないときには、分解は収束しなくなる。この場合には、孤立稜線ループの分離によって未使用面群を分割し、その各々に対して凸包立体を生成する。未使用面がなくなるまで、手続き(2) を繰り返す。

このような階層ツリー構造の生成過程、すなわち、ルートノードから最下位のリーフノードの分解要素に至る凸分解過程を、以下ではフォワードプロセスと呼ぶことにする。このフォワードプロセスの主たる特徴は、(a) 分解の仕方が一意に定まること、および (b) 分解によって新たな頂点が発生しないことである。

図1に、多面体Aについての階層構造を示す。一般に、奇数次の凸多面体は原立体のほぼ実在部分（正の凸立体）を表し、偶数次の凸多面体はその上位レベルの奇数次の立体より取り去るべき部分（負の凸立体）を表している。すなわち、多面体Aは $A_1 - A_2 + (A_{31} + A_{32}) - A_4$ で表現できる。この階層的表現法によれば、階層レベルの増加に伴って原多面体の細部までを厳密に表現することができる。

3. 特徴記述の基本的な考え方

前章で述べられた凸多面体のツリー構造では、幾何的な部分形状は表現されているが、この構造から穴や突起などの形状特徴を明確に記述するのは困難である。そこで、この凸分解過程を活かして、より分かりやすいかたちで形状特徴を記述する方法について考察する。

まず、ツリー構造におけるリーフノードの立体のみが基本的な特徴部分を表しているものと考えて、これを別の構造にスト

Table 1 Framework of a two layer structure

Two layer structure		Convex components		
	Item	Major ← → Minor		
		P1	P2	...
First layer (Positive)	Body name	P1	P2	...
	Level of node	1	3	
	Feature type	Base	Boss	
	Relationships			
Second layer (Negative)	Body name	S1		...
	Level of node	4		
	Feature type	Hole		
	Relationships			

アする。次に、この部分を原多面体から取り除き、変形された多面体についてツリー構造を再構成する。この処理の繰返しにより、特徴部分に分解されることになる。手続きの詳細については、第4章で述べる。得られたリーフノードの立体は、階層レベルの回数に応じて正の特徴部分と負の特徴部分に仕分けて記述するのが特徴処理においては有利であろう。これを実現するための構造を2層構造と呼ぶことにする。第1層は正の特徴部分を、第2層は負の特徴部分を表すものとする。

この2層に分割された凸立体に対して、突起や穴、ポケット、溝などの形状特徴が認識できることが必要である。また当然、これらの特徴分解された凸立体から原多面体が再現できなければならない。このためには、各立体の形状情報に加えて、それら立体間の接続関係の情報を持つことが必要である。具体的には、1つの立体の他の立体に対する独立性や従属性の記述、従属の場合には相互に結合する面情報の記述である。

さらに、階層レベルの回数や構成面についての孤立稜線ループの数などの情報も、形状特徴の認識においては重要である。たとえば、第2層に存在する凸立体で、孤立稜線ループが2つ以上ある場合には穴であることがわかる。

表1に、これらの情報から構成される2層構造の枠組みを示す。各立体について、階層レベルの回数、形状特徴、立体間の接続関係を持った構造である。この構造により、多面体の主要部から細部に至るまでの特徴部分が明確に記述できる。

4. 2層構造の生成法

4.1 バックワードプロセス

フォワードプロセスによって生成された凸多面体のツリー構造をもとに、リーフノードの立体を原多面体に返す手続きを新たに導入する。この処理過程をバックワードプロセスと呼ぶことにする。具体的には、奇数次レベルの立体の場合には原多面体からそれを取り去り、偶数次レベルの立体の場合には原多面体にそれを付加することにする。これは、リーフノードの立体の階層レベルに依存せず、その立体を構成している実在面を原多面体から取り去り、仮想面を原多面体に付加するといった操作によって処理できる。このバックワードプロセスの実行により、原多面体の細部が除去されて主要部が残存する立体が新たに生成されることになる。

引き続き、バックワードプロセスで生成された立体に対して、フォワードプロセスを実行する。バックワードプロセスはルートノードの立体に至るまで繰り返し行われる。これにより、中間レベルの立体が取り除かれ、各フォワードプロセスで生成されるリーフノードの立体の集合として原多面体を表現することができる。

First layer (+)	$A_1^{(1)}$ A_{31}
Second layer (-)	A_4

Fig.2 Two layer structure of polyhedron A

図1の例においては、立体 A_{31} を原立体 A から取り去り、立体 A_4 を原立体 A に付加することになる。このとき、新たに立体 $A_1^{(1)}$ が生成され、これを原立体として、再びフォワードプロセスが実行される。この例では、第1次の凸包立体 $A_1^{(1)}$ の生成で未使用面がなくなり、プロセスは終了する。これらの3つのリーフノードの立体を表1の2層構造の枠組みで図的に表現すると、図2のようになる。ここで、最終のバックワードプロセスで生成される立体の第1次凸包立体を基準立体と呼ぶことにする。基準立体は原多面体の主要な実体部分を表すものである。各フォワードプロセスで生成されるリーフノードの立体と基準立体とをあわせて、これらが原多面体の特徴部分を表しているものとする。

4.2 形状特徴の分類と認識

基準立体は、原立体の主要な実体部分を表す第1次の凸包立体であり、したがって常に正の特徴部分として位置づけられるものである。奇数次のリーフノードの立体は正の特徴部分を表しており、基準立体または他の特徴立体に付加すべき部分である。一方、偶数次のリーフノードの立体は負の特徴部分を表すものであり、基準立体または他の特徴立体から取り去るべき部分である。

この正と負の形状特徴を認識するための前提として、ここでは典型的な基本形状を対象に図3に示すように形状特徴を分類して扱うことにする。すなわち、正の形状特徴として base, boss, bridge を、負の形状特徴として hole, pocket, slot, step を扱うものである。まず、基準立体としての base は、最終のバックワードプロセスにおいて生成される立体の第1次凸包立体として認識される。リーフノードの立体の特徴認識については、フォワードプロセスにおける階層レベルの次数、孤立稜線ループの個数、およびそのループを構成する稜線の性質に基づき、次の手順で行う。

- (1) リーフノードの立体の階層レベルを調べる。奇数次レベルであれば、boss または bridge である。偶数次レベルであれば、hole, pocket, slot, step のいずれかである。
- (2) 孤立稜線ループの個数を調べる。奇数次レベルの立体で孤立稜線ループが1つの場合は boss であり、2つ以上の場合は bridge である。一方、偶数次レベルの立体において、それが1つの場合には pocket, slot, step といったくぼみとなり、2つ以上の場合は hole となる。偶数次レベルの立体で孤立稜線ループが1つの場合は、さらに次の手続き(3)を行う。
- (3) 孤立稜線ループの互いに隣接する稜線の組合せの中で、同一仮想面を構成しているものの個数を求める。隣接稜線のすべての組合せにおいて仮想面を構成している場合には pocket, 2つの場合は step, 4つ以上の場合には slot と識別される。

	Form features	Leaf node components	Number of isolated edge loops
Positive	Base	—	—
	Boss		1
	Bridge		2
Negative	Hole		2
	Pocket		1
	Slot		1
	Step		1

Fig.3 Classification of form features

以上の手続きを図1の例に適用すれば、 A_{31} は boss, A_4 は hole として認識される。

4.3 特徴立体間の依存関係の記述

フォワードおよびバックワードプロセスの繰返しにより、原多面体の細部の形状特徴から主要部の形状特徴までが順次抽出されることになる。これらの認識された形状特徴の相互の接続関係は、依存情報としてデータ構造内に格納される。基準立体を出発点として、各特徴立体を構成している面分の接続関係を調べる。その際、特徴立体の仮想面のみ注目して、その面と結合する他の面がいずれの特徴立体に存在するかを求める。その結果、たとえば特徴立体 P_1 の面 f_1 は特徴立体 P_2 の面 f_1 と接続するという情報が記憶される。1つの特徴立体に対して仮想面の数だけこのような依存関係を格納することになる。

4.4 2層構造の生成アルゴリズム

多面体の形状特徴を記述できる2層構造の生成アルゴリズムについてまとめると、次のとおりである。

- (1) フォワードプロセスによって生成されるツリー構造が2次の階層レベルを超える場合には、バックワードプロセスを実行する。リーフノードの立体が奇数次であれば原多面体から取り去り、偶数次であれば原多面体に付加する。
- (2) 手続き(1)によって新たに生成された立体を原立体に置き換えて再度、フォワードプロセスを実行する。
- (3) 生成されるツリー構造が第1次階層レベルになるまで、フォワード/バックワードプロセスを繰り返す。
- (4) 最終のバックワードプロセスで生成された立体の第1次凸包立体を基準立体とし、2層構造の第1層の最初に書き込む。

Table 2 Two layer structure of polyhedron A

Two layers	Item	Convex components	
First	Body name	$A_1^{(1)}$	A_{31}
	Level of node	1	3
	Feature type	Base	Boss
	Relationships	Independent	$f_1 \bowtie f_2$ of $A_1^{(1)}$
Second	Body name	A_4	
	Level of node	4	
	Feature type	Hole	
	Relationships	$f_1 \bowtie f_1$ of $A_1^{(1)}$ $f_2 \bowtie f_2$ of $A_1^{(1)}$	

- (5) 各フォワードプロセスで生成されたリーフノードの立体について形状特徴の認識を行い、これらを階層レベルの度数に応じて第1層と第2層に整理して書き込む。
- (6) 基準立体を出発点として、特徴部分相互の接続関係を調べ、面分の依存情報を格納する。

5. 2層構造の得失

多面体を2層構造で記述することの得失は、以下のとおりである。

- (1) ツリー構造の一意性から、2層構造は任意の多面体に対して一意に作成できる。
- (2) 立体の主要部から細部にわたる特徴部分が、正と負の特徴に分割されて明確に記述できる。したがって、個別の特徴部分に注目した形状比較をはじめとする特徴処理において操作性に優れ、理解しやすい構造である。
- (3) 特徴部分は分類定義された典型的な基本形状特徴として認識できる。ここで扱われていない特徴についても、少なくとも階層レベルの度数から正の特徴か負の特徴かの識別はできる。
- (4) 2層構造はフォワード/バックワードプロセスの繰返しにより生成されるため、より複雑な立体の場合には、そのプロセスの回数に依存して生成処理にかかる計算時間は増大する。

6. 2層構造の生成例

前章までに述べた方法にしたがって、実際に2層構造を生成した例を示す。表2は、図1の多面体Aを2層構造で記述したものである。多面体Aはbase $A_1^{(1)}$, boss A_{31} , hole A_4 の3つの形状特徴によって $A = A_1^{(1)} + A_{31} - A_4$ で表現される。立体の接続関係を表す記号 $\bowtie$ は、たとえば A_{31} について面 f_1 は $A_1^{(1)}$ の面 f_2 と結合することを表している。これらの特徴間の依存情報から、base $A_1^{(1)}$ の上面 f_2 にあるboss A_{31} , base $A_1^{(1)}$ の上面 f_2 と底面 f_1 を貫通するhole A_4 であることがわかる。

図4に示される多面体Bの場合には、2回のバックワードプロセスによって立体 $B^{(1)}$, $B^{(2)}$ のように変形される。これらの立体のフォワードプロセスで生成されるリーフノードの立体が特徴部分として2層構造に書き込まれる(表3)。特徴は、base $B_1^{(2)}$, boss B_{31} , slot $B_2^{(1)}$, hole B_6 で表現され、依存関係から、 B_{31} は $B_1^{(2)}$ の上面 f_2 の突起、 $B_2^{(1)}$ は $B_1^{(2)}$ の上面 f_2 および側面 f_3, f_4 にある溝、 B_6 は $B_1^{(2)}$ の底面 f_1 と $B_2^{(1)}$ の底面 f_1 を貫通する穴であることがわかる。

Fig.4 Forward and backward processes of polyhedron B

Table 3 Two layer structure of polyhedron B

Two layers	Item	Convex components	
First	Body name	$B_1^{(2)}$	B_{31}
	Level of node	1	3
	Feature type	Base	Boss
	Relationships	Independent	$f_1 \bowtie f_2$ of $B_1^{(2)}$
Second	Body name	$B_2^{(1)}$	B_6
	Level of node	2	6
	Feature type	Slot	Hole
	Relationships	$f_2 \bowtie f_2$ of $B_1^{(2)}$ $f_3 \bowtie f_3$ of $B_1^{(2)}$ $f_4 \bowtie f_4$ of $B_1^{(2)}$	$f_2 \bowtie f_1$ of $B_2^{(1)}$ $f_1 \bowtie f_1$ of $B_1^{(2)}$

次に、図5に示される多面体Cの場合について述べる。まず、最初のフォワードプロセスによって、7個のリーフノードの立体が得られる。これらの立体をバックワードプロセスによって処理することで、立体 $C^{(1)}$ が生成される。続いて、立体 $C^{(1)}$ のツリー構造が作られ、同じようにバックワードプロセスが繰り返される。最終的に3回のバックワードプロセスの実行によって、多面体Cは10個の特徴部分に分解される。得られたリーフノードの立体はすべて奇数次レベルの立体であり、表4に示されるように正の凸部分を表すものとして第1層に書き込まれる。第2層は空である。立体 $C_1^{(3)}$ は基準立体としてのbase、その他の立体はすべてbossとして認識される。各特徴立体の依存関係から、 $C_3^{(2)}$ と $C_{31} \sim C_{36}$ は $C_1^{(3)}$ の上面 f_2 に存在する突起、 C_7 は $C_5^{(1)}$ の上面 f_2 の突起、 $C_5^{(1)}$ は $C_3^{(2)}$ の上面 f_2 の突起であることがわかる。

本処理プログラムはC言語で作成されている。1つの多面体を与えられたとき、ツリー構造の作成からはじめて完全に2層構造を作成し終えるまでに要する計算時間は、たとえば図5に示される構成面数95面の多面体Cの場合には、CPU300MHz

Table 4 Two layer structure of polyhedron C

Two layers	Item	Convex components				
First	Body name	$C_1^{(3)}$	$C_3^{(2)}$	$C_5^{(1)}$	C_{31}	C_{32}
	Level of node	1	3	5	3	3
	Feature type	Base	Boss	Boss	Boss	Boss
	Relationships	Independent	$f_1 \bowtie f_2$ of $C_1^{(3)}$	$f_1 \bowtie f_2$ of $C_3^{(2)}$	$f_1 \bowtie f_2$ of $C_1^{(3)}$	$f_1 \bowtie f_2$ of $C_1^{(3)}$
Second		Empty				
First	Body name	C_{33}	C_{34}	C_{35}	C_{36}	C_7
	Level of node	3	3	3	3	7
	Feature type	Boss	Boss	Boss	Boss	Boss
	Relationships	$f_1 \bowtie f_2$ of $C_1^{(3)}$	$f_1 \bowtie f_2$ of $C_1^{(3)}$	$f_1 \bowtie f_2$ of $C_1^{(3)}$	$f_1 \bowtie f_2$ of $C_1^{(3)}$	$f_1 \bowtie f_2$ of $C_5^{(1)}$
Second		Empty

Fig.5 Forward and backward processes of polyhedron C

のコンピュータで0.73秒であった。

7. 結 言

本論文では、多面体の類似度を定量化するための基礎として、多面体を凸要素のみから構成される2層構造で記述する方法を提案した。この方法は、従来の階層的記述法を発展させたものであり、フォワードプロセスで生成されるツリー構造をもとにバックワードプロセスを繰り返し適用することで、特徴を表すのにあまり意味のない中間レベルの凸立体を取り去り、原多面体の主要な実体部分である基準立体とリーフノードの立体を形状特徴として認識し、これらの相互依存関係を記述していくものであった。この2層構造は任意の多面体に対して一意

に作成でき、その特徴部分が理解しやすいかたちで凸(+)部分と凹(-)部分とに分割されて主要部から細部までが記述できる構造である。したがって、この構造は特徴部分に注目した形状比較や形状処理に有効に適用できるものと考えられる。凸多面体の形状比較の方法⁹⁾を2層構造で表された各凸立体に適用することにより、一般の多面体の類似度を定量化することが可能となるが、その具体的な方法については別の機会に報告する。

参 考 文 献

- 1) A.H.Bond and R.Jain : A Formal Definition and Automatic Extraction of Group Technology Codes, In ASME Computers in Engineering Conf., 1, (1988) 537.
- 2) H.Grabowski, R.Anderl, K.Geiger and M.Schmitt : Vision Based On-Line Inspection of Manufactured Parts, in Human Aspects in Computer Integrated Manufacturing, Elsevier Science Publ., (1992) 593.
- 3) W.B.Thompson, R.F.Riesenfeld and J.C.Owen : Determining the Similarity of Geometric Models, Proc. Workshop on Image Understanding, (1996) 1157.
- 4) R.Chin and C.Dyer : Model-Based Recognition in Robot Vision, ACM Computing Surveys, 18, 1, (1986) 67.
- 5) E. Arkin, L. Chew, D. Huttenlocher, K. Kedem and J. Mitchell : An Efficient Computable Metric for Comparing Polygonal Shapes, IEEE Trans. PAMI, 13, 3, (1991) 209.
- 6) K.Kupeev and H.Wolfson : On Shape Similarity, Proc. Int. Conf. Pattern Recognition, (1994) 227.
- 7) R.Basri, L.Costa, D.Geiger and D.Jacobs : Determining the Similarity of Deformable Shapes, Proc. IEEE Workshop on Physics-based Modeling in Computer Vision, (1995) 135.
- 8) H.Y.Shum, M.Hebert and K.Ikeuchi : On 3D Shape Similarity, Proc. IEEE Conf. Computer Vision and Pattern Recognition, (1996) 526.
- 9) S.Mukai, S.Furukawa, M.Obi and F.Kimura : An Algorithm for Deciding Similarities of Convex Polyhedra, Computers & Graphics, 18, 2, (1994) 171.
- 10) 向井伸治, 古川 進, 磯部俊夫, 黒田 満, 久保田宗人 : 立体の部分形状の比較による類似度の推定, 精密工学会誌, 66, 2 (2000) 251.
- 11) B.G.Batchelor : Hierarchical Shape Description Based upon Convex Hulls of Concavities, J. Cybernetics, 10, (1980) 205.
- 12) T.C.Woo : Feature Extraction by Volume Decomposition, Proc. Conf. CAD/CAM Tech. Mech. Eng., Cambridge, MA, (1982) 76.
- 13) 古川 進 : 多面体の階層構造による記述とその生成手続きに関する研究 (第1報), 精密工学会誌, 51, 11 (1985) 2071.
- 14) 古川 進 : 多面体の階層構造による記述とその生成手続きに関する研究 (第2報), 精密工学会誌, 52, 11 (1986) 1905.
- 15) Y.S.Kim : Recognition of Form Features Using Convex Decomposition, Computer-Aided Design, 24, 9, (1992) 461.
- 16) 向井伸治, 古川 進, 黒田 満 : 凸多面体分解による多面体の表現法について, 1994 年度精密工学会秋季大会学術講演会講演論文集, (1994) 693.