減衰が不均一に分布する機械の振動挙動を表す 高精度モデルの構築*

戸井 武司** 佐藤 満*** 大久保 信行**

Development of Accurate Vibration Model for Mechanical Structures with Un-uniformly Distributed Damping

Takeshi TOI, Mitsuru SATO and Nobuyuki OKUBO

In case of uniformly distributed damping, the system can be expressed as real mode shapes and therefore the prediction of structural modification can be achieved with high accuracy. However in case of un-uniformly distributed damping, such as automobile suspension consisted of link, bush, the system should be expressed as complex mode shape, resulting less accurate prediction. In this paper, a numerical model is used to reveal the cause of such inaccuracy and then new algorithms are proposed to improve such inaccuracy. Finally by using proposed algorithm, an accurate vibration model of actual automobile suspension is obtained to be able to predict the change of vibration after structural modification.

Key words: un-uniformly distributed damping, complex mode shape, structural modification, automobile suspension

1. 緒 言

機械に対する高機能化,高度化の要求はますます厳しくなり,振動挙動に関しても設計の早い段階での対策のために精度の高いモデル化技法が望まれている。そのため,実験モード解析により求められた振動モードによりモデル化する,いわゆるモーダルモデルに基づき,設計変更した際にどのように振動挙動が変化するかを構造変更予測シミュレーションにより予測したり,さらに感度解析により,どの部分を構造変更すれば効率のよい変更が可能かを検討する技法が広く用いられている¹⁾。

しかし,機械構造の減衰の分布が均一であり,したがって振動モードが比例粘性減衰で表現できる実数モードの場合には精度の高い予測が可能であるが,減衰が不均一に分布する場合には非比例粘性減衰となり,複素モードとなるため予測の精度がかなり低くなっているのが現状である。

そこで本論文では,簡単な数値モデルを用い,減衰が不均一に分布する場合に構造変更予測の精度が低下する原因を明らかにし,さらにその低下を防ぐ手法を提案する。最後に,実機への適用例として自動車サスペンションを用い,精度の高い予測ができたことを報告する。自動車サスペンションは,金属製のリンク類と,それらをつなぐブッシュ,ジョイント,ベアリングおよびダンパで構成されており,減衰が不均一に分布する代表的な構造である。

なお,構造変更の種類としては,実際の検証が容易である質量付加を行っているが,剛性などの変更も手法としては同一である²⁾³⁾。

2. 数値モデルによる構造変更予測の精度低下の原因解明

2.1 比例粘性減衰(実数モード)の場合

まず,現状のモデル化技法により機械構造の減衰が均一に分布し,実数モードとなる比例粘性減衰の場合にどの程度の構造変更予測が可能かを確かめるために図1の6自由度数値モデル

を用いる。このモデルは後述する自動車サスペンションを想定し,3つの集中質量 m_a , m_b および m_c からなる分系と, m_d , m_e および m_f の分系が結ばれているとし,質量間のはね定数と粘性減衰係数との比はすべて同一とした比例粘性減衰である。また,構造変更としては質量 m_a に質量付加 Δm するとし,それぞれの数値を図中に示す。

まず,質点1に外力が加わった場合の伝達関数をそれぞれ計算し,カーブフィットプログラムにより各振動モードを求めた。なお,ここで使用したプログラムは市販されている代表的なものである。

この数値モデルの振動モードは当然実数モードとなり,図2に示すように,例えばモード4では複素平面上ですべての質点の振動モード成分は同一直線上にそろえることになる。なお,図を見やすくするために逆位相のベクトルも符号を反転し,同一方向にそろえている。

次に,これらの算出された実数モードのモーダルモデルにより質量付加した際の伝達関数の変化を予測し,その結果を図3に示す。実線が構造変更前,一点鎖線がモーダルモデルにより予測された構造変更後,破線は質量付加した数値モデルから直

Fig.1 Numerical model for proportional and non-proportional viscous damping system

* 原稿受付 平成 11 年 9 月 27 日

** 正 会 員 中央大学理工学部 (東京都文京区春日 1-13-27)

*** 中央大学大学院

Fig.2 Mode shape vector of numerical model for proportional viscous damping system (Mode 4; 274.6 Hz)

接求められた正解値である。このように実数モードの場合には構造変更予測の精度は高く、実用上広く利用されていることを裏付けている。なお、ここで使用した構造変更予測シミュレーションプログラムも市販されている代表的なものである。

2.2 非比例粘性減衰（複素モード）の場合

次に、自動車サスペンションのように、その一部品、例えば金属製リンク単品は減衰が均一に分布する実数モード分系であっても、それらを結ぶブシュは減衰が大であり、全体として複素モードとなるような数値モデルを作成した。すなわち、図1において2つの分系はそのままとし、結合する粘性減衰係数 C_c （ブシュに相当）のみを60倍とした非比例粘性減衰モデルとした。

このモデルにより伝達関数を計算し、カーブフィットプログラムにより各振動モードを求め、その一例を図4に複素平面上で示す。分系1, 2, 3と分系4, 5, 6の間に相対的位相差があるのは結合の高減衰の影響であるが、本来同一直線上にあるべきそれぞれの分系内でも位相差が生じている。これは、現状のカーブフィットプログラムでは、どの測定点間で相対的位相差を許し、ある点間では許さないなどの拘束条件の下で振動モードを算出することが不可能なためである⁴⁾。

この結果、カーブフィットプログラムにより求められた複素モードをそのまま用いて構造変更予測を行うと予測精度が低下してしまう。図5には、実線が構造変更前、破線が2.1節と同様の質量付加した数値モデルから直接求めた正解の伝達関数に比べ、モーダルモデルにより予測された伝達関数が一点鎖線のように異なってしまうことが確認できる。

これから、減衰が不均一に分布し複素モードとなる場合、構造変更予測の精度が低下する原因は、本来実数モードとなるべき分系内で位相差をもつことであり、これを改善することにより、高い精度での構造変更予測が期待できる。

3. 複素モードの改善手法

多くの機械構造の部品単体では減衰が均一に分布し、実験モード解析を適用しても実数モードとなるが、部品間の接合部で局所的な減衰が生じるため、系全体としては複素モードとなる場合が一般的である。

そこで、ここでは分系内では実数モードであることを考慮した複素モードの改善方法を2種類、アルゴリズム1および2を提案する。

3.1 アルゴリズム1

この方法は、カーブフィットプログラムによって得られた振動モードをさらに以下のように強制的に変換するものである。すなわち、図6のように実数モードと考えられる分系内において、最大振幅となるベクトルを基準とし、すべてのベクトルの

Fig.3 Prediction of FRF after mass modification for proportional viscous damping system

Fig.4 Mode shape vector of numerical model for non-proportional viscous damping system (Mode 4; 224.7 Hz)

Fig.5 Prediction of FRF after mass modification for non-proportional viscous damping system

位相角がこの最大振幅ベクトルと同一になるように、振幅はそのまま回転することで一直線上に並べるといものである。

なお、平均の位相をとるなど他の手法も試みたが、上記の手法が最も適切であった。

3.2 アルゴリズム2

上記の手法は、系全体に対する1回のモード解析で求められる簡便なものであるが、系を分系に分解することが容易で、分系ごとの実験モード解析の適用が可能である場合には、以下の

ようにさらに精度の高い改善が行える。

まず、カーブフィットにより得られた r 次の系全体の複素モード $\phi_{\text{Assy}.r}$ を次のように、各分系 A, B, ... に分け、

$$\{\phi_{\text{Assy}.r}\} = \begin{Bmatrix} \phi_{\text{Assy}.A.r} \\ \vdots \\ \phi_{\text{Assy}.B.r} \\ \vdots \\ \vdots \end{Bmatrix} \quad (1)$$

各分系ごとに複素モードを実数モード化する。この求める分系実数モード $\phi'_{\text{Assy}.A.r}$ などは振動モード重ね合わせが成立し、

$$\begin{aligned} \{\phi'_{\text{Assy}.A.r}\}_{k \times 1} &\cong \gamma_{A1.r} \{\phi_{A1}\}_{k \times 1} + \gamma_{A2.r} \{\phi_{A2}\}_{k \times 1} \\ &+ \cdots + \gamma_{A\alpha.r} \{\phi_{A\alpha}\}_{k \times 1} \\ &= [\phi_A] \cdot \{\gamma_{Ar}\} \end{aligned} \quad (2)$$

のように表せる。ただし、 $\gamma_{A\alpha r}$ は分系 A 単体の α 次の振動モード係数、 $\phi_{A\alpha}$ は分系 A 単体の α 次の実数モード、 k は分系 A の自由度、 α は振動モードの数である。

したがって、振動モード係数は以下のように求められ、

$$\{\gamma_{Ar}\}_{\alpha \times 1} = \left([\phi_A]_{k \times \alpha}^h \cdot [\phi_A]_{k \times \alpha} \right)^{-1} \cdot [\phi_A]_{k \times \alpha}^h \cdot \{\phi'_{\text{Assy}.A.r}\}_{k \times 1} \quad (3)$$

この振動モード係数により式(2)の変換ができ、最終的にはそれぞれの分系ごとに実数モード化され、

$$\{\phi'_{\text{Assy}.r}\} = \begin{Bmatrix} \phi'_{\text{Assy}.A.r} \\ \vdots \\ \phi'_{\text{Assy}.B.r} \\ \vdots \\ \vdots \end{Bmatrix} \quad (4)$$

のように求められる。

3.3 改善による構造変更予測の精度の向上

このアルゴリズム 1 および 2 を前述の非比例粘性減衰の場合に適用してみる。図 7 はモード 4 でのそれぞれのアルゴリズムを示し、2 つの分系内では実数モードとなり、分系 1, 2, 3 および 4, 5, 6 のベクトルが一直線上に並んでいることが分かる。

さらに、構造変更の予測結果を比較すると図 8 のように改善効果が明らかになる。図中、質量付加後の数値モデルから直接求めた正解の伝達関数を実線で、カーブフィットにより求められた複素モードをそのまま用いた予測を一点鎖線で、アルゴリズム 1 および 2 により改善した結果をそれぞれ破線および二点鎖線で示す。

Fig.6 Algorithm 1 to convert complex to real mode shape

Fig.7 Converted complex mode shape vector by algorithm 1 and 2 (Mode 4; 224.7 Hz)

Fig.8 Comparison of FRF after mass modification by algorithm 1 and 2

これらのアルゴリズムにより、より精度の高い予測が可能となり、さらにアルゴリズム 2 は分系ごとの実数モードを求める必要があるが、アルゴリズム 1 に比べ、予想精度が向上していることが分かる。

4. 自動車サスペンションへの適用

新しく提案した手法の効果をみるために図 9 のように実際の自動車サスペンションに適用する。ただし、タイヤを付け接地した状態では減衰が大きく、振動モード自体を算出することが困難で手法の効果の比較が難しいので、図中のようにタイヤを付けず、ホイールの先端の加振ジグを予荷重がかかるようにワイヤで吊り、1G 状態（自動車が静止しているときのサスペンションの荷重状態）にしてランダム波を出力して Z 方向に加振し、計 46 点を測定点とし、加速度計により Z 方向の加速度を測定した。その結果、0~300 Hz の範囲に 10 個の振動モードが算出された。

Fig.9 Automobile suspension assembly without tire

Fig.10 Mode shape vector of suspension assembly without tire (Mode 6; 107.3 Hz)

Fig.11 Mode shape vector after application of algorithm 1

図 10 にはカーブフィットプログラムにより求められた振動モードの代表例、モード 6 を複素平面上に示す。数値モデルと同様、分系内では実数モードで一直線上に並ぶと考えられるが、アップアームなどでも位相差を生じていることが分かる。

この複素モードにアルゴリズム 1 を適用し、分系内実数モード化をはかった結果を図 11 に示す。さらにアルゴリズム 2 を適用するためにアップアームなどに分解し、実験モード解析を行った。その結果の一例を図 12 に示し、矢印の振動モードも図中のように実数モードであることが分かる。他の分系、ロアアーム A、B、トレイリングアーム、ナックルおよびホイールも同様に分系単体では減衰が不均一に分布する実数モードであった。これらの実数モードに基づき、アルゴリズム 2 を適用した結果を図 13 に示す。

実際の構造変更としては、図 9 中に示すようにロアアーム B の中央に質量 0.5 kg を付加した。その結果を、図 14 ((a) 20~50 Hz 範囲、(b) 70~150 Hz 範囲) に示す。図中実線は実際に質量付加し、再度測定した正解の伝達関数を、一点鎖線は

Fig.12 Mode shape vector and FRF of upper arm

Fig.13 Mode shape vector after application of algorithm 2

Fig.14 Comparison of FRF after mass modification by algorithm 1 and 2

カーブフィットによって得られた複素モードをそのまま用いた構造変更予測、破線および二点鎖線はそれぞれアルゴリズム 1 および 2 を適用し、複素モードを分系内実数モード化した後、構造変更を予測した結果である

提案した手法により、大きく構造変更の予測精度が上がったことが確認できる。さらに、アルゴリズム 2 が最も予測精度の高いことが明らかである。

5. 研究成果

- (1) 減衰が不均一に分布する非比例粘性減衰系における構造変更予測シミュレーションの精度が低下する原因を数値モデルにより明らかにした。
- (2) この予測精度を向上させるための新手法を提案し、数値モデルにより、その効果を検証した。
- (3) 実際の自動車サスペンションに適用し、従来に比べて高い精度の構造変更予測シミュレーションが可能となった。

謝 辞

本研究を遂行するにあたり多大なご協力をいただきました株式会社本田技術研究所に深く感謝いたします。

参 考 文 献

- 1) 大久保信行：機械のモーダルアナリシス，中央大学出版部，(1982)。
- 2) 佐藤 満，戸井武司，大久保信行：減衰が不均一に分布する自動車サスペンションの高精度モデルの構築，1998年度精密工学会秋季大会学術講演会講演論文集，(1998) 257。
- 3) 佐藤 満，戸井武司，大久保信行：減衰が不均一に分布する自動車サスペンションの振動挙動を表す高精度モデルの構築，1999年度精密工学会春季大会学術講演会講演論文集，(1999) 367。
- 4) J.E. Cooper and J.R. Wright : To Fit or to Tune ? - That Is the Question, Proc. 15th Int. Modal Analysis Conf., Vol.2, (1997) 1353。