パラレルメカニズムを用いた三次元座標測定機（第3報）*

—アッペの原理—

大 岩 孝 彰** 山 口 浩 希***

Coordinate Measuring Machine using Parallel Mechanism (3rd Report)

-Abbe's Principle-

Takaaki OIWA and Kouki YAMAGUCHI

This study has proposed a new coordinate measuring machine (CMM) based on a spatial parallel mechanism consisting of closed loop link mechanism. In conventional CMM employing of XYZ mechanism, the motion error of the mechanism strongly influences the measurement accuracy because of violation of the Abbe's principle which is the basis of the precision measurement. In this paper, the relationship between the link layout of proposed mechanism and the influence of joint runouts on the measurement error has been investigated analytically and experimentally. The obtained main results are as follows. (1) The joint runout in the scale direction strongly affects the measurement error. (2) Effects of the runouts except the scale direction are negligible when the measuring point is in the extensional direction of the scale. (3) The dispersion of measured value has decreased in above link layout. In conclusion, the Abbe's principle can be applied in proposed parallel mechanism.

Key words: coordinate measuring machine, Abbe's principle, parallel mechanism, link layout, error analysis, joint runout

1. 結 言

近年、立体的で複雑な形状を持つ機械部品の寸法や形状の精密測定が著しく高まっている。現在、このような測定は直交座標型の三次元座標測定機（以下CMM）で行われることが多いが、精度的および能率的に限界に達しつつある。そこで本研究では、従来の直交型ではなく図1に示すようなリンクを並列に配置した閉ループ構造を持つ空間3自由度パラレルメカニズムを用いたCMMを提案してきた^{1)~3)}。図中の3本の直動ジョイントの長さを変化させるとステージは空間内を移動し、プローブが測定対象に触れた瞬間の直動ジョイントの伸縮量を内蔵の測長ユニットで測定して、プローブ先端の三次元座標位置を計算する。この方式ではパラレルメカニズムの持つ次のような特長により、従来の直交型CMMと比較して高精度かつ高速な測定が可能であると考えられる。

- (1) トラス構造のため部材には主に引張りまたは圧縮荷重のみが作用し、たわみが生じにくく剛性が高い。
- (2) 測長ユニットが並列に配置されているため、各測定軸の運動誤差や位置決め誤差が累積しない。
- (3) 各軸の質量が累積せず、可動部の慣性質量が小さい。したがって、固有振動数や移動速度を高く設定できる。

ところで、従来の直交座標型CMMの構造的な不具合として、精密測定の基本であるアッペの原理を満たしていない点が指摘されてきた⁴⁾。つまり、測定点が測長ユニットの延長線上にないため、測定値が各移動軸の運動誤差の影響を受けやすい。この影響は測定点と測長ユニットの延長線とのオフセット量に比例する。このため、一般的な一次元の万能測長機などでは、このオフセットをなくすように測定物と標準尺が一線線上に配置さ

Fig. 1 Proposed CMM based on parallel mechanism

れているが、直交座標型CMMではすべての移動軸についてオフセットをなくすことは困難である。

これに対して、提案するパラレルメカニズムを用いたCMMでは測定点をスケールの延長線上付近に配置することが可能であり、これによって測定値がメカニズムの運動誤差の影響を受けにくくなることが予想される。そこで本報では、パラレルメカニズムの運動誤差の主原因と考えられる対偶部（ジョイント）の運動誤差がプローブ先端の位置決め誤差に及ぼす影響とリンク配置の関係について調査するため、微小運動学を用いた誤差解析を行い、さらに簡易的なパラレルマニピュレータを試作して測定点の位置と測定誤差の関係について調べた。

2. 誤 差 解 析

2.1 誤差解析方法

まず図2に示すように、ステージ上の回転ジョイント S_i ($i=1, 2, 3$)に半径方向の運動誤差があったときのプローブ先端の微小変位を考える。ストラットの長さ l_i （回転ジョイントから球面ジョイントまでを示す）が一定だとすると、プローブ先端の座標値 $x=(x, y, z)^T$ はステージ半径 $r_s=(r_{s1}, r_{s2}, r_{s3})^T$ の関数であると考え

* 原稿受付 平成11年10月7日

** 正 会 員 静岡大学工学部（浜松市城北3-5-1）

*** 静岡大学大学院

Fig. 2 Coordinate system and runouts of joints on stage and base

られるので、

$$x = F(r_s) \quad (1)$$

となり、第1報¹⁾で報告した順運動学を用いて数値計算により求められる。半径方向の運動誤差を $\delta r_s = (\delta r_{s1}, \delta r_{s2}, \delta r_{s3})^T$ 、プローブ先端の微小変位を $\delta x = (\delta x, \delta y, \delta z)^T$ とすると、両者の関係は、

$$\delta x = \frac{\partial F}{\partial r_s} \delta r_s = J_{rs} \delta r_s \quad (2)$$

で表される。ここで式(2)の3×3の偏導関数行列がヤコビ行列 J_{rs} である。そして各成分は以下のように表される。

$$\begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \\ \delta z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial r_{s1}} & \frac{\partial x}{\partial r_{s2}} & \frac{\partial x}{\partial r_{s3}} \\ \frac{\partial y}{\partial r_{s1}} & \frac{\partial y}{\partial r_{s2}} & \frac{\partial y}{\partial r_{s3}} \\ \frac{\partial z}{\partial r_{s1}} & \frac{\partial z}{\partial r_{s2}} & \frac{\partial z}{\partial r_{s3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta r_{s1} \\ \delta r_{s2} \\ \delta r_{s3} \end{bmatrix} \quad (3)$$

このヤコビ行列 J_{rs} は各ジョイントの半径方向の運動誤差 δr_s を XYZ 空間内の測定点の微小変位に線形変換する行列であると解釈できる。したがって、この行列から3つの特異値 λ_i を求める特異値分解を行うと、その性質がより明らかとなる。つまり、図3に示すように、 δr_s 空間の球の中の大きさが等しい各ベクトル δr_s に行列 J_{rs} を掛け合わせると δx 空間には楕円体が得られる。特異値 λ_i はこの楕円体の3本の主軸の長さを与えるものであるから、特異値の大きい場合ほど測定誤差が大きくなることになる。また、この楕円体の体積 V は、

$$V \propto \det J_{rs} \quad (4)$$

となる⁵⁾。つまり $\det J_{rs}$ が大きいほどジョイントの半径方向の誤差が測定誤差に及ぼす影響の度合いが大きくなる。本報では、以上の J_{rs} の特異値と行列式の値 $\det J_{rs}$ をジョイントの誤差が測定誤差に及ぼす影響の大きさを評価する指数として用いる。

以上のステージ上の回転ジョイントの半径方向運動誤差成分 δr_s と同様に、円周方向成分 $\delta \theta_s = (\delta \theta_{s1}, \delta \theta_{s2}, \delta \theta_{s3})^T$ 、Z方向成分 $\delta h_s = (\delta h_{s1}, \delta h_{s2}, \delta h_{s3})^T$ およびZ軸回り成分 $\delta \gamma_s = (\delta \gamma_{s1}, \delta \gamma_{s2}, \delta \gamma_{s3})^T$ 、ベース面上の球面ジョイント B_i の運動誤差の半径方向成分 $\delta r_B = (\delta r_{B1}, \delta r_{B2}, \delta r_{B3})^T$ および円周方向成分 $\delta \theta_B = (\delta \theta_{B1}, \delta \theta_{B2}, \delta \theta_{B3})^T$ とし、ヤコビ行列 J_{θ_s} , J_{h_s} , J_{γ_s} , J_{r_B} および J_{θ_B} の特異値および行列式の値を計算した。特異値および行列式の値の単位は、並進方向の誤差については無次元、回転方向の誤差についてはそれぞれ [mm/rad] および [(mm/rad)] となる。計算に用いた機構の大きさについては、図4のようにベース上の球面ジョイントの半径位置を $r_B = 550$ mm、ステージ半径を $r_s = 100$ mmとした。また、プローブ先端の座標位置は前報³⁾で得られた XYZ 方向の分解能が等しくなる等方点 $(0, 0, 388.9) (=0.707r_B)$ に固定し、プローブの突出量 l_s を変えてリンク配置を変化させた。測定点がリン

Fig. 3 Displacement transformation from radial runout of joint to measuring point

Fig. 4 Isotropic point

Fig. 5 Influence of link layout on singular value related to stage joints

Fig. 6 Influence of link layout on singular value related to base joints

クの延長線上にあるとき、 $l_s = 70.7$ mm ($=0.707r_s$) となる。

2.2 解析結果

まず、ステージ上の回転ジョイントの運動誤差成分についてのヤコビ行列 J_{rs} , J_{θ_s} , J_{h_s} および J_{γ_s} の最大特異値を図5に示す。左図は並進方向成分について、右図は回転方向成分について示している。運動誤差の半径方向 J_{rs} と Z 方向成分 J_{h_s} などの並進方向成分では、最大特異値と最小特異値が一致した。半径方向 J_{rs} の特異値は 0.67~0.90 で変化は小さく、Z 方向成分 J_{h_s} の特異値は 0.577 で一定の値となる。これは例えばジョイントに Z 方向の誤差があったとき、その0.6倍程度の測定誤差が発生する可能性があることを示している。以上に対して、円周方向成分 J_{θ_s} および Z 軸回り成分 J_{γ_s} の最大特異値は、 $l_s = 0$ のとき 60~80 mm/rad となっている。これは例えば 10 μrad 程度の誤差があるとき 0.6~0.8 μm の測定誤差が発生する可能性があることを示す。しかし $l_s = 70.7$ のとき、つまりストラットの延長線上にプローブ先端が位置する場合に特異値は 0 となり急激に低下する。これはジョイントの円周方向および Z 軸回りの運動誤差があっても、測定誤差を生じないことを示している。

次に、ベース上の球面ジョイントの運動誤差成分についてのヤコビ行列 J_{r_B} および J_{θ_B} の最大特異値と最小特異値を図6に示す。各特異値は図4に示したステージ上のジョイントの場合とまったく同じ値となっていることがわかる。

図7は図5の右図の横軸を、リンク延長線から測定点までの距離 h (図4参照) を用いて書き直したものである。この図から、

Fig. 7 Relation between singular value and distance

Fig. 8 Relation between determinant and probe length

Fig. 9 Coordinate of measuring point in calculation

距離 h の変化に対して回転方向成分の最大特異値がほぼ線形的に増すことがわかる。

次に、それぞれのヤコビ行列の行列式の値 $\det J_{rs} \sim \det J_{rb}$ とプローブ長さ l_s の関係を図8に示す。図5～6に示した特異値の計算結果と同様に、ステージおよびベース上のジョイントの運動誤差の並進方向成分以外の誤差 $\delta\gamma_s$, $\delta\theta_s$ および $\delta\theta_b$ の影響が、 $l_s=70.7$ ($=0.707r_s$) のとき、すなわちストラットの延長線上にプローブ先端が位置する場合に僅少となることわかる。並進方向の誤差 δx_s , δh_s および δr_b については $l_s=0 \sim 100$ の範囲内では行列式の値は1以下となる。また、ステージ上とベース上のジョイントの半径方向誤差 δr_s および δr_b に関する行列式の値は一致していることがわかる。以上より、特異値と行列式の値は同様の傾向を示すことがわかったので、以後は主に特異値について示す。

2.3 測定点を移動した場合

前節では、測定点を等方点に固定しリンク配置を変化させて計算を行ってきたが、本節では測定点を測定空間内に移動した場合について検討する。図9に示すように、プローブ長さ l_s を 70.7mm に固定して、等方点を中心としてX軸、Y軸およびZ軸の各方向に ± 50 mm ずつ移動させたときの最大特異値を計算した。特異値は前節までと同様に、ステージ上の回転ジョイントの運動誤差に関する各ヤコビ行列 $J_{\theta_s} \sim J_{\theta_b}$ について求めた。

図10, 11および12はプローブ先端を等方点からX方向、Y方向およびZ方向にそれぞれ移動させた際の最大特異値の変化を示している。等方点 (0, 0, -388.9) ではリンクの延長線上に測定点があるため最大特異値は最小となるが、等方点から離れるに従い、測定点とリンクの延長線の間にオフセットが生ずるため、最大特異値は大きな値となる。X方向およびY方向に移動させた際は、プローブ先端が等方点より上にある場合 ($Z=-388.9$) より下にある場合 ($Z=-438.9$) のほうが最大特異値は小さくなる傾向がある (J_{rs} , J_{θ_s} および J_{θ_b})。このことから、測定領域は等方点のやや下側が適していることがわかる。

2.4 リンク方向の運動誤差

本節では、運動誤差をリンク方向成分とそれに垂直な2方向成分に分けて特異値の計算を行う (図13)。ここで、ジョイントのリンク方向への微小変位はリンクの微小伸縮量と等価であるため、前報で求めたリンクの微小伸縮量 δl とプローブ先端の微小変位 δx との関係を表すヤコビ行列 J がジョイントのリンク方向の運動誤差に関するヤコビ行列となる。また、ステージ上の回転ジョイントの運動誤差のリンク方向成分 $\delta \alpha_s$ とベース上の球面ジョイントの運動誤差のリンク方向成分 $\delta \alpha_b$ は同一の $\delta \alpha$ で表される。次に、ステージ円とベース円の接線方向の誤差をそれぞれ $\delta \alpha_s$, $\delta \alpha_b$ とし、 $\delta \alpha_s$ とリンクに直角な方向を δn_s とする。接線方

Fig. 10 Singular value variation during probe tip travel in X-direction

Fig. 11 Singular value variation during probe tip travel in Y-direction

Fig. 12 Singular value variation during probe tip travel in Z-direction

向の誤差 $\delta \alpha_s$, $\delta \alpha_b$ は半径方向 δr_s , δr_b と円周方向の誤差 $\delta \theta_s$, $\delta \theta_b$ をそれぞれ合成することで得られ、 δn_s は半径方向とZ軸方向の誤差成分 δr_s および δh_s を合成することで得られる。

図14は以上の誤差成分とプローブの運動誤差の関係を表すヤコビ行列 J , J_{rs} , J_{θ_s} および J_{θ_b} の特異値を表している。この図から、リンク方向の誤差に関するヤコビ行列 J 以外は、スケール

Fig. 13 Components of joint runouts

Fig. 14 Variation of singular values with probe length

の延長線上に測定点がある配置 ($l_s=70.7$) で特異値が0となることからわかる。またこのような配置のとき、リンク方向の誤差に関するヤコビ行列 J の最大特異値と最小特異値は共に1となり、ジョイントのリンク方向の誤差成分がそのまま測定点の運動誤差に現れることになる。

図15は同様にヤコビ行列 J , J_{IS} , J_{NS} および J_{IB} の行列式の値を示している。同様に $l_s=70.7$ のとき、リンク方向誤差成分に関するヤコビ行列の値 $\det J$ は1となり、他の方向成分に関するヤコビ行列の値 $\det J_{IS}$, $\det J_{NS}$ および $\det J_{IB}$ はすべて0となる。前者は図3に示す δx 空間内の楕円体がジョイントの誤差空間の球体と同じ大きさの球体となっていることを、後者は δx 空間内の楕円体の体積 V が0となることを表している。

以上をまとめると、ジョイントの運動誤差のリンク方向以外の影響は小さく、リンク方向の誤差は運動誤差に直接影響することがわかった。また、ジョイントの運動誤差の影響が最も小さくなるリンク配置は、最も測定分解能が高くなる配置、つまり測定空間が最も狭くなる配置になることが推察できる。

3. プロトタイプCMMによる実験

本章では、簡易的な3自由度パラレルマニピュレータを用いたCMMにより、長さ測定時の繰返し精度とリンク配置の関係について調査を行う。

3.1 プロトタイプCMMの概要

図16は第1報で製作した3自由度パラレルマニピュレータを用いたパラレルメカニズム型CMMのプロトタイプである。ベース部の3個の球面ジョイントは8面体トラス構造を持つアルミニウムフレーム上に支持されている。球面ジョイントには市販の球面すべり軸受 (THK株, リンクボール, 球径1/2") を用い、回転ジョイントおよび直動ジョイントは市販の写真撮影三脚用すべり軸受を使用した。図17は構造の概略と測定系のブロック線図を示す。直動ジョイントは内部に転造すべり送りねじ (M6×1) を内蔵し、ベベルギヤを介して AC サーボモータにより駆動される。サーボモータへの駆動パルスの送出はパーソナルコン

Fig. 15 Variation of determinant with probe length

Fig. 16 Prototype of parallel type CMM

Fig. 17 Diagram of measuring system

Fig. 18 Procedures of length measurements

ピュータで行った。ジョイント類や駆動系のガタにより、ステージの各方向において 0.5~1mm 程度の遊びが存在する。3本のストラットを伸縮させることにより、ステージは空間内を3自由度方向に移動できる。現段階ではリアスケールなどの測長ユニットは搭載されておらず、AC サーボモータに内蔵されたロータリーエンコーダによりストラットの伸縮量を求める。エンコーダの分解能は 1000ppr であるため、ストラットの伸縮分解能は $1\mu\text{m}$ となる。プローブはスピンドルタイプの電気マイクロメータ (Mahr, Millitron) を垂直および水平方向に取り付けて用いた。プローブ先端は $\phi 3$ の超硬球を用いた。

3.2 繰返し測定精度

図18に示すように、プローブの突き出し量を変化させ、X, Y およびZ方向の寸法測定を40回ずつ行ったときの測定値の標準偏

Fig. 19 Influence of measuring point location on dispersion of measured value

Fig. 20 Effect of stage motion error on measured value

差を求めた。測定物はブロックゲージ（20mm）を用いた。結果を図19に示す。図中の網掛け部分は、測定時にリンクの延長線上付近に測定点がある場合の範囲を示している。機構の遊びのため特にX方向でばらつきが大きい。すべての方向においてリンクの延長線上近くに測定点がある場合に測定値のばらつきが小さくなっていることがわかる。

4. 考 察

ここでは、機構の運動誤差が測定値に及ぼす影響について定量的に考察する。図20はプローブが固定されているステージに、ステージ上のジョイントの運動誤差などに起因する姿勢変化が生じたときの様子を、1本のストラットについて示している。図ではステージがc軸回りに $\Delta\phi$ 微小回転している。測定精度を保つためには、図の右側のベース上のジョイントからプローブ先端までの距離 L の変化が、測長ユニットにより正確に測定される必要がある。

図(a)は測定点が測長ユニットの延長線上になくオフセット h を持つ場合であり、誤差の大きさ ΔL は図に示すように、

$$\Delta L \approx \frac{h}{\sin \phi} \Delta \phi \sin \phi \approx h \Delta \phi \quad (5)$$

となり、角度 ϕ に関係なく誤差角度 $\Delta\phi$ とオフセット量 h に比例して増大する（一次的誤差）。また、式(5)は

$$\frac{\Delta L}{\Delta \phi} \approx h \quad (6)$$

と変形できるが、これは角度誤差が測定誤差に及ぼす影響の大きさが h に比例することを示しており、図7の結果と一致する。

以上に対して図(b)は測定点が測長ユニットの延長線上にある場合であり、ステージが姿勢誤差を持っていても、測定点の測長ユニット方向の誤差 ΔL は、

$$\Delta L = E(1 - \cos \Delta \phi) \approx \frac{E}{2} (\Delta \phi)^2 \quad (7)$$

のように二次的誤差となり、測定値への影響は僅少に保たれる。式(5)および(7)は一次元の測長器の誤差の式⁶⁾と同じである。また、ジョイントの運動誤差によりステージが測長方向（図の a 方向）に微動した場合は、直接測定誤差となる。しかし、他の方向の微小な並進変位（ b 方向および c 方向）があっても、ベース・測定点の距離 L はほとんど変化しない。さらに、図に示した c 軸回り以外の2方向の微小な姿勢変化（ a 軸回りおよび b 軸回り）があっても、図(b)のような配置の場合にはやはり二次的誤差となり、距離 L の変化は僅少に保たれる。

5. 結 言

前報で提案したパラレルメカニズムを用いた三次元座標測定機のリンク配置が機構の運動誤差に及ぼす影響について調査するため、誤差解析およびCMM試作機を用いた繰返し測定を行った結果、次の結論を得た。

- (1) ステージおよびベース上のジョイントの運動誤差のリンク方向成分は、リンク配置に関係なく、測定点の運動精度すなわち測定精度に影響を及ぼす。測定点が等方点にある場合の誤差の拡大率は1程度となる。
- (2) ジョイントのリンク方向以外の並進方向誤差成分が測定精度に及ぼす影響は小さく、特に測定点がリンクの延長線上にある場合に微少となる。
- (3) 測定誤差はジョイントの回転方向の誤差とリンクの延長線から測定点までの距離に比例する。したがって、この距離が0の場合すなわち測定点がリンクの延長線上にある場合には、ジョイントの回転方向誤差の影響は微少となる。
- (4) 試作CMMを用いた繰返し測定結果では、測定点がリンクの延長線上付近にある場合に測定値のばらつきが最も小さくなり、上述の結果が検証された。

以上の結果により、従来の直交座標型メカニズムの場合に限らず、本研究で提案した3自由度空間パラレルメカニズムにおいても、アッペの原理を遵守することにより、測定精度を向上させることがわかった。

続報では高精度なスケールを搭載した試作機について、また簡易的なキャリブレーション結果について報告する。本研究は平成9～10年度科学研究費補助金奨励研究(A)、平成9年度御器谷科学技術財団研究開発助成および平成10年度スズキ財団科学技術研究助成の助成金により行われた。記して謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) T. Oiwa : New Coordinate Measuring Machine Featuring a Parallel Mechanism, Int. J. Jpn. Soc. Prec. Eng., **31**, 3 (1997) 232.
- 2) 大岩孝彰：パラレルメカニズムを用いた三次元座標測定機—基本原理と運動学—, 精密工学会誌, **64**, 12 (1998) 1791.
- 3) 大岩孝彰, 久利直道, 馬場周平：パラレルメカニズムを用いた三次元座標測定機（続報）—リンク配置の検討と誤差解析—, 精密工学会誌, **65**, 2 (1999) 288.
- 4) 例えば, 大塚二郎, 坂戸啓一郎：精密位置決め機構設計, 工業調査会, (1996) 75.
- 5) 川崎晴久：ロボット工学の基礎, 森北出版, (1991) 75.
- 6) 谷口 修：入門工業計測, 実教出版, (1976) 58.