アンギュラ玉軸受運転時における玉荷重の解析*

藤井 健次** 清水 茂夫*** 森 正継†

Analysis of the Ball Load in Angular Contact Ball Bearings during Operations

Kenji FUJII, Shigeo SHIMIZU and Masatsugu MORI

Spindles used in machine tools, especially machining centers, must operate at high speeds with high stiffness and low temperature rise in order to achieve improvements in productivity and accuracy of the machine. Usually, preloaded angular contact ball bearings are used to satisfy these requirements. However, during high-speed operation, bearing internal clearance is reduced due to thermal and centrifugal expansion of inner ring. Besides the expansion of the inner ring, the centrifugal force acting on the balls increases the preload on the bearings. As a result, these bearings can have problems of short life and seizure. Therefore, in high-speed operations, it is important to simulate the increase in ball contact load on races and determine the optimum internal clearance for the bearings. This paper introduces an analytical method to calculate ball loads considering the centrifugal effects on the inner ring and balls simultaneously.

Key words: machine tool, spindle, angular contact ball bearing, preload, analysis, centrifugal force

1. ま え が き

工作機械主軸とくにマシニングセンタなど高い剛性と高速性が要求される機械に組み込まれたアンギュラ玉軸受は、通常負すきま、すなわち予圧を付与された状態で使用される。負すきまの状態では軸受内輪を高速で回すと、内輪の膨張、玉に作用する遠心力および軸受の発熱による熱膨張のため玉荷重は増加する。その結果、短寿命や焼付きの問題が発生する。そこで、玉荷重の増加に及ぼすこれらの要因の影響度を予測し、適当な軸受の初期すきまを決定することが高速運転を実現する上で不可欠となる。

玉荷重の計算に関して、Jones¹⁾は玉の遠心力、中村²⁾と内田³⁾は、玉の遠心力と遠心力による内輪の膨張を考慮した理論解析式を示した。また、予圧調整技術に関連して藤井ら⁴⁾は運転中の予圧荷重を実測し、計算結果と比較検討している。しかし、従来の解析研究の中で、内輪に関して遠心力と玉荷重の釣合いの観点から内輪膨張量を算出し、すきま変化を高精度に求める計算法を示した例は見当たらない。

軸受の発熱はスピンドル構造に左右されるためその影響解析は複雑になる。本報告では、その前段階における基礎解析として、遠心力とはめあいの影響を考慮し、内輪の膨張と玉荷重の釣合い問題に着目した玉荷重の計算方法を整理した結果について述べる。

2. アンギュラ玉軸受予圧荷重の計算方法

2.1 軸とのはめあいによる内輪膨張量

高速運転時に軸と内輪にすきまが生じると、軸と内輪の間でクリープ現象、すなわち一種の微動摩耗問題が生じる。これを避けるため、内輪と軸はしまりばめにする必要になり、その結果、軸は収縮、内輪は膨張する。まず、この膨張量の計算方法について述べる。

図1にアンギュラ玉軸受を示す。内輪は、玉が転動する溝

や組立てを容易にするカウンタボアと呼ばれる部分があるため断面の肉厚が軸方向に一定ではない。このような断面を有する部品の遠心力による膨張量は、FEM解析などの手法によりかなり精度よく求めることができる⁵⁾。しかし、FEM解析で玉荷重を求めることはできないので、玉荷重と内輪膨張量の釣合い問題を連立方程式として解く必要がある。そこで、次のように問題を簡略化した。すなわち、膨張に関する問題は、図2に示す内径 d_i 、外径 D_i の無限幅円筒と等価として扱う。そして、軸受すきまに関係する内輪溝径の変化はこの等価円筒外径 D_i の変化と等しいと考える。 D_i は次式で示すように溝底径 d_{mi} と外径 d_{si} の平均として、次式を用いた。

$$D_i = \frac{d_{mi} + d_{si}}{2} \quad (1)$$

Fig.1 Angular contact ball bearing

Fig.2 Cylindrical model of inner ring

* 原稿受付 平成12年7月24日

** 正会員 明治大学大学院 (川崎市多摩区東三田1-1-1)

*** 正会員 明治大学理工学部

† NTN(株) (桑名市大字東方字尾弓田3066)

次に、軸外径と内径の寸法差、すなわち直径しめしろが δ_i である中空軸と内輪等価円筒が図3のようにはめあうとする。はめあい後の軸と内輪のはめあい面圧を p_{si} 、内輪内径膨張量を Δd_i 、軸外径収縮量を ΔD_s 、転動体により内輪外周部に作用する圧力を p_{bi} とすれば、内輪と軸のはめあい条件より δ_i との関係は次式で表される。

$$g_1(\Delta d_i, \Delta D_s) = \delta_i - (\Delta d_i + \Delta D_s) = 0 \quad (2)$$

さらに、はめあい面における面圧を p_{si} と置いて内圧と外圧を受ける円筒の膨張理論⁶⁾を展開すると、以下のように面圧と膨張量の関係を表すことができる。
中空軸内圧の条件式より

$$g_2(A_s, B_s) = \frac{E_s}{1-\nu_s} A_s - \frac{E_s}{1+\nu_s} \frac{4}{D_s^2} B_s = 0 \quad (3)$$

軸のはめあい面圧の条件式より

$$g_3(p_{si}, A_s, B_s) = p_{si} + \frac{E_s}{1-\nu_s} A_s - \frac{E_s}{1+\nu_s} \frac{4}{D_s^2} B_s = 0 \quad (4)$$

軸の外径収縮の条件式より

$$g_4(\Delta D_s, A_s, B_s) = -\Delta D_s - (D_s A_s + \frac{4}{D_s} B_s) = 0 \quad (5)$$

内輪はめあい面圧の条件式より

$$g_5(p_{si}, A_i, B_i) = p_{si} + \frac{E_i}{1-\nu_i} A_i - \frac{E_i}{1+\nu_i} \frac{4}{D_i^2} B_i = 0 \quad (6)$$

内輪軌道面における外圧の条件式より

$$g_6(p_{bi}, A_i, B_i) = p_{bi} + \frac{E_i}{1-\nu_i} A_i - \frac{E_i}{1+\nu_i} \frac{4}{D_i^2} B_i = 0 \quad (7)$$

この式は玉荷重を内輪の外圧として取り扱うことを意味する。
内輪内径膨張量の条件式より

$$g_7(\Delta d_i, A_i, B_i) = \Delta d_i - (d_i A_i + \frac{4}{D_i} B_i) = 0 \quad (8)$$

内輪軌道面の膨張量の条件式より

$$g_8(\Delta D_i, A_i, B_i) = \Delta D_i - (D_i A_i + \frac{4}{D_i} B_i) = 0 \quad (9)$$

ここで、 E_s :軸のヤング率、 ν_s :軸のポアソン比、 A_s, B_s :軸に関する積分定数、 E_i :内輪のヤング率、 ν_i :内輪のポアソン比、 ΔD_i :内輪溝径膨張量、 A_i, B_i :内輪に関する積分定数である。なお、本理論では積分定数 A_s, B_s, A_i, B_i はすべて未知数として扱う。

2.2 遠心力による内輪膨張量

内輪と軸は同一角速度で回転するので、遠心力により両者共に膨張する。この膨張量は内輪内径と軸外径で一致せず、運転

Fig.3 Contact pressure on interference fit

中のはめあい面圧は減少する。したがって、運転中にしめしろがなくなる場合も想定した解析が必要となる。すなわち、式(2)は次式のように取り扱う必要がある。

$p_{si} \geq 0$ の場合、軸と内輪にしめしろが存在する条件より

$$g_9(\Delta d_i, \Delta D_s) = \delta_i - (\Delta d_i + \Delta D_s) = 0 \quad (10)$$

$p_{si} < 0$ の場合、しめしろがなくなり

$$g_9(p_{si}) = p_{si} = 0 \quad (11)$$

遠心力が作用する円筒の膨張理論⁶⁾を適用して、式(3)~(9)に遠心力の項を付加すると、式(12)~(18)のようになる。
中空軸内圧の条件式より

$$g_{10}(A_s, B_s) = \frac{E_s}{1-\nu_s} A_s - \frac{E_s}{1+\nu_s} \frac{4}{D_s^2} B_s - \frac{3+\nu_s}{32} \rho_s \omega_i^2 D_s^2 = 0 \quad (12)$$

軸のはめあい面圧の条件式より

$$g_{11}(p_{si}, A_s, B_s) = p_{si} + \frac{E_s}{1-\nu_s} A_s - \frac{E_s}{1+\nu_s} \frac{4}{D_s^2} B_s - \frac{3+\nu_s}{32} \rho_s \omega_i^2 D_s^2 = 0 \quad (13)$$

軸外径の膨張条件式より

$$g_{12}(\Delta D_s, A_s, B_s) = -\Delta D_s - (D_s A_s + \frac{4}{D_s} B_s) + \frac{1-\nu_s}{32} \frac{\rho_s}{E_s} \omega_i^2 D_s^3 = 0 \quad (14)$$

内輪はめあい圧の条件式より

$$g_{13}(p_{si}, A_i, B_i) = p_{si} + \frac{E_i}{1-\nu_i} A_i - \frac{E_i}{1+\nu_i} \frac{4}{D_i^2} B_i - \frac{3+\nu_i}{32} \rho_i \omega_i^2 d_i^2 = 0 \quad (15)$$

内輪軌道面の玉荷重を外圧と見なした条件式より

$$g_{14}(p_{bi}, A_i, B_i) = p_{bi} + \frac{E_i}{1-\nu_i} A_i - \frac{E_i}{1+\nu_i} \frac{4}{D_i^2} B_i - \frac{3+\nu_i}{32} \rho_i \omega_i^2 D_i^2 = 0 \quad (16)$$

内輪内径膨張の条件式より

$$g_{15}(\Delta d_i, A_i, B_i) = \Delta d_i - (d_i A_i + \frac{4}{D_i} B_i) - \frac{1-\nu_i}{32} \frac{\rho_i}{E_i} \omega_i^2 d_i^3 = 0 \quad (17)$$

内輪外径膨張の条件式より

$$g_{16}(\Delta D_i, A_i, B_i) = \Delta D_i - (D_i A_i + \frac{4}{D_i} B_i) - \frac{1-\nu_i}{32} \frac{\rho_i}{E_i} \omega_i^2 D_i^3 = 0 \quad (18)$$

ここで、 ρ_i :内輪の密度、 ρ_s :軸の密度、 ω_i :軸回転角速度(=内輪回転角速度)

軸の回転数 $n(\text{min}^{-1})$ とすると $\omega_i(\text{rad/s})$ は次式になる。

$$\omega_i = \frac{2\pi n}{60} \quad (19)$$

2.3 玉と軌道輪の接触荷重

これまでに述べた内輪膨張による軸受すきま変化だけでなく、玉に働く遠心力やジャイロモーメントの影響も考慮したアングュラ玉軸受の玉と軌道面の接触荷重、すなわち内外輪玉荷重を求める式を考える。軸受の予圧方式として定圧予圧と定位置予圧があるが、ここでは、通常多用されるすきまの変化が玉荷重に大きく影響する定位置予圧について論じる。軸受が背面組合せ(DBセット)の場合、図4に示すように内輪間座と外輪間座の幅に寸法差を設けることで定位置予圧を与えることができる。

(1) 玉に作用する力の釣り合い条件。

玉に作用する力を図5に示す⁷⁾。 P_c と M_g はそれぞれ遠心力とジャイロモーメントであり、内外輪における玉荷重とその接触角をそれぞれ P_i, θ_i および P_o, θ_o とする。また、 M_g/D_o は、 M_g と釣り合う玉と軌道輪間の摩擦力であり、以下ジャイロ摩擦力と呼ぶ。

玉に働くアキシヤル方向力の釣り合い式より

$$g_{17}(P_i, P_o, \theta_i, \theta_o, M_g) = -P_i \sin \theta_i + P_o \sin \theta_o + \frac{M_g}{D_w} \cos \theta_i - \frac{M_g}{D_w} \cos \theta_o = 0 \quad (20)$$

玉に働くラジアル方向力の釣り合い式より

Fig.4 Spindle using angular contact ball bearings with fixed Preload

Fig.5 Acting forces on ball

$$g_{18}(P_i, P_o, \theta_i, \theta_o, M_g, P_c) = P_i \cos \theta_i - P_o \cos \theta_o + \frac{M_g}{D_w} \sin \theta_i - \frac{M_g}{D_w} \sin \theta_o + P_c = 0 \quad (21)$$

(2) 玉に作用する遠心力

玉のピッチ円直径 d_p にある玉に作用する遠心力 P_c と玉の公転角速度 ω_c は、玉の質量を m_b として以下の式で表すことができる。

$$g_{19}(P_c, \omega_c) = P_c - m_b \frac{d_p}{2} \omega_c^2 = 0 \quad (22)$$

(3) 玉に作用するジャイロモーメント

アンギュラ玉軸受の場合、玉の自転軸と公転軸が平行でないため、図5に示すようなジャイロモーメントが発生する。このジャイロモーメントの計算方法は、Jones¹⁾に準じて以下のように考える。

内輪と外輪において玉のスピン摩擦が生じ、これの大きい方の側で運動が規制される。すなわち、スピン摩擦の大きい軌道面側では純転がり、他の軌道面ではすべりと転がりが混在した状態となる。したがって、玉のコントロール状態によって自転軸角（玉の自転軸と軸受の軸との成す角）が異なるため、内外輪いずれのコントロール状態で玉が回転運動を行うかを判断する必要がある。

いま、次式(23)が成立する場合、外輪側のスピン摩擦が内輪側のそれより大きくなるため、外輪コントロールと考える、それ以外の場合、内輪コントロールと判断する。

$$P_o a_o E_o(\epsilon_o) \cos(\theta_i - \theta_o) \geq P_i a_i E_i(\epsilon_i) \quad (23)$$

ここで、 a_o と a_i はそれぞれ外輪と玉、内輪と玉の接触楕円長軸半径を表す。 $E_o(\epsilon_o)$ と $E_i(\epsilon_i)$ は、外輪と玉、内輪と玉の接触における第2種楕円積分であり、 n を i または o に読み換える添え字記号として

$$E_n(\epsilon_n) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - \epsilon_n^2 \sin^2 \varphi} d\varphi \quad (24)$$

ここで ϵ_n は b_n を玉の接触楕円短軸半径として、次式で与えられる。

$$\epsilon_n = \sqrt{1 - \left(\frac{b_n}{a_n}\right)^2} \quad (25)$$

玉の自転軸角 β は上記コントロール形式により図6のように変化する。

$$\gamma = \frac{D_w}{d_p} \quad (26)$$

とすると接触角 θ_o と β は以下の関係になる。

外輪コントロールの時

$$g_{20}(\beta, \theta_o) = \tan \beta - \frac{\sin \theta_o}{\cos \theta_o + \gamma} = 0 \quad (27)$$

内輪コントロールの時

$$g_{20}(\beta, \theta_i) = \tan \beta - \frac{\sin \theta_i}{\cos \theta_i - \gamma} = 0 \quad (28)$$

また、玉の公転角速度 ω_c と自転角速度 ω_b および内輪の角速度 ω_i は、以下の関係式¹⁾で表される。

$$g_{21}(\omega_c, \theta_i, \theta_o, \beta) = \omega_c - (1 - \gamma \cos \theta_i) \cos(\beta - \theta_o) \omega_i / \{\cos(\beta - \theta_i)(1 + \gamma \cos \theta_o) + \cos(\beta - \theta_o)(1 - \gamma \cos \theta_i)\} = 0 \quad (29)$$

$$g_{22}(\omega_b, \theta_i, \theta_o, \beta) = \omega_b - (1 + \gamma \cos \theta_o)(1 - \gamma \cos \theta_i) \omega_i / \gamma / \{\cos(\beta - \theta_i)(1 + \gamma \cos \theta_o) + \cos(\beta - \theta_o)(1 - \gamma \cos \theta_i)\} = 0 \quad (30)$$

さらに、玉のジャイロモーメント M_g は次のようになる。

$$g_{23}(M_g, \omega_c, \omega_b, \beta) = M_g - I \omega_c \omega_b \sin \beta = 0 \quad (31)$$

ここで、 I は玉の慣性モーメントであり、質量 m_b の玉に対して

$$I = \frac{1}{10} m_b D_w^2 \quad (32)$$

(4) 内外輪の弾性変形量と玉荷重

軸受単体ですきま零の状態における内外輪の溝曲率中心間距離を半径方向に h_o 、軸方向に h_i とし、初期接触角を θ_o および内外輪溝適合度を f_i 、 f_o とすると、図7の関係から

Fig.6 Axis of ball rotation

$$h_0 = (f_i + f_e - 1)D_w \cos \theta_0 \quad (33)$$

$$b_0 = (f_i + f_e - 1)D_w \sin \theta_0 \quad (34)$$

次に、この時の内外輪平面差を零と考え、図4に示す内輪間座と外輪間座の幅寸法差を δ_a 。(=内輪間座幅-外輪間座幅)とすれば、組立後の軸方向の内外輪溝中心間距離は

$$b = b_0 - \frac{\delta_a}{2} \quad (35)$$

運転中の内輪軌道面の直径膨張量を ΔD_i 、ハウジングとのはめあいによる外輪軌道面の直径収縮量 Δd_e とすれば、半径方向の溝中心間距離 h は次の式で表される。

$$g_{24}(h, \Delta D_i) = h - (h_0 + \frac{\Delta D_i}{2} + \frac{\Delta d_e}{2}) = 0 \quad (36)$$

この時、玉と内外輪接触部における弾性変形量をそれぞれ δ_i 、 δ_e とすれば図8の関係より

$$g_{25}(\delta_i, \theta_i, \delta_e, \theta_e) = h - \left(f_i D_w + \delta_i - \frac{D_w}{2} \right) \cos \theta_i - \left(f_e D_w + \delta_e - \frac{D_w}{2} \right) \cos \theta_e = 0 \quad (37)$$

$$g_{26}(\delta_i, \theta_i, \delta_e, \theta_e) = b - \left(f_i D_w + \delta_i - \frac{D_w}{2} \right) \sin \theta_i - \left(f_e D_w + \delta_e - \frac{D_w}{2} \right) \sin \theta_e = 0 \quad (38)$$

内輪玉荷重 P_i 、外輪玉荷重 P_e と弾性接近量の関係は、 k_i と k_e をHertz定数として次のように表される。

$$g_{27}(P_i, \delta_i) = P_i - k_i \delta_i^{3/2} = 0 \quad (39)$$

$$g_{28}(P_e, \delta_e) = P_e - k_e \delta_e^{3/2} = 0 \quad (40)$$

いま、転動体数を Z とすると、 P_i が内輪を半径方向に収縮させる圧力 p_{bi} は次式で求められる。

$$g_{29}(p_{bi}, P_i, \theta_i) = p_{bi} - \frac{Z P_i \cos \theta_i}{b_i \pi d_{mi}} = 0 \quad (41)$$

ここに b_i は図2に示した等価内輪の幅(=内輪幅)である。

また、アンギュラ玉軸受の回転中予圧荷重 P_a は、次式のように計算することができる。

$$P_a = Z P_i \sin \theta_i \quad (42)$$

2.4 玉荷重の数値計算法

式(10)~(18)、式(20)~(22)、式(27)~(31)、式(36)~(41)の21元非線形連立方程式をNewton-Raphson法で解くことにより運転中の玉荷重に関する諸量を求めることができる。Newton-Raphson法の誤差 ϵ に対する収束条件は以下のようである。

$$\text{荷重に関して} \quad |\epsilon| \leq 10^{-2} \text{ N}$$

$$\text{変位に関して} \quad |\epsilon| \leq 10^{-6} \text{ mm}$$

また、軸と内輪のはめあい条件式(2)~(9)を解くことでパラメータの初期値を求めた。

3. 玉荷重の計算例と考察

3.1 軸受仕様

解析例として表1を諸元とする内径100mmの軸受に定位置予圧を与え、内輪回転数を0 min⁻¹から15000 min⁻¹に変えた場合における予圧荷重、接触角、自転軸角およびジャイロ摩擦力への影響について検討を行った。なお、軸と内輪のしめしろ $\delta_f = 0.021$ mmは、15000 min⁻¹でしめしろが零となる条件である。さらに、内外輪間座の幅寸法差を $\delta_a = 0.045$ mmと与えることにより軸受の組込み予圧は零とした。

Fig.7 Center of raceway grooves with zero clearance

Fig.8 Center of raceway grooves during operations

Table 1 Specifications of angular contact ball bearing

Parameter		Value
Bore diameter	d mm	$\phi 100$
Outer diameter	D mm	$\phi 150$
Width	b_i mm	24
Ball pitch circle diameter	d_p mm	$\phi 125$
Contact angle	θ_0 °	20
Ball diameter	D_s mm	$\phi 11.1125$
Ball number	Z	28
Inner ring conformity factor	f_i	0.54
Outer ring conformity factor	f_e	0.54
Shaft inner diameter	d_s mm	$\phi 54$
Interference between inner ring and shaft	δ_f mm	0.021
Width difference between the spacers on inner ring and outer ring	δ_a mm	0.045
Diametric shrinkage of outer ring	Δd_e mm	0
Shaft material		SCM415
Inner ring material		SUJ2
Outer ring material		SUJ2
Ball material		SUJ2

3.2 計算結果と考察

(1) 予圧荷重

内輪回転数と予圧荷重の関係を図9に示す。図中、破線は遠心力による内輪膨張(すきま減少)の影響、細線は玉に働く遠心力の影響を示している。それぞれ式(18)、(22)の関係より回転速度の二乗に比例して増加する。

玉に作用する遠心力のみによる予圧増加は、内輪の遠心力による膨張より大きく、15000 min⁻¹において約1.4倍になるが、実際は玉と内輪の両方に遠心力が作用するので、太線で示すように15000 min⁻¹において2.5 kNもの大きなアキシャル方向予圧荷重が作用することになる。その結果、軸受の温度上昇大や焼付き、短寿命といった致命的な問題が生じることになる。以下のパラメータスタディでは玉と内輪の両方に遠心力が作用す

Fig.9 Increase of preload owing to centrifugal force

Fig.11 Contact angle and axis of rotation of ball

Fig.10 Effect of speed on ball load

Fig.12 Ball angular velocity versus inner ring velocity

る場合について論じる。

(2) 玉荷重

玉荷重と回転数の関係を図10に示す。玉荷重も回転数と共に増加する。玉の遠心力は外輪軌道面方向に作用するので、外輪玉荷重は内輪玉荷重より大きく、約1.8倍である。その結果、15000 min⁻¹における外輪玉荷重は約400 Nとなる。

(3) 玉の接触角と自転軸角

玉の接触角と自転軸角の計算結果を図11に示す。回転数が0 min⁻¹から15000 min⁻¹に増加すると、内輪接触角は約19°から25°まで増大するが、外輪接触角は逆に19°から13°に小さくなる傾向にある。この理由は、玉を外輪溝底へ移動させる方向に遠心力が作用するからである。そして、玉は常に外輪コントロールとなるため、自転軸角は外輪接触角に近く、その差は1°程度である。

(4) 玉の角速度

内輪角速度 ω_i に対する玉の自転角速度 ω_b と公転角速度 ω_c は図12のようになる。式(27)、(29)、(30)の関係より ω_b/ω_i と ω_c/ω_i はどちらも内外輪接触角の関数である。しかし、図11に示した接触角の変化ではほとんど影響を受けず、 $\omega_b/\omega_i=5.7$ 、 $\omega_c/\omega_i=0.46$ 程度でほぼ一定である。

4. ま と め

高速運転時における玉荷重の増加に着目し、はめあいと同時にこれを求める理論解析を展開した。玉荷重に影響する直接要因として、遠心力による内輪の膨張と玉に働く遠心力を考慮した。本解析では、玉荷重が外圧として内輪を収縮させる方向に作用することを考慮したので、従来の方法より精度の良い解が得られるものと考え、定位置予圧を付与した内径 $\phi 100\text{mm}$ のアンギュラ玉軸受の計算結果をまとめると以下のようになる。

- (1) 玉に作用する遠心力による予圧増加は、高速回転時の内輪膨張に起因するすきま減少によるものより大きい。
- (2) 高速回転中の外輪玉荷重は内輪玉荷重より大きくなる。
- (3) 回転数が増加すると、内輪接触角は大きくなるが、外輪接触角は逆に小さくなる。また、玉は外輪コントロール状態で運動するため、自転軸角は外輪接触角に近くなる。
- (4) このように接触角が変化しても、玉の自転角速度と公転角速度はほぼ一定である。

参 考 文 献

- 1) A. B. Jones: A General Theory for Elastically Constrained Ball and Radial Roller Bearings under Arbitrary Load and Speed Conditions, ASME J. Basic Eng., 82, (1960) 309.
- 2) 中村晋哉, 垣野義昭: 高速スピンドルにおける回転中の軸受予圧変化と主軸変位の解析, 精密工学会誌, 58, 12 (1992) 2019.
- 3) 内田英男, 清水茂夫: アンギュラ玉軸受支持スピンドルの負荷分布と剛性, 精密工学会誌, 63, 7 (1997) 1033.
- 4) 藤井健次, 森 正継: NTN 予圧切換軸受ユニット, NTN Tech. Rev., 60 (1992) 28.
- 5) 森 正継, 新名正敏: 工作機械用アンダーレース潤滑軸受の開発, NTN Tech. Rev., 60 (1992) 41.
- 6) 中原一郎: 材料力学 (下), 養賢堂, (1969) 82.