NC 加工命令の高速な生成手法 — 逆オフセット法の高精度化* —

乾 正知**

崔 原己***

Precise Construction of Inverse Offset Shape for Fast Tool Path Computation

Masatomo INUI and WonKi CHOI

Molds and dies are usually fabricated using 3-axis NC milling machines with a spherical cutter. In order to avoid gouging problems in the milling process, a tool reference surface representing the offset shape of the designed surface is computed prior to the cutter path generation. Inverse offset method is used in practice which approximates the tool reference surface as a set of dense points. These points are usually derived as an elevation map of uniform grid points on the xy-plane, therefore distance between the points on the near vertical surface often becomes larger than the acceptable value. Such grid based computation causes stair-case errors on the wall shape, which also deteriorate the surface quality. In this paper, the authors propose an improvement of the inverse offset method. Our method computes the points on the tool reference surface by using additional two grids on the yz-plane and zx-plane. Different from the conventional method, proposed method can control the distance between the points on the tool reference surface being smaller than a certain constant value. Most part of the computation in our method can be accelerated by using the hardware power of the polygon rendering LSI, which is already equipped in most PCs. An experimental program is implemented and some computations of the tool reference surfaces are demonstrated.

Key words: inverse offset method, volume modeling, hardware acceleration

1. はじめに

ダイキャスト製品などの製造に用いられる金型には、複雑な形状を有するものが多い。このような金型のほとんどは、ボールエンドミルを用いた、3軸制御のNC切削加工により製作される。NC加工では、切削工具の位置を代表する点（この点を、参照点とよぶ）の移動経路を入力することで、希望する形状を切削する。ボールエンドミルの場合、工具先端の半球形の切刃の中心点を、参照点として用いることが一般的である。したがって金型の表面を切削するときには、切刃と金型の接触点から工具半径分離したところを参照点が通過するように、ボールエンドミルの移動経路を与える。簡易な工具経路の計算手法では、金型の隅の部分加工する際などに、工具が製品へ削り込む問題を生じやすい。

1.1 工具参照面による削り込み防止

削り込みを防止するためには、金型を工具の逆形状分膨らませた形状を、あらかじめ生成しておけばよい。ボールエンドミルが、製品との接触を保ちつつ（内部へ削り込むことなく）製品表面を縦横に滑るとき、その参照点の描く面の様子を図1(a)に太線で示した。この面を「工具参照面」とよぶことにする。工具参照面が得られれば、ボールエンドミルを、その参照点が常にこの面の上面に存在するように移動させることで、削り込みの生じない工具経路を高速に計算できる¹⁾。

工具を、その参照点を中心に180°回転させた逆形状を考え、図1(b)に示すように、この形状を参照点が常に製品の表面に存

Fig.1 A tool reference surface for milling an object (a) and the Minkowski transformation result of the object and the inverse cutter shape (b)

在するように保ちつつ縦横に移動させ、掃引形状を生成する。この処理は、計算幾何学の分野でミンコウスキ変換とよばれる、二立体のベクトル和の計算に相当する²⁾。図1(a)と(b)を比較すれば明らかのように、掃引形状の上面と工具参照面は同一形状となる。したがって工具参照面を得るためには、工具の逆形状の掃引形状を計算し、その最上面を選択すればよい。

1.2 逆オフセット法

掃引形状の正確な計算は、多大な手間を要する上に、処理が不安定なものになりやすい。そのためNC切削加工の分野では、

* 原稿受付 平成14年4月11日

** 正会員 茨城大学(日立市中成沢町4-12-1)

*** 学生会員 茨城大学大学院

Fig.2 Points on the wall shape part of the tool reference surface. They are computed based on a uniform square grid on the xy-plane. (a) Points viewing from the direction A. (b) Points viewing from the direction B

Fig.3 Difference between the conventional inverse offset method (a) and our proposed method based on the three orthogonal grids

掃引形状の最上面を近似的に計算する、逆オフセット法がよく用いられる³⁾。この手法では、工具の回転軸方向を z 軸とする座標系を考え、その xy 平面上に十分に細かい直交格子を用意する。そして各格子点から z 軸に平行な直線を伸ばし、掃引形状との交点を計算することで、掃引形状の最上面を覆う稠密な点群を得る。最後に点群の隙間を三角形で補間することで、工具参照面を表す多面体を生成する。グラフィックスハードウェアを利用した、超高速な計算法が開発された結果、この手法は加工実務で広く使われ始めている⁴⁾。

2. 逆オフセット法の高精度化

図2に、 xy 平面上の格子から垂直に伸びる直線群と、工具参照面の交点の様子を示した。工具参照面が z 軸方向に大きく変化する急峻な壁形状では、隣接する交点間の距離が広がるため、補間後の形状に大きな誤差を生じてしまう(図(a)参照)。またこの方法では、水平方向の形状変化を格子間隔ごとに離散的に記録するので、壁形状の x 軸や y 軸方向のなだらかな変化を表現できず、不自然な折れ曲がりが生じてしまう(図(b)参照)。前者の問題は、格子の間隔を十分小さいものへ変更すれば解決できるが、今度は処理の手間と記憶容量に問題を生じてしまう。また格子間隔を小さくしても、縦壁に生じる不自然な折れ曲がりは解消できない。

逆オフセット法は、 xy 平面上の格子の各マス目を z 軸方向に引き伸ばした細長い直方体で空間を分割し、その縦方向の辺と掃引形状の最上面の交点を計算し多面体化することで、工具参照面を表現する手法と見なせる(図3(a)参照)。この方法では、工具参照面の xy 平面に垂直な部分で、多面体の頂点間の距離が非常に大きくなってしまふ。そこで本研究では、 xy 平面上の格子と同様に、 yz 平面と zx 平面上にも座標軸に平行な直交格子を用意し、これらも利用して計算するように逆オフセットを拡張した。この方法では、ある格子に基づく計算では精度が不足する形状を、別な格子に基づく計算がカバーするので、より高精度な結果を得ることができる。

xy 平面、 yz 平面、 zx 平面上の3つの格子を、格子間隔が等しくなるように、また格子の位置にずれが生じないように注意して与える。これら3つの格子を用いて逆オフセット法を行うことは、各格子のマス目に基づく、互いに直交する3本の直方体の積に相当する微小な立方体で空間を分割し、立方体の12本の辺と掃引形状の最上面の交点を計算し工具参照面を多面体化すること、幾何的に等価な処理になる(図3(b)参照)。この手法では、各多角形を構成する全ての頂点は、必ず同じ立方体上に存在するので、任意の2頂点間の距離は、工具参照面の形状によらず一定値以下となる。また工具参照面の x 軸方向や y 軸方向の形状変化も、より高精度に記録できる。

工具参照面は、ロボットの経路探索で用いられる配位空間の特殊ケースと見なせる。ボクセルにより離散的に表現された配位空間を、八分木などを用いて適応的に精密化する技術は数多く研究されているが(文献5)参照)、NC加工に利用できるほど高精度化することは難しい。Choiらの開発したEZ-map法では、工具参照面の表現法として、本研究と部分的に似た手法を採用しているが、その高速な計算法については議論していない¹⁾。またEZ-map法だけでは、工具参照面を多面体化できない。本研究の採用した工具参照面の表現形式は、藤尾らの提案しているBoundary-Map表現と同じだが、彼らはこの表現法と逆オフセット法の結合は考えていない⁶⁾。

本手法は以下の手順で処理を進める。

Step 1 空間を、 xy 、 yz 、 zx 平面上の3つの格子に基づいて定義された、微小な立方体の集積で分割する。

Step 2 以下の計算を全ての立方体について繰り返す。

Step 2.1 各立方体の12本の辺と工具参照面の交差を調べ、その情報に基づいて立方体の内部に工具参照面の一部を多面体化した形状を配置する。

これらの計算を実現するためには、(1)立方体の各辺と工具参照面の交点の高速かつ安定な算出と、(2)交点の情報に基づいて立方体内部に多角形を適切に配置する技術、が重要となる。以下の章では、これらの技術について詳細に議論する。

3. 立方体と工具参照面の交点計算

微小な立方体の12本の辺のうち、 z 軸に平行な4本の辺と工具参照面の交点計算は、従来の逆オフセット法と全く同じ計算に帰着できるので、グラフィックスハードウェアの隠面消去機能を用いた、高速な計算法が利用できる⁴⁾。しかし残りの x 軸や y 軸に平行な8本の辺については、これらを含む直線と逆工具の掃引形状の最上面が複数の箇所で交差し得るため、そのまま

Fig.4 Computation of intersection points between small edges of a cube and the tool reference surface by using 4 section curves of the surface. Polygons are properly arranged within the cube based on the intersection points

では高速な計算法が適用できない。光線追跡法による通常の手法では、交点の高速かつ安定な計算は望めない。

本研究では、 x 軸や y 軸に平行な各辺を含む xy 平面に垂直な平面を考え、(1) この平面による工具参照面の断面線を計算する、(2) 得られた断面線と辺の交点を計算する、という 2 ステップのアルゴリズムを採用する。例えば図 4 中の、 x 軸に平行な 4 本の辺 e_0, e_2, e_8, e_{10} と工具参照面の交点は、各辺を含む xy 平面に垂直な面 (= zx 平面に平行な面) を用いて工具参照面を切断し、その断面線 (図中の黒色の曲線) を得ることができれば、後は水平な線分と断面線的位置関係を調べるだけで算出できる。(図 4 では、断面線は e_0 とのみ交差している。)

y 軸に平行な 4 本の辺 e_1, e_3, e_9, e_{11} と工具参照面の交点も、各辺を含む xy 平面に垂直な面 (= yz 平面に平行な面) を用いて工具参照面を切断し、その断面線 (図中の灰色の曲線) と各辺の位置関係を調べることで計算できる。グラフィックスハードウェアの機能を利用すると、断面線を精密に近似する折れ線を高速に計算できる。折れ線と x 軸や y 軸に平行な線分の交点計算はごく容易なことから、結果的に高速な交点計算が実現できた。本章では紙面の関係から、ハードウェアを用いた断面線の計算法を中心に説明する。

3.1 断面線の計算法

微小な立方体の辺のうち x 軸に平行な一辺を選択し、これを含む zx 平面に平行な面で、逆工具の掃引形状の最上面を切断した場合の断面線は、以下の手順で計算できる。各立方体は、 xy 平面上の直交格子に基づいて定義されているので、選択された辺を xy 平面へ投影すると、 xy 平面上の格子線のうちの x 軸に平行な一本に必ず重なる。そこでこの格子線上に、十分に稠密な点を等間隔に配置する。次に配置された点から z 軸に平行にのびる半直線群と、掃引形状の最上面の交点を計算する。得られた交点を順に接続していくと、それがこの切断面による最上面の断面線となる。

同様に、 y 軸に平行な辺を含む yz 平面に平行な面による断面線も、その辺の xy 平面への投影に対応する y 軸に平行な格子線を選択し、その上に稠密に配置された点から z 軸に平行にのびる半直線群と掃引形状の最上面の交点を計算し、それらを接続することで計算できる。精密な断面線を計算するためには、 xy 平面上の各格子線に配置される点の間隔を、十分に小さなものにする必要がある。本研究では、点の間隔を、 xy 平面上のものと直交格子の間隔の $1/m$ (ただし m は 8~10 程度) に設定した。後述する断面線の精密化技術を併用すると、この程度の間隔で z 軸に平行な半直線と最上面の交点を計算しプロットすれば、多くの場合十分な精度の断面線を得ることができる。

Fig.5 Section curve computation using the super sampling method

3.2 グラフィックスハードウェアの利用

xy 平面上の x 軸や y 軸に平行な格子線上に配置された、断面線計算用の点群を見下ろした様子を図 5(a) に示した。われわれが以前開発した、隠面消去機能を利用した逆オフセット法の計算技術を用いると、格子上に位置する点 (図では白丸で示した) から z 軸に平行にのびる半直線と、掃引形状の最上面との交点は、掃引形状の画像を描き、格子に対応するピクセルのデプス値を取得することで高速に計算できる⁴⁾。しかしそれ以外の点 (図では黒四角で示した) については、対応する交点をハードウェアで直接計算することはできない。この問題は、掃引形状を構成する図形要素を微小量ずらしてから、逆オフセット処理することで解決できる。この手法は、コンピュータグラフィックスの分野では、スーパーサンプリングと呼ばれている⁷⁾。

$[i, j]$ 格子から $(dx, 0, 0)$ ずれた位置にある点 (図中に黒矢印で指示した) について、そこから z 軸に平行にのびる半直線と掃引形状の最上面の交点を計算する場合を考える。掃引形状を構成する全ての図形要素を $(-dx, 0, 0)$ 移動させると、この点はちょうど $[i, j]$ 格子の上へ移動するので、この点からのびる半直線と最上面の交点は、隠面消去機能を用いて高速に計算できる (図 5(b) 参照)。計算後に、得られた交点を移動前の点に対応するものとして記録する。このとき同時に、図 (a) 中に灰色の矢印で指示した点についても交点が計算される。図形の移動や隠面消去の再実行は、ハードウェアにより高速に行われるので、これらに伴う処理時間の増加はごくわずかである。同様の処理を、残りの点についても繰り返すことで、全ての断面線についてプロットすべき交点の位置を高速に計算できる。

4. 交点の分類に基づく多面体化

空間を分割する微小な立方体の各辺と工具参照面 (= 逆工具の掃引形状の最上面) の交点が得られれば、マーチングキューブ法とよばれるアルゴリズムを利用することで、各立方体の内部に工具参照面の一部を表す三角形群を与えることができる⁸⁾。

Fig.6 Classification of possible intersection types between a small cube and the tool reference surface, and arrangement of polygons based on the classification

Fig.7 Precise computation of a turning point on a section curve by using the normal vector information of two neighboring points on the curve

マーチングキューブ法を用いると、隣接する二つの立方体のそれぞれに配置された三角形群は隙間なく接続するので、この処理を全ての立方体について繰り返すことで、工具参照面を微小な三角形の集合により近似表現できる。

立方体の各辺と掃引形状の最上面がたかだか一点で交差することを仮定すると、その情報に基づいて、各辺の両端の頂点が工具参照面の上下どちらに存在するか、一意に決めることができる。そこで立方体の8個の頂点を、工具参照面の上面に存在する頂点と、下側に存在する頂点とに分類する。分類パターンは $2^8 = 256$ 通り考えられるが、金型形状の特徴や対象性を考慮すると、パターンを図6に示した20通りに削減できる。なお、マーチングキューブ法の原論文では、例えばパターンDとEを同じと見なすことで、計15パターンとしているが、本研究では面の向きを考慮して、これらを別パターンとして扱う。

図6では、工具参照面の上面に位置する頂点を白色で、また下側に位置する頂点を黒色で示している。マーチングキューブ法は、このパターンにしたがって、立方体の内部に工具参照面の一部を表す三角形を配置する。立方体の辺が、工具参照面と複数回交差する場合には、交差回数が偶数回のときには「交差なし」と考え、また交差回数が奇数回の時には「1点で交差」と見なせば、矛盾なく処理を進められる。

5. 断面線の高精度化

断面線の精度を、さらに向上させる技術について述べる。正しい断面線が、図7に示すような折れ曲がりを持つ場合を考える。

Fig.8 A polyhedron with 30528 faces

Fig.9 Computed tool reference surface for milling the polyhedron with a spherical cutter of 3mm radius

断面線上の点をプロットする際に、折れ曲がりが生じている点とは異なる点を用いると、それらを接続することで得られる断面線と正しい断面線の間に、大きな誤差が生じてしまう。プロットされた点における断面線の接線方向を得ることができれば、その情報に基づいて折れ曲がり点を計算し、その点を加えて断面線をプロットしなおすことで、この問題を解決できる。

断面線上の隣接した二つのプロット点における接線方向が、ある閾値よりも大きく異なるときには、2点の間のどこかで折れ曲がりが生じていると考える。その場合には各プロット点を通過する接線を計算し、それらの交点を正しい折れ曲がり点と考え断面線を補正する(図7参照)。断面線上のプロットされた点における接線方向は、この点における掃引形状の最上面の法線方向が得られれば、この法線方向と切断面の法線方向(yz平面に平行な切断面の場合x軸方向、zx平面に平行な切断面の場合y軸方向)の外積として容易に計算できる。

プロットされた点における法線方向を、グラフィックスハードウェアの機能を用いて計算する手法について述べる。隠面消去機能を用いた逆オフセット法では、ボールエンドミル加工の場合、多面体の各頂点に工具先端と同一半径の球面を配置、各辺には辺を中心軸とする円筒形を配置、そして各多角形にはその形状を半径分膨らませた板形状を配置し、それらの画像を描画することで工具参照面を得る(詳しくは文献4)参照)。

そこで球面、円筒形、厚板形状のそれぞれにユニークなID番号を付与し、それをインデックスとして、それぞれの幾何情報(球面の場合、中心の座標と半径)を予めデータベースに記録しておく。次に各IDにユニークな色を割り当てる。3次元コンピュータグラフィックスでは、色を24~32ビットで表現するので、100万通り以上の割り当てが可能である。逆オフセット処理の際には、工具参照面を構成する球面や円筒形、板形状を、それぞれのIDに対応する異なる色を用いて着色し描画する。

これらの図形の隠面を消去した画像を描き終えた時、画面の各ピクセルには、掃引形状の最上面を構成する球や円筒形、そして板形状のIDを表す色が染められている。そこで断面線上の点をプロットするために、各ピクセルに対応するデプス値を取得する際、その色も調べ対応する球面、円筒形、厚板形状のIDを得る。このIDから記録してある幾何情報を検索できるので、プロットされた点の座標と検索された幾何情報から、この点における法線方向を容易に計算できる。

Fig.10 A close-up picture of a wall part of the tool reference surface computed by the conventional inverse offset method

Fig.11 Another close-up picture of the tool reference surface computed by our new method

6. 計算実験

本手法の有効性を検証するために、工具参照面を高精度に計算するプログラムを試作し、計算実験をおこなった。プログラムの開発には Visual C++ 6.0 を、またグラフィックス処理のためのライブラリとして OpenGL を用いた。利用した計算機は、Pentium IV (2.0GHz) を CPU とする、主記憶 2GB の PC である。この PC のグラフィックスカードには、Quadro4 700 XGL とよばれる、3 次元表示を高速化するための LSI が搭載されている。この LSI は、多くのグラフィックスカードで既に利用されており、安価（数万円程度）で入手できる。

OpenGL にはフレームバッファの情報を参照する関数が用意されており、逆工具の掃引形状を描画する処理を、OpenGL の仕様にしたがってプログラムに記述すると、得られた画像の各ピクセルのデプス値や色情報を取り込み、自由に処理することができる。本研究では、これらの情報を用いて z 軸方向に伸びる半直線と、逆工具の掃引形状の最上面の間の交点の座標や法線方向を計算し断面線を生成した。実験では、図 8 に示した多角形数 30528 枚の多面体を、半径 3mm のボールエンドミルを用いて切削加工するための工具参照面を計算した。従来の逆オフセット法により、 xy 平面上の 1000×1000 の格子を用いて、工具参照面を計算した結果を図 9 に示す。正確な結果が得られているように見えるが、「前足」の部分の視点を変えて観察すると、図 10 に示すように、縦壁の部分に不自然な折れ曲がりが生じていることが分かる。

次に本論文で提案した手法を用いた結果を示す。実験には、 xy , yz , zx の各平面上に用意された、解像度 1000×1000 の 3 枚の直交格子を用いた。メモリーを有効に利用するため、対象形状を各平面に投影した図形をぎりぎりを含むように、格子の縦横を適切に拡大・縮小した。結果として、3 枚の直交格子から伸びる直方体の積にあたる形状は、立方体ではなく x , y , z の各軸方向のサイズが $0.185 \times 0.0886 \times 0.0319$ の直方体となった。この微小な直方体群を用いて空間を分割し、マーチングキューブ法を用いて工具参照面を計算し、図 10 と同じ部分を表示した結果を図 11 に示す。この計算には 33.282 秒を要した。従来技術による工具参照面と比較して、格段に精緻な形状が得られていることが分かる。

7. ま と め

本論文では、NC 切削加工におけるガウジの防止に有効な工具参照面を、高精度に計算する新しいアルゴリズムについて議論した。 xy 平面上の格子のみを用いて計算する従来の逆オフセット法を、 yz 平面や zx 平面上の格子も用いて計算するように改良することで、格段に高精度な面が得られることを示した。また、この処理のためには、 xy 平面に垂直な平面による工具参照面の断面線が得られれば十分であることを示し、この計算をグラフィックスハードウェアの機能を用いて高速に行う技術を説明した。試作したプログラムでは、断面線の計算に要する時間は全体の 25 % 程度であり、残りの時間のほとんどはマーチングキューブ法による多面体化処理に消費されている。現在この部分の改良を進めており、処理時間はまだ削減可能と考えている。生成された精密な工具参照面を利用した、等高線状の工具経路の生成アルゴリズムの開発なども検討している。

参 考 文 献

- 1) B. K. Choi and R. B. Jerard: Sculptured Surface Machining — Theory and Applications —, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht (1998).
- 2) M. de Berg, M. van Kreveld, M. Overmars and O. Schwarzkopf: Computational Geometry — Algorithms and Applications, Springer-Verlag, Berlin (1997).
- 3) 近藤 司, 岸浪建史, 斎藤勝政: 逆オフセット法をもとにした形状加工, 精密工学会誌, 54, 5 (1988) 971.
- 4) 乾 正知, 垣尾良輔: NC 加工命令の高速な生成手法 — 逆オフセット法のハードウェアによる高速化 —, 精密工学会誌, 66, 12 (2000) 1901.
- 5) J.-C. Latombe: Robot Motion Planning, Kluwer Academic Publishers, Boston (1991).
- 6) 藤尾三紀夫, 柳下福蔵, 鈴木 裕: Boundary-Map データ構造に基づく CAD/CAM システムの開発, 精密工学会誌, 66, 7 (2000) 1048.
- 7) J. D. Foley, A. van Dam, S. K. Feiner and J. F. Hughes: Computer Graphics, Principles and Practice (2nd ed.), Addison-Wesley, New York, (1990).
- 8) W. E. Lorensen and H. E. Cline: Marching Cubes: A High Resolution 3D Surface Construction Algorithm, Computer Graphics, 21, 4 (1987) 163.