リー代数に基づく作業動作表現と拘束還元法による 運動機構の概念設計*

徳永仁史** 松木則夫** 今村 聡** 田中文基*** 岸浪建史***

Kinematic Design of Mechanisms Using Motion Task Formulation and Constraint Reduction Based on Lie Algebra

Hitoshi TOKUNAGA, Norio MATSUKI, Satoshi IMAMURA, Fumiki TANAKA and Takeshi KISHINAMI

This paper presents a new method for kinematic synthesis of mechanisms from motion task specifications in a conceptual design. The motion task is classified into continuous path or positioning task. The former is the task that moves a mechanical part along a required path, and the latter is the task that puts the part in a particular position or orientation. The authors formulate them mathematically using Lie algebra and propose a method for generating an initial solution of the mechanism that can perform the specified motion tasks. From this solution, the constraint reduction procedure can reduce the redundant constraints such as joints to derive a minimum equivalent mechanism. By applying this mechanism to the synthesis procedure proposed in our previous report, a number of equivalent mechanisms can be derived. Finally, in order to evaluate the usefulness of the proposed method, it is applied to an example of kinematic design of mechanism.

Key words: kinematic synthesis of mechanisms, Lie algebra, constraint representation, constraint reduction

1. はじめに

組立機械等の工場における製造設備は、ロボットマニピュレータ等の汎用の機械が使用される一方で、特定作業動作には専用の機構を持つ機械が設計される場合が多い。このような機械の概念設計では、使用される環境・目的に応じて、作業動作（動作経路等により指定される）を実現する様々な機構構造を検討する必要がある。このような設計活動を支援するための手法が強く求められている。このような要求に対して、(a) 機構学的な立場から、機構の持つ自由度と部品（リンク）数から関節の集合を導出する機構構造のシンセシス法¹⁾、(b) エンドエフェクタの可到達性、障害物回避等の要求仕様を定義し、これらを制約として、進化アルゴリズム²⁾、または、数値解析³⁾等を用いて機構構造を導出する方法、(c) 製品の部品接続情報から導出された部品組立経路を要求作業とし、組立機械の機構構造を導出する方法⁴⁾、等が提案されてきた。しかし、(a)と(b)の手法では、要求仕様として作業動作が考慮されていないため、作業動作を実現する機構を導出することが困難である。(c)の手法では、作業動作を考慮しているものの、機構構造が予め限定されており（関節種類、関節数、接続順等）、要求仕様を満たすすべての機構を導出できない。また、すべての手法において、導出された機構は冗長な関節を持つかもしれない。その際、冗長な関節を特定し、指定された仕様を満たしながら冗長関節を削減することが難しい。

このような問題点に対して、構成部品間の自由度を群論という立場から検討し、要求仕様として指定された自由度を満たす機構を導出できるシンセシス法が提案されている⁵⁾⁶⁾。これらの手法では、構成部品間の自由度及び拘束（関節）をリー代数（詳細は第2章で説明する）に基づいて定式化しており、六つの基底の有限の組合せにより機構を特徴付けると

が可能なることから、指定された関節数及び構成部品間の自由度を満たすすべての機構を容易に導出することができる。また、リー代数の線形性から容易に冗長な関節を特定し削減すること（本研究では拘束還元と呼んでいる）が可能である⁷⁾。ただし、要求仕様として構成部品間の自由度が考慮されているだけであり、作業動作は考慮されていない。

そこで本研究では、要求仕様として作業動作を対象とするために、作業動作のリー代数に基づく表現を行い、この表現と拘束還元法、シンセシス法とに基づき機構構造を導出する方法を提案する。手順は次の通りである。

- (1) 作業動作を移動作業（指定された経路に沿って機械部品を移動する作業）と配置作業（ある特定の位置姿勢に部品を配置する作業）に分類し、リー代数に基づいて表現する。
- (2) これらの表現は冗長関節を含む機構構造のリー代数に基づく表現に直接的に対応しており、この機構構造の表現を初期解として生成する方法を提案する（図1 A1）。
- (3) リー代数に基づく拘束還元法⁷⁾を適用することにより、導出された機構構造から冗長な関節を削減し、エンドエフェクタの自由度に関し等価な最小の機構を導出する方法を提案する（図1 A2）。
- (4) この解を自由度解析法⁸⁾に適用し、エンドエフェクタの持つ自由度を明らかにする（図1 A3）。この過程により指定された作業動作に必要な自由度が明らかになる。
- (5) さらに、シンセシス法⁶⁾に適用することにより、エンドエフェクタの自由度に対して多数の等価な別解を導出することが可能となる（図1 A4）。

本研究では、関節種類等の位相要素が決定されればリンク長等の寸法が決定可能と考え、前者の決定を行う構造のシンセシス（structural synthesis）を対象とする。また、作業動作は、機械部品の移動、配置といった幾何学的に定義できるものを対象としている。以下の章では、はじめに、前報までに著者らが提案してきたリー代数に基づく拘束表現、自由度解析手続き、シンセシス手続きについてその概要を説明する。

* 原稿受付 平成13年10月26日
** 正会員 産業技術総合研究所（つくば市並木1丁目2番地）
*** 正会員 北海道大学大学院工学研究科（札幌市北区北13条西8丁目）

Fig. 1 Basic concept of kinematic synthesis of mechanisms using Lie algebra

Fig. 2 Degrees of freedom analysis

Table 1 Constraint types

DOF	Notation	Elements of subgroup	Basis of Lie algebra	Lower pair
0	Fixed	I (identity matrix)		Fixed
1	T_v	$Trans(x, 0, 0)$	L_1	Prismatic
	R_u	$R_x(\phi)$	L_4	Revolute
	$H_{u,p}$	$Trans(x, 0, 0)R_x(px)$	$L_1 + pL_4$ (p : constant)	Helical
2	T_p	$Trans(0, y, z)$	L_2, L_3	Cylindrical
	C_u	$Trans(x, 0, 0)R_x(\phi)$	L_1, L_4	
3	T	$Trans(x, y, z)$	L_1, L_2, L_3	Planar Spherical
	G_p	$Trans(0, y, z)R_x(\phi)$	L_2, L_3, L_4	
	S_o	$R_x(\phi)R_y(\theta)R_z(\psi)$	L_4, L_5, L_6	
	$Y_{u,p}$	$Trans(x, y, z)R_x(px)$	$L_1 + pL_4, L_2, L_3$	
4	X_v	$Trans(x, y, z)R_x(\phi)$	L_1, L_2, L_3, L_4	
6	Free	$Trans(x, y, z)R_x(\phi)R_y(\theta)R_z(\psi)$	$L_1, L_2, L_3, L_4, L_5, L_6$	

2. リー代数に基づく拘束表現

はじめに、本研究で用いる拘束表現を示す。剛体間の相対的な位置と姿勢は、 4×4 同次変換行列（剛体変換）により記述でき、すべての変換行列の集合は積に関して群 $SE(3)$ (Special Euclidean group) を成す⁸⁾。群 $SE(3)$ の元 M (変換行列) と $SE(3)$ のリー代数 $se(3)$ の元 A とは、行列の指数写像を用いて式(1)のように対応する。

$$M = \exp(tA), \quad t \in \mathbf{R} \quad (1)$$

ここで、 A は標準的な六つの基底 $L_1 \cdots L_6$ (4×4 行列) を用いて、式(2)により表現できる。

$$A = \sum_{i=1}^6 \alpha_i L_i, \quad \alpha_1, \dots, \alpha_6 \in \mathbf{R} \quad (2)$$

これらの基底は式(3)に示すように変換行列と対応する。

$$\begin{aligned} \exp(xL_1) &= Trans(x, 0, 0), & \exp(\phi L_4) &= R_x(\phi), \\ \exp(yL_2) &= Trans(0, y, 0), & \exp(\theta L_5) &= R_y(\theta), \\ \exp(zL_3) &= Trans(0, 0, z), & \exp(\psi L_6) &= R_z(\psi). \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 $Trans(x, y, z)$ はベクトル $[x \ y \ z]^T$ による並進、 $R_x(\phi)$ 、 $R_y(\theta)$ 、 $R_z(\psi)$ は、それぞれ、 x 、 y 、 z 軸に関する回転を表現する変換行列である。また、リー代数 $se(3)$ における積演算として式(4)に示す交換子積 $[A, B]$ ($A, B \in se(3)$) が定義される。

$$[A, B] = AB - BA \quad (4)$$

前報⁷⁾では $se(3)$ の部分代数をなす（交換子積について閉じている）基底の組合せ（または、対応する $SE(3)$ の部分群）により、剛体間の相対的自由度に関する拘束（以下では、単に拘束と呼ぶ）を表現するとともに、10 拘束に分類しその完全性を示した。表1はそれら10拘束に加え、新たに拘束 Fixed（2 剛体の自由度が完全に拘束される）と拘束 Free（拘束されな

い）を加えてある。本論文では、剛体間の自由度は剛体間にとえられた拘束により決定されると解釈しており、自由度と拘束という言葉を明確に区別していない。リー代数では、拘束を表現する基底（または、その数）が自由度を表現する。

3. 部品自由度の解析

図2に示すようなオープンループ機構における連続する部品（リンク） P_i 、 P_{i+1} 、 P_{i+2} 間の拘束 C_i 、 C_{i+1} を考える。二つの拘束 C_i 、 C_{i+1} は $SE(3)$ の部分群として指数写像を用いて、それぞれ、式(5)、式(6)のように表現できる。

$$C_i = \left\{ \exp(t_i A_i) \mid A_i \in h_{C_i}, t_i \in \mathbf{R} \right\}, \quad (5)$$

$$C_{i+1} = \left\{ \exp(t_{i+1} A_{i+1}) \mid A_{i+1} \in h_{C_{i+1}}, t_{i+1} \in \mathbf{R} \right\} \quad (6)$$

このとき、部品 P_i と P_{i+2} の間の自由度を表現する拘束 C は拘束の合成（composition）により式(7)のように定義される。

$$\begin{aligned} C &= C_i \cdot C_{i+1} = \left\{ X \cdot Y \mid X \in C_i, Y \in C_{i+1} \right\} \\ &= \left\{ \exp(t_i A_i) \cdot \exp(t_{i+1} A_{i+1}) \mid A_i \in h_{C_i}, A_{i+1} \in h_{C_{i+1}}, t_i, t_{i+1} \in \mathbf{R} \right\} \end{aligned} \quad (7)$$

ここで、 h_{C_i} 、 $h_{C_{i+1}}$ はそれぞれ C_i 、 C_{i+1} に対応する $se(3)$ の部分代数を示している。 $\exp A = \exp(t_i A_i) \cdot \exp(t_{i+1} A_{i+1})$ を満たす A はハウスドルフの公式より式(8)で表現できる⁶⁾。

$$\begin{aligned} A &= t_i A_i + t_{i+1} A_{i+1} + \frac{1}{2} t_i t_{i+1} [A_i, A_{i+1}] + \\ &\quad \frac{1}{12} (t_i^2 t_{i+1} [A_i, [A_i, A_{i+1}]] + t_i t_{i+1}^2 [[A_i, A_{i+1}], A_{i+1}]) + \dots \end{aligned} \quad (8)$$

さらに高次の項も交換子積だけを用いて表現される。従って、拘束 C は A_i 、 A_{i+1} を構成する基底と交換子積から導出される新たな基底とにより表現される。後者の基底は、二つの変換行列の積により影響を受ける自由度を表現している。このように、任意の2部品間の相対的自由度及びエンドエフェクタの自由度は、変換行列では行列間の積の順序を考慮に入れながら計算する必要があるが、リー代数においては交換子積を計算することにより容易に計算できる⁶⁾。 A_i 、 A_{i+1} を構成する基底と交換子積から導出される基底により形成されるリー代数を h_C と書くと、リー代数 h_C すなわち、導出された自由度も、表1に示す何れかの拘束のタイプになる。

一方、要求仕様として与えられた拘束 C (エンドエフェクタの自由度) を実現する A_i の組合せを導出することにより、 C を実現する機構を導出することができる。前報⁶⁾では、この手続きをリー代数に基づく機構のシンセシスとして提案した。

4. 作業動作のリー代数に基づく表現と機構構造の導出

組立機械等の製造設備には、機械部品を所定の位置にまで

Fig. 3 Continuous path task representation

Fig. 4 Rigid body motion

運ぶ動作と、所定の位置から挿入等の動作を行う機構が主に必要である⁴⁾。本研究では、これらの動作により実現される作業を、それぞれ、移動作業 (continuous path task)、配置作業 (positioning task) と呼んで分類し、リー代数に基づいて表現する方法を提案する。また、機構構造との関係を明らかにする。

4.1 移動作業のリー代数に基づく表現

移動作業は機械部品が通過すべき位置姿勢の集合により定義される経路として指定することとする。図3(a)に示すように、位置姿勢 Q_i ($i=1,2,\dots,n_Q$) の集合により機械部品の経路が定義されていると仮定する。ここで、 Q_i は変換行列により表現されており、エンドエフェクタの座標系と機械部品の座標系は一致しているものと仮定する。位置姿勢 Q_i から Q_{i+1} への相対的位置姿勢 (変位) は式(9)に示す変換行列 M_i ($i=1,2,\dots,n_Q-1$) により記述できる。

$$M_i = Q_i^{-1} Q_{i+1} = \exp A_i \quad (9)$$

ここで、 A_i は M_i に対応するリー代数の元を示している。 A_i は係数 $c_1, \dots, c_6 \in \mathbb{R}$ を用いて、式(10)上段に示すように M_i に対応して任意の形を取り得るが、共役部分群の概念を用いると、 A_i は式(10)下段に示すように変換行列 D_i を用いて元 $aL_1 + bL_4$ ($a, b \in \mathbb{R}$) によりまとめることができる⁷⁾。

$$\begin{aligned} A_i &= c_1 L_1 + c_2 L_2 + c_3 L_3 + c_4 L_4 + c_5 L_5 + c_6 L_6 \\ &= D_i (aL_1 + bL_4) D_i^{-1} \end{aligned} \quad (10)$$

図4に示すように、式(10)は任意の剛体運動はスクリュウ運動により表現することができ、その運動の軸の位置姿勢が変換行列 D_i により表現できることを意味している。ここで、並進運動及び回転運動は、スクリュウ運動の特別な場合 ($b=0$, または、 $a=0$) として表現されることになる。

位置姿勢 Q_i から Q_{i+1} への部品の経路は連続写像 $\tau_i: [0, 1] \rightarrow SE(3)$ により記述できる。ここで、 $\tau_i(0) = Q_i$, $\tau_i(1) = Q_{i+1}$ である。リー代数の空間において Q_i と Q_{i+1} に対応する元を直線で補間すると、 τ_i は変数 $t_i \in [0, 1]$ を用いて式(11)で記述できる。

$$\begin{aligned} \tau_i(t_i) &= Q_i \exp(t_i A_i) = Q_i D_i \exp(t_i (aL_1 + bL_4)) D_i^{-1} \\ &= Q_i D_i \text{Trans}(at_i, 0, 0) R_x(bt_i) D_i^{-1} \end{aligned} \quad (11)$$

ここで、式の変形には $\exp(DAD^{-1}) = D(\exp A)D^{-1}$ ($A \in se(3)$, $D \in SE(3)$) という関係⁷⁾を用いている。式(11)は Q_i から Q_{i+1} への経路 τ_i が図3(b)及び図4に示すように仮想的なねじ拘束 (スクリュウ関節) C_i により定義できることを意味している。 $Q_i = \tau_{i-1}(1) = Q_{i-1} \exp(t_{i-1} A_{i-1})|_{t_{i-1}=1}$, $\exp(t_{i+1} A_{i+1})|_{t_{i+1}=0} = I$ であるので、 τ_i は式(12)で記述できる。

$$\tau_i(t_i) = Q_1 \exp(t_1 A_1) \cdots \exp(t_i A_i) \cdots \exp(t_{n_{ct}} A_{n_{ct}}) \Big|_{\substack{t_1=\dots=t_{i-1}=1, \\ t_{i+1}=\dots=t_{n_{ct}}=0}} \quad (12)$$

ここで、 $n_{ct} = n_Q - 1$ である。従って、移動作業、すなわち、 Q_1 から Q_{n_Q} までの経路 τ は式(13)により定義することができる。

Fig. 5 Example of continuous path task and derived mechanism

$$\begin{aligned} \tau(s) &= Q_1 \exp(t_1 A_1) \cdots \exp(t_i A_i) \cdots \exp(t_{n_{ct}} A_{n_{ct}}) \\ \text{where} \quad &t_1 = 1, \dots, t_{i-1} = 1, t_i = s, t_{i+1} = 0, \dots, t_{n_{ct}} = 0 \\ \text{when} \quad &\frac{i-1}{n_{ct}} \leq s \leq \frac{i}{n_{ct}} \quad (i=1, \dots, n_{ct}) \end{aligned} \quad (13)$$

ただし、 $s \in [0, 1]$ である。また、移動作業を実現可能な機構は、図3(b)に示すように動作経路の始点から順に、隣接点間 (Q_i , Q_{i+1}) の運動を実現するスクリュウ関節 C_i を導出し、それらを直列に接続した式(14)により表現される機構となる。

$$M_{ct} = Q_1 \exp(t_1 A_1) \cdots \exp(t_{n_{ct}} A_{n_{ct}}) \quad (14)$$

例えば、図5(a)に示すように位置姿勢 $(0,1,0,0,0,0)$ から $(0,5,0,0,0,0)$ に並進移動し、位置 $(0,1,0)$ を通り x 軸に平行な軸に関して回転及び並進しながら $(3,1,4,\pi/2,0,0)$ に到達する経路が与えられたとする。ただし、位置姿勢 $(x_i, y_i, z_i, \phi_i, \theta_i, \psi_i)$ は変換行列 $Q_i = \text{Trans}(x_i, y_i, z_i) R_x(\phi_i) R_y(\theta_i) R_z(\psi_i)$ を表現している。この時、図5(b)に示すように、式(15)で表現される2関節の機構が導出される。

$$M_{ct} = \text{Trans}(0,1,0) \exp(t_1 L_2) \exp\left(t_2 D_2 \left(3L_1 + \frac{\pi}{2} L_4\right) D_2^{-1}\right) \quad (15)$$

ここで、 $D_2 = \text{Trans}(0,-4,0)$ である。

4.2 配置作業のリー代数に基づく表現

本研究では、配置作業は機械部品を経路上の一点から指定された位置姿勢へ配置する経路、または、必要な自由度、すなわち、図6(a)に示すように、表1に示す拘束のタイプにより指定する。後者の場合、 j 番目 ($j=1,2,\dots,n_{pt}$) の配置作業 (n_{pt} : 配置作業数) は式(16)に示す変換行列 N_j で定義できる。

$$N_j = \exp(s_j B_j), \quad s_j \in \mathbb{R} \quad (16)$$

ここで、 B_j は表1に示す基底の線形結合を示している。また、 j 番目の配置作業を実行可能な機構は、図6(a)に示すように、 N_j により定義される関節 C_j からなる機構となる。従って、図6(b)に示すように、すべての配置作業を実行可能な機構は、各配置作業を順に実現することが可能となるように関節を連結した機構となる。この機構は式(17)に示すように、すべての N_j の積により表現できる。

$$M_{pt} = \exp(s_1 B_1) \cdots \exp(s_{n_{pt}} B_{n_{pt}}) \quad (17)$$

Fig. 6 Positioning task representation

本節と4.1節の結果から、式(18)により表現される機構はすべての作業動作を実行することが可能である。

$$M_{cl} \cdot M_{pt} = Q_i \exp(t_{n_{cl}} A_{n_{cl}}) \cdots \exp(s_{n_{pt}} B_{n_{pt}}) \quad (18)$$

A_i により表現される拘束のタイプは T_v , R_u , $H_{u,p}$ の何れかになり、表1に示すように対応する低次対偶が存在する。ここで、 T_v , R_u は $H_{u,p}$ の特別な場合（回転または並進成分が0）として導出される。また、 B_j により表現される拘束タイプは12タイプの何れかであり、 T_v , R_u , $H_{u,p}$, C_u , G_p , S_O の場合、対応する低次対偶が存在する。他のタイプの場合、 B_j は上記の拘束タイプの組合せにより表現できる。

5. 拘束還元

式(18)は、指定された移動作業の通過点数、配置作業数に従っており、多数の冗長な拘束（関節）を含む機構を表現している。本研究では、この機構に拘束還元（constraint reduction）⁷⁾の手続きを適用し、等価な最小機構を導出する。

拘束還元とは、複数の拘束（ $C_1 \cdots C_{n_c}$, $n_c = n_{cl} + n_{pt}$ ）から等価な動きをする本質的な拘束の組（ $C'_1 \cdots C'_{n'_c}$, $n'_c \leq n_c$ ）を導出する手続きである。はじめに、二つの拘束（ C_i , C_{i+1} ）間の拘束還元について説明する。前報⁷⁾では、導出される拘束は一つと限定していたが、本報ではそれを特別な場合として扱う。ロボットアームのような直列的機構では、式(7)に示したように、隣接する拘束 C_i と C_{i+1} から導出される拘束 C は $C = C_i \cdot C_{i+1}$ と記述でき、図7(b)に示すように、拘束還元は冗長な拘束を表現する積集合 $C_i \cap C_{i+1}$ を導出するよう、式(7)を式(19)に変形するプロセスとして記述できる。

$$C_i \cdot C_{i+1} = M_1 \cdots M_m \cdot (C_i \cap C_{i+1}) \cdot N_1 \cdots N_n \quad (19)$$

ここで、 $M_1, \dots, M_m$ と $N_1, \dots, N_n$ は、それぞれ、式(20)及び式(21)を満たす拘束である。

$$C_i = M_1 \cdots M_m \cdot (C_i \cap C_{i+1}), \quad (20)$$

$$C_{i+1} = (C_i \cap C_{i+1}) \cdot N_1 \cdots N_n. \quad (21)$$

すなわち、拘束還元後の拘束（ C'_i , C'_{i+1} ）は一方の拘束から冗長な拘束 $C_i \cap C_{i+1}$ を削減したものとなる。しかし、一般に行列は可換ではないため、このような処理は複雑になる。また、式の変形に完全な変換規則（拘束還元則）が必要となる。

リー代数においては、 C_i と C_{i+1} のリー代数 h_{C_i} と $h_{C_{i+1}}$ の積 $h_{C_i} \cap h_{C_{i+1}}$ が $C_i \cap C_{i+1}$ に対応することから、拘束還元手続きは、図7(c)に示すように、式(22)及び式(23)を満たす $M_1, \dots, M_m$ と $N_1, \dots, N_n$ に対応するリー代数 $h_{M_1}, \dots, h_{M_m}$ 及び $h_{N_1}, \dots, h_{N_n}$ と $h_{C_i} \cap h_{C_{i+1}}$ とを導出する手続きとして表現できる。

$$h_{C_i} = h_{M_1} \oplus \cdots \oplus h_{M_m} \oplus (h_{C_i} \cap h_{C_{i+1}}), \quad (22)$$

Fig. 7 Constraint reduction (constraints in series)

$$h_{C_{i+1}} = (h_{C_i} \cap h_{C_{i+1}}) \oplus h_{N_1} \oplus \cdots \oplus h_{N_n} \quad (23)$$

ここで、リー代数 $h_{M_1}, \dots, h_{M_m}$ 及び $h_{N_1}, \dots, h_{N_n}$ は $h_{C_i} \cap h_{C_{i+1}}$ には含まれない h_{C_i} 及び $h_{C_{i+1}}$ の基底により表現される。また、 $\oplus$ は直和を示しており、冗長な拘束を表現する $h_{C_i} \cap h_{C_{i+1}}$ が一方から削除できる。特に $h_{C_i} \subseteq h_{C_{i+1}}$ または $h_{C_i} \supseteq h_{C_{i+1}}$ の場合、 $h_{C_i} \cap h_{C_{i+1}}$ の削除の結果、それぞれ、 $h_{C_i} = \{0\}$ または $h_{C_{i+1}} = \{0\}$ となる場合があり、 h_{C_i} または $h_{C_{i+1}}$ を削除することができる。同時に対応する拘束（ C_i または C_{i+1} ）も削除される。

例えば、連続する平面拘束 C_i と円筒面拘束 C_{i+1} を考えると、表1より C_i と C_{i+1} はそれぞれ式(24)、式(25)のように書ける。

$$C_i = \{ \text{Trans}(0, y, z) R_x(\phi) | y, z, \phi \in \mathbb{R} \} \quad (24)$$

$$C_{i+1} = \{ \text{Trans}(x, 0, 0) R_x(\psi) | x, \psi \in \mathbb{R} \} \quad (25)$$

表1より C_i と C_{i+1} に対応するリー代数 h_{C_i} 及び $h_{C_{i+1}}$ はそれぞれ、式(26)と式(27)で記述できる。

$$h_{C_i} = \{ y L_2 + z L_3 + \phi L_4 | y, z, \phi \in \mathbb{R} \} \quad (26)$$

$$h_{C_{i+1}} = \{ x L_1 + \psi L_4 | x, \psi \in \mathbb{R} \} \quad (27)$$

従って、 $C = C_i \cdot C_{i+1}$ の元は式(28)で記述できる。

$$\begin{aligned} & \text{Trans}(0, y, z) R_x(\phi) \cdot \text{Trans}(x, 0, 0) R_x(\psi) \\ &= \exp(y' L_2 + z' L_3 + \phi' L_4) \cdot \exp(x L_1 + \psi L_4) \end{aligned} \quad (28)$$

h_{C_i} と $h_{C_{i+1}}$ の積は式(29)と書けることから、 h_{C_i} 及び $h_{C_{i+1}}$ はそれぞれ、式(30)、式(31)で書ける。

$$h_{C_i} \cap h_{C_{i+1}} = \{ \phi L_4 | \phi \in \mathbb{R} \} \quad (29)$$

$$h_{C_i} = \{ y L_2 + z L_3 | y, z \in \mathbb{R} \} \oplus \{ \phi L_4 | \phi \in \mathbb{R} \} \quad (30)$$

$$h_{C_{i+1}} = \{ \phi L_4 | \phi \in \mathbb{R} \} \oplus \{ x L_1 | x \in \mathbb{R} \} \quad (31)$$

従って、式(28)の $C = C_i \cdot C_{i+1}$ の元は式(32)で記述できる。

$$\begin{aligned} & \exp(y' L_2 + z' L_3) \cdot \exp(\phi' L_4) \cdot \exp(x L_1) \\ &= \text{Trans}(0, y', z') \cdot R_x(\phi') \cdot \text{Trans}(x, 0, 0) \end{aligned} \quad (32)$$

このように、リー代数を用いると、変換行列の積の順序を気にすることなく容易に拘束還元を行うことができる。

複数の拘束 $C_1 \cdots C_{n_c}$ （対応するリー代数 $h_{C_1} \cdots h_{C_{n_c}}$ ）に関しては、上述の二つの拘束の拘束還元の手続きを使用して、以下の手順で拘束還元を行う。

(1) h_{C_i} と $h_{C_{i+1}}$ ($i = 1, \dots, n_c - 1$) に関して上述の拘束還元手続き

Table 2 Inclusion of one subalgebra to another ($A \supseteq B$)

A \ B	Fixed	T_v	R_u	$H_{u,p}$	T_p	C_u	T	G_p	S_o	$Y_{u,p}$	X_v	Free
Fixed	○											
T_v	○	○										
R_u	○		○									
$H_{u,p}$	○			○					○: $A \supseteq B$			
T_p	○	○			○							
C_u	○	○	○	○	○	○						
T	○	○			○		○					
G_p	○	○	○		○			○				
S_o	○		○						○			
$Y_{u,p}$	○	○		○	○					○		
X_v	○	○	○	○	○	○	○	○		○	○	
Free	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

を適用する。 $h_{C_{i+1}}$ から式 (23) における $h_{C_i} \cap h_{C_{i+1}}$ の項を削除する。ただし、 $h_{C_i} \supseteq h_{C_{i+1}}$ の場合、 $h_{C_{i+1}} = \{0\}$ となる。

- (2) $h_{C_i} \dots h_{C_{i+j}}$ ($i=1, \dots, n_C(j+1), j=1, \dots, n_C-2$) の任意の元がリー代数を構成する(任意の元の組合せが交換子積について閉じている)場合、このリー代数を $h_{C_{i+j}}$ ($C_{i+j} = C_i \cdot C_{i+1} \cdot \dots \cdot C_{i+j}$ に対応する)とし、 $h_{C_{i+j}}$ と $h_{C_{i+(j+1)}}$ に関して上述の拘束還元手続きを適用する。 $h_{C_{i+(j+1)}}$ から $h_{C_{i+j}} \cap h_{C_{i+(j+1)}}$ の項を削除する。ここで、 $h_{C_{i+j}} \supseteq h_{C_{i+(j+1)}}$ の場合、 $h_{C_{i+(j+1)}} = \{0\}$ となる。

- (3) すべての i 及び j について (1) 及び (2) を繰り返す。
 (4) $h_{C_1} \dots h_{C_{n_C}}$ のうち $h_{C_i} = \{0\}$ となるものを削除し、改めて $h_{C_1} \dots h_{C_{n'_C}}$ ($n'_C \leq n_C$) とする(対応する拘束は $C_1 \dots C_{n'_C}$ となる)。

この手順において、 i 及び j に入れる数字の順序により結果が異なる。その順序は各作業動作の重要度により決定する必要があるが、これに関しては今後の課題としたい。本研究では i 及び j には 1 から順に値を代入している。

6. 機構のシンセシス手続きによる別解の導出

導出された機構構造を第3章で示した自由度解析手続きに適用すると、作業動作に必要なエンドエフェクタの自由度が明らかになり、その結果は表1に示した何れかのタイプになる。ここで、表1に示した任意の拘束間には、対応するリー代数間の包含関係が存在する。表2はリー代数の基底に注目し、包含関係を導出したものである(表中の○は、リー代数 A, B 間の包含関係 $A \supseteq B$ を意味している)。機構が拘束 A 、作業動作が拘束 B により特徴付けられ $A \supseteq B$ の場合、機構は作業動作を実行するのに必要な自由度をすべて持っていることになる。 $A \supseteq B$ となるような拘束 A (エンドエフェクタの自由度)を選択し、シンセシス手続き適用することにより、同じ作業動作を実現可能な機構構造の別解を求めることが可能となる。

7. 計算機実験

本研究で提案した手法の有効性を確認するため、計算機プログラムを開発した。図8に示すようなエンジンの組立⁹⁾の一部分を作業動作の具体例として取り上げる。図8(a)はエンジンの構成部品(Part1...Part4)を示している。これら構成部品を図8(b)に示すように組み立てる。図8(a)の Q_1 はエンドエフェクタの初期位置姿勢、 Q_2, Q_4, Q_6 はそれぞれPart2, Part3, Part4をつかむ位置姿勢とする。図8(c)に示すように、Part2, Part3, Part4をそれぞれ位置姿勢 Q_3, Q_5, Q_7 に移動させる。すなわち、移動作業を位置姿勢 $Q_1 \dots Q_7$ により定義される移動経路として与え

Fig. 8 Example of motion task specifications

Fig. 9 Mechanisms resulting from the specified tasks

Fig. 10 3D image of the mechanism shown in Fig. 9 (c) and an alternative derived from synthesis procedure

ている。次に、図8(c)に示すように配置作業 $PT_1 \dots PT_4$ を指定する。 PT_1 は Q_1 でエンドエフェクタを上昇させる配置作業、 PT_2, PT_3, PT_4 はそれぞれPart2, Part3, Part4を挿入する配置作業を示している。図9(a)の表は上述の移動経路を定義する $Q_1 \dots Q_7$ の位置姿勢を示している。 x, y, z は位置、 a, b, c はそれぞれ x, y, z 軸に関する姿勢(表示はラジアン、少数第2位を四捨五入している)を示している。この要求作業から、図9(a)に示すひじ機構が生成された。回転及び並進拘束はねじ拘束の特別

な場合（並進または回転成分が0）として導出された。図9(b)の表は上述の配置作業 $PT_1 \cdots PT_4$ として指定された拘束を示している。 Cu は円筒面拘束を示しており、ある軸回りの回転と同一軸方向の並進の自由度を必要とする作業動作を表現している。 z_ax により軸方向を z 軸方向と指定している。 Tv は並進拘束を示しており、ある方向への1自由度の並進を必要とする配置作業を表現している。これらの要求作業から図9(b)に示す5拘束からなる手首機構が導出された。図9(b)右の図は、この機構を拘束還元手続きに適用した結果であり、5拘束が2拘束に削減（還元）されていることがわかる。図9(c)は上記のすべての拘束を接続し機構を構成し、その機構を拘束還元手続きに適用した結果である。はじめに、指定されたすべての作業動作を実現するため、11拘束からなる機構が導出されたが、拘束還元の結果、6拘束からなる機構ですべての作業動作を実現できることがわかった。この機構を第3章で示した自由度解析手続きに適用することにより、作業動作に必要な自由度はタイプFree（3並進3回転）になることがわかった。図10(a)は図9(c)の機構の三次元表示結果であり、軸の位置姿勢が導出されていることが確認できる。図10(a)に示す機構は単なる初期解であり、この機構をシンセシス手続きに適用することにより、エンドエフェクタの自由度に対して等価な機構が多数導出できる。表2より、Freeを包含する拘束のタイプはFreeのみであるので、タイプFreeを選択し別解を導出した。図10(b)はそのうちの一つを表示した結果である。

8. おわりに

本研究では、指定された要求作業から、機構構造を導出する方法を提案することを目的として、以下のことを行った。

- (1) 作業動作を移動作業と配置作業に分類し、リー代数に基づいて表現する方法を提案した。

- (2) これらの表現から機構構造のリー代数に基づく表現を導出する方法を提案した。機構構造はリー代数に基づく作業動作表現から直接的に生成できることを示した。
- (3) 導出された機構構造を拘束還元法に適用することにより、冗長な関節を削減する方法を示した。リー代数を用いることにより、変換行列の積及び順序を気にすることなく、容易に拘束還元が行えることを示した。
- (4) この機構構造を自由度解析法に適用することにより、エンドエフェクタの自由度及び作業動作に必要な自由度を明らかにする方法を示した。
- (5) この機構構造を初期解として、シンセシス法に適用することによりエンドエフェクタの自由度に対して等価な別解を導出できることを示した。
- (6) 本手法の有効性を、計算機実験により確認した。

参考文献

- 1) 例えば, L. Dobrjanskyj and F. Freudenstein: Some Application of Graph Theory to the Structural Analysis of Mechanisms, J. Eng. Ind., Trans. ASME, (1967) 153.
- 2) O. Chocron and P. Bidaud: Evolutionary Algorithms in Kinematic Design of Robotic Systems, Proc. IROS 97, (1997) 1111.
- 3) C. J. J. Paredis and P. K. Khosla: Kinematic Design of Serial Link Manipulators from Task Specifications, Int. J. Robot. Res., 12, 3, (1993) 274.
- 4) S. Kanai et al.: The Integration of Computer Aided Assembly Sequence Planning and Mechanical Design of the Assembling Machine, Proc. Int. Conf. Assembly, (1993) 95.
- 5) 杉本浩一, 原敦子: 連結連鎖を用いた多自由度機構の総合, 日本ロボット学会誌, 7, 3, (1989) 123.
- 6) 徳永仁史, 今村聡: 機構モデルにおけるリー代数に基づく拘束表現と機構のシンセシス, 精密工学会誌, 66, 10, (2000) 1533.
- 7) 徳永仁史, 板倉健一郎, 田中文基, 岸浪建史: 組立モデルにおけるリー代数に基づく拘束表現と拘束還元, 精密工学会誌, 65, 12, (1999) 1729.
- 8) R. M. Murray et al., A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation, New York, CRC Press, (1993).
- 9) L. J. Guibas et al.: A Simple and Efficient Procedure for Polyhedral Assembly Partitioning under Infinitesimal Motions, IEEE Int. Conf. Robotics and Automation, (1995) 2553.

編集後記

最近再び活発にモノづくりの重要性が叫ばれています。その中心にある「工場」についても、さまざまな技術の進歩や社会情勢の変化に応じて、その様変わりが非常なスピードで進んでいるという印象を特に強く持っています。そこで、その現状がどうなっているか、企業を中心に、各分野で工場に関係して第一線で活躍されている技術者の方々に解説をお願いし、今回の特集を組むことになりました。これらの展望記事・解説記事に目を通すと、自分が想像していた以上に、コンセプトにおいてもその形態においても、またビジネスモデルの面でも、ずっと先に進んでいることを実感しました。展望記事では、これまでの生産システム発展の流れが分かりやすくまとめられ、今後の工場はどうあるべきかについて、生産システムに関する豊富な経験に基づいて示唆に富む提言が示されています。中でも、昨今の環境への意識の高まりから、リサイクルやゼロエミッションといった興味深い取り組みが工場進化の大きな潮流を形成しているように思います。各企業がすでに実用に向かって動き出していることは特筆すべきで、循環型社会の実現が着実に近づいていることを感じました。工場自体の形態についても、これまでの固定観念を覆すものが続々と登場してきています。野菜工場やマイクロファクトリなどはその点で非常に新しいコンセプトを提案しています。また、生産システム

でいえば、つい数年前まで、生産ラインは全自動化を目指すような雰囲気がありましたが、現在は多品種少量生産に対応するため、セル生産が主流になってきています。さらにそのセル生産をまた自動化するCACシステムが提案されるなど、工場の絶え間なき進化を目の当たりにできたように思います。今はまだなじみが薄いですが請負生産方式も今後ますます比重を増してくるでしょう。このように、進化しつづける工場の最新の状況がさまざまな面からバランスよく解説された特集になったのではないのでしょうか。ただし、数年後にはもっと先に進んでしまっていて、また全く新しい内容で特集が組めしまうかもしれません。お忙しいなか、快くお引き受けいただいた執筆者の方々には、ここに感謝の意を示したいと思います。さて私事で恐縮ですが、会誌編集委員も、これで任期が終了することになります。はなはだ力不足でしたが、樋口前委員長・大石現委員長をはじめ、会誌編集委員の皆様のご支援により、担当した特集号を何とか形にすることができました。また、原稿提出や査読がぎりぎりになって事務局の方々にも多々ご迷惑をおかけしましたが、いつも寛大な心でお許しいただき、逆に温かい励ましをいただきました。最後になりましたが、関係者の皆様に改めて御礼申し上げます。

(吉田英一)